HDM

HRVATSKO DRUŠTVO ZA MEHANIKU

ZAGREB – OSIJEK – RIJEKA – SL. BROD – SPLIT

Hrvatsko društvo za mehaniku
Podružnica Slavonski Brod

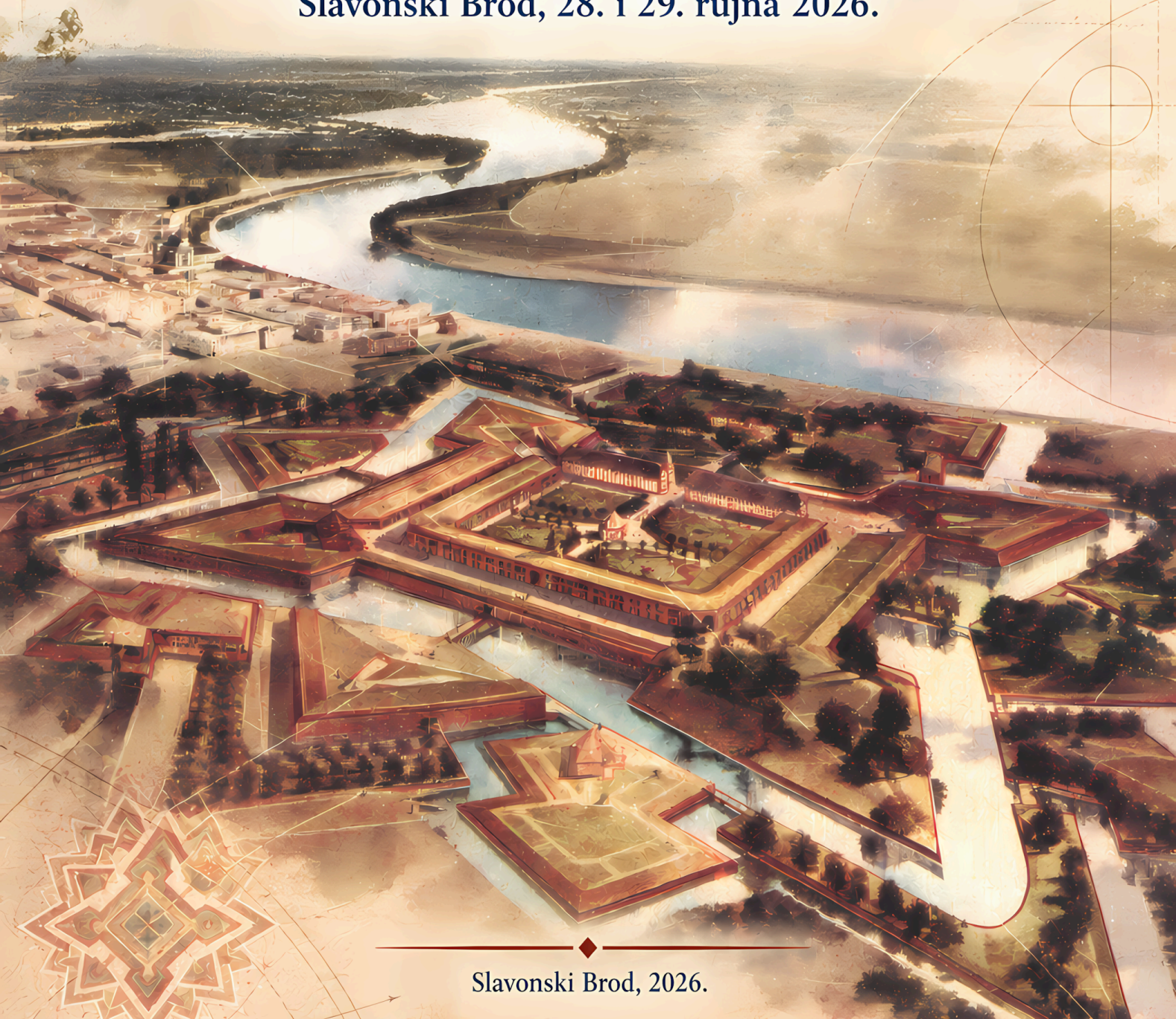
SVEUČILIŠTE U SLAVONSKOM BRODU
2020

Sveučilište u Slavonskom Brodu
Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu

ZBORNIK RADOVA

14. SUSRET HRVATSKOG DRUŠTVA ZA MEHANIKU

Slavonski Brod, 28. i 29. rujna 2026.



Slavonski Brod, 2026.

ZBORNIK RADOVA 14. SUSRETA HRVATSKOG DRUŠTVA ZA MEHANIKU

Urednici: Marija Živić
Mario Holik
Antun Barac

Izdavač: Hrvatsko društvo za mehaniku

Oblikovanje: Marija Živić
Mario Holik
Antun Barac

Tisak: Studiog6h8

Naklada: 100 kom.

ISSN 1846-9701

ZBORNIK RADOVA

14. SUSRETA
HRVATSKOG DRUŠTVA ZA MEHANIKU

Slavonski Brod, 28. i 29. rujna 2026. godine

Urednici
Marija Živić
Mario Holik
Antun Barac

HDM
HRVATSKO DRUŠTVO ZA MEHANIKU
ZAGREB – OSIJEK – RIJEKA – SL. BROD – SPLIT

ISSN 1846-9701

9 771846 970000

ORGANIZACIJSKI ODBOR

Prof. dr. sc. **Marija ŽIVIĆ**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, ***predsjednica Organizacijskog odbora***

Prof. dr. sc. **Hrvoje KOZMAR**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, ***predsjednik Društva***

Prof. dr. sc. **Nikola VLADIMIR**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, ***dopredsjednik Društva***

Izv. prof. dr. sc. **Mijo NIKOLIĆ**, Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, ***tajnik Društva***

Prof. dr. sc. **Dražan KOZAK**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu

Doc. dr. sc. **Mario HOLIK**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu

Dr. sc. **Antun BARAC**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu

ORGANIZATOR

Hrvatsko društvo za mehaniku
Podružnica Slavonski Brod
Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet
Ulica 108. brigade ZNG 36
35 000 Slavonski Brod

SJEDIŠTE

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje
Ivana Lučića 5
10 000 Zagreb

SUORGANIZATOR

Sveučilište u Slavonskom Brodu

SPONZORI

Đuro Đaković montaža d.o.o.
Basch- mont, d.o.o.
Simplex, d.o.o.

PREDGOVOR

Poštovani čitatelji,

predstavljamo vam Zbornik radova 14. susreta Hrvatskog društva za mehaniku, održanog 28. i 29. rujna 2026. godine u Slavonskom Brodu, u organizaciji Hrvatskog društva za mehaniku Podružnica u Slavonskom Brodu, uz suorganizaciju Sveučilišta u Slavonskom Brodu.

Zbornik sadržava 62 rada predstavljena na Susretu, u kojima su prikazani rezultati znanstvenih i stručnih istraživanja iz različitih područja teorijske i primijenjene mehanike. Radovi obuhvaćaju širok raspon tema te primjenu analitičkih, numeričkih i eksperimentalnih metoda u rješavanju suvremenih inženjerskih problema. Posebno nas raduje značajno sudjelovanje mladih istraživača i studenata, kao i suradnja autora s različitih znanstvenih i visokoškolskih institucija te stručnjaka iz gospodarstva. Time Susret još jednom potvrđuje svoju važnu ulogu u povezivanju znanstvene zajednice, mladih istraživača i gospodarstva.

Prilikom uređivanja Zbornika nije provedena jezična lektura radova te urednici nisu odgovorni za eventualne jezične i pravopisne pogreške. Za sadržaj pojedinih radova odgovorni su njihovi autori.

Jedan od važnih ciljeva susreta Hrvatskog društva za mehaniku jest omogućiti razmjenu znanja, iskustava i ideja te potaknuti razvoj novih znanstvenih i stručnih suradnji. Vjerujemo da će izlaganja i rasprave tijekom Susreta pridonijeti daljnjem razvoju istraživanja u području mehanike, kao i povezivanju znanstvenika, nastavnika, studenata i stručnjaka iz gospodarstva.

Zahvaljujemo svim autorima na dostavljenim radovima, recenzentima na uloženom vremenu i stručnom doprinosu te svim sudionicima 14. susreta Hrvatskog društva za mehaniku.

Nastavljajući dugu tradiciju susreta Hrvatskog društva za mehaniku, nadamo se da će i ovaj, 14. susret, biti mjesto kvalitetne znanstvene i stručne rasprave, razmjene novih ideja, predstavljanja rezultata istraživanja te stvaranja novih i jačanja postojećih suradnji.

Posebnu zahvalnost upućujemo Sveučilištu u Slavonskom Brodu, suorganizatoru Susreta, te sponzorima tvrtkama: ĐĐ Montaža, Basch-mont i Simplex na potpori u organizaciji i provedbi 14. susreta Hrvatskog društva za mehaniku.

Zahvaljujemo svima koji su svojim radom i angažmanom pridonijeli organizaciji Susreta i pripremi ovog Zbornika te svim sudionicima želimo ugodan boravak u Slavonskom Brodu.

Organizacijski odbor 14. susreta HDM-a

SADRŽAJ

Razvoj modularne eksperimentalne stanice za ispitivanje kompaktnih izmjenjivača topline 1

Primjena metode konačnih volumena višeg reda u mehanici deformabilnih tijela 7

Numeričko-eksperimentalna evaluacija inovativnog sustava na zaključavanje za liječenje Pauwels tip III prijeloma vrata bedrene kosti 13

Numerička analiza utjecaja kavitacije na značajke mlaza goriva u dizelskim motorima 19

Karakterizacija promjene plastične anizotropije izratka od nehrđajućeg čelika 316 LSi proizvedenog CMT-WAAM postupkom 25

Modeliranje cikličke plastičnosti primjenom neuronske arhitekture Mamba 31

Numerička simulacija rušenja brane s deformabilnom pregradom kombiniranom metodom konačnih elemenata i hidrodinamike izglađenih čestica 35

Numeričko modeliranje strujanja i prijenosa topline u pločastom izmjenjivaču topline 39

Razvoj prijenosnog sustava za mjerenje i analizu akceleracija temeljenog na ESP32 platformi 45

Analiza robusnosti spregnutih disipativnih sustava uz očuvanje strukture pod utjecajem nemodelirane dinamike i parametarske nesigurnosti 51

Analiza prijenosa topline pri turbulentnom strujanju u cijevi 57

Utjecaj stabala na aerodinamičko opterećenje zgrade u zavjetrini 63

Eksperimentalna i numerička analiza statičke nosivosti kutnih zavarenih spojeva od čelika AISI 304 s djelomičnom penetracijom 67

Numerički model za analizu izvijanja Al–SiC kompozitnih grednih nosača pri puzanju 75

SSAIYAN 2 – web-platforma za interaktivni proračun i dimenzioniranje elemenata konstrukcije 81

Eksperimentalno određivanje konstitutivnih parametara polimernih materijala izrađenih SLA 3D ispisom 87

Analiza Saint-Venantova principa pri čistom savijanju u linearnoj mikropolarnoj elastičnosti . 89

Utjecaj omjera brzina na vrhu lopatice na aerodinamičke i konstrukcijske značajke rotora horizontalne vjetroturbine snage 5 kW 91

Ocjenjivanje konstrukcijske očuvanosti sakralne građevine iz 18. stoljeća uzimajući u obzir međudjelovanje tla i konstrukcije te izloženost potresima 97

Analiza utjecaja geometrije poprečnog presjeka na statičku i dinamičku efektivnu krutost laminiranih staklenih panela 109

Značajke strujanja u zavjetrini četverostranih prizmi 115

Inverzna numerička identifikacija parametara poliuretanskog ljepila na temelju eksperimentalnih ispitivanja 117

Slom uzgona na aeroprofilima s generatorima vrtloga i Gurneyevim zakrilcima 121

Razvoj materijalno nelinearnog modela s uključenim oštećenjem za tanke adhezivne spojeve u zidanim konstrukcijama 125

Eksperimentalno istraživanje prirodne ventilacije terminala u zračnoj luci 127

Primjena fizikalno informiranih neuronskih mreža za procjenu vibracija pločastih konstrukcija uz utjecaj fluida 131

Kohezivni zakon za posmično odljepljivanje lijepljenih spojeva 135

Simulacija femoralne stenoze u modelu arterijskog stabla 141

Utjecaj numeričkog modela na točnost izračuna konvekcijskog prijelaza topline 147

Utjecaj numeričkog modela na točnost izračuna aerodinamičkih značajki zrakoplovnih konfiguracija 153

Utjecaj rasporeda solarnih stolova na vjetrovna opterećenja: CFD analiza 157

Modeliranje krivulja puzanja čelika primjenom neuronskih mreža 163

Mehaničko ispitivanje 3D ispisanih polimernih materijala za medicinsku primjenu 169

Numerička analiza utjecaja stenta od Nitinola i stenta od polimera s memorijom oblika na stijenku arterije 173

Gubitak stabilnosti metalnih spremnika pri djelovanju olujnog vjetra 177

Proračun čvrstoće i optimiranje 3D printanog T-odvijača od PLA materijala koristeći Gyroid strukturu 185

Dinamički kontakt koncentrirane mase i linearnog oscilatora s jednim stupnjem slobode 191

Stohastički inverzni problemi u mehanici i uloga strojnog učenja 193

Procjena potresnog ponašanja kuće od nabijene zemlje primjenom nelinearne statičke analize: studija slučaja 195

Problemi pri demontaži dotrajalih industrijskih postrojenja: studija slučaja urušavanja cjevovoda koksnog plina 201

Određivanje položaja impulsne pobude na temelju spektra razine zvučne snage: Teorijska analiza 207

Utjecaj različitih oblika i krutosti ispune na materijalne parametre kod materijala s izraženom mikrostrukturom 213

Simulacija heterogenih kvazi-krhkih materijala diskretnim rešetkastim modelom s ugrađenim jakim diskontinuitetma 217

Eksperimentalno određivanje hidrodinamičkih karakteristika turbinskog mjerila protoka plina 223

Obrazovanje vještaka u graditeljstvu primjenom pedagoških Escape Room igara 229

Građevna obilježja i istaknuti primjeri svođenih sustava palačne i sakralne arhitekture Slavonije i Baranje od kraja 17. do početka 20. stoljeća 237

Promjena mase i mehaničkih svojstava biorazgradivog PLLA materijala pri različitim slučajevima opterećenja ... 245

Pregled mogućnosti i ograničenja proračunskih pristupa za modeliranje mjera protupotresnog pojačanja zidanih građevina ... 251

Primjena kontroliranog kaosa u sustavima s kvadratno singularno poziciono ovisnom masom za prigušivanje vibracija ... 261

Vrtložni trag cilindra u turbulentnom graničnom sloju ... 265

Numeričko modeliranje postupka valjanja čepa unutar cijevi parogeneratora ... 269

Modeliranje sinteriranog čelika primjenom neuronskih mreža i metode faznog polja ... 275

Utjecaj geometrije šesterokutne ispune na linearno-elastični odziv rešetkastih konstrukcija ... 281

Alati otvorenog-koda za analizu vibracija u mehanici konstrukcija primjenom računalnog vida i konvencionalnih metoda ... 287

Komparativna analiza ispitnih metoda za određivanje vlačne čvrstoće heterogenih zona zavarenih spojeva ... 291

Primjena transformer neuronskih mreža za modeliranje konstitutivnog ponašanja materijala ... 297

Metoda neglatke kontaktne dinamike u dinamičkoj analizi ljuljanja krutog bloka na elastičnoj gredi ... 305

Nova metoda za neinvazivno određivanje krutosti arterije ... 311

Utjecaj elastične anizotropije na optimalni oblik nosača izrađenog od čelika 316 LSi CMT-WAAM procesom ... 318

Numeričko modeliranje razvoja zaostalih naprezanja i rasta oštećenja u zavarenim spojevima ... 322

Modeliranje i simulacija vibracija mehaničkih sustava s upravljanom silom trenja ... 330

Modeliranje termomehaničkog ponašanja fizikalno proširenim neuronskim mrežama ... 336

Razvoj modularne eksperimentalne stanice za ispitivanje kompaktnih izmjenjivača topline

Barac, A.[1], Holik, M.[2], Damičević, V.[3] , Đuranović, M.[4] i Živić, M.[5]

Sažetak

U radu se prikazuje razvoj modularne eksperimentalne stanice MOKIT namijenjene termo-hidrauličkoj karakterizaciji kompaktnih izmjenjivača topline i dobivanju sljedivih podataka za validaciju analitičkih i numeričkih modela. Razvoj je motiviran potrebom za istraživačkom infrastrukturom koja povezuje proračune u programu Engineering Equation Solver (EES), kataloško dimenzioniranje, numeričke analize i kontrolirana laboratorijska mjerenja. Stanica je koncipirana kao skup triju funkcionalno neovisnih, ali međusobno povezanih modula: toplog, hladnog i ispitno-mjernog.

Procesna arhitektura temelji se na neovisnoj regulaciji temperature i protoka obiju struja, zamjenjivom ispitnom uzorku te mogućnosti rada u istosmjernoj i protusmjernoj konfiguraciji. Topli krug uključuje akumulacijski spremnik, električne grijače, miješajući ventil i pumpu s promjenjivom brzinom vrtnje. Hladni krug predviđa termičko odvajanje primarnog kruga „chillera“ od sekundarnog ispitnog kruga pomoću spremnika sa zavojnicom, uz pričuvni režim rada s vodovodnom mrežom. Mjerni lanac obuhvaća temperature, protoke, apsolutne tlakove i padove tlaka na obje strane izmjenjivača.

Za integriranu izvedbu predviđen je industrijski upravljačko-akvizicijski sustav s PLC-om, modularnim I/O karticama, frekvencijskim pretvaračima, relejima, sklopnicima i neovisnim hardverskim zaštitama. Nadzorno računalo omogućit će sekvenciranje pokusa, sinkronizirani zapis podataka i obradu rezultata. Planirana metodologija uključuje energetsku bilancu, određivanje ukupnog koeficijenta prolaza topline, efektivnosti, NTU parametara, hidrauličkih gubitaka i mjerne nesigurnosti. Prikazani su dosadašnji rezultati projektiranja, otvorena tehnička pitanja te plan izrade, puštanja u pogon i eksperimentalne validacije.

Ključne riječi: termo-hidraulika; akvizicija podataka; upravljanje procesom; prijenos topline; koncept i dizajn

[1] **Dr.sc. Antun Barac**, Sveučilište u Slav. Brodu, Fakultet strojarstva u Slavonskom Brodu, Zavod za energetiku, Ulica 108. brigade ZNG 36, 35000 Slav. Brod, e-mail: abarac@unisb.hr
[2] **Doc. dr. sc. Mario Holik**, Sveučilište u Slav. Brodu, Fakultet strojarstva u Slavonskom Brodu, Zavod za energetiku, Ulica 108. brigade ZNG 36, 35000 Slav. Brod, e-mail: mholik@unisb.hr
[3] **Vjenceslav Damičević, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Slav. Brodu, Fakultet strojarstva u Slavonskom Brodu, Zavod za energetiku, Ulica 108. brigade ZNG 36, 35000 Slav. Brod, e-mail: vdamicevic@unbisb.hr
[4] **Matej Đuranović, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Slav. Brodu, Fakultet strojarstva u Slavonskom Brodu, Zavod za energetiku, Ulica 108. brigade ZNG 36, 35000 Slav. Brod, e-mail: mduranovic@unisb.hr
[5] **Prof. dr. sc. Marija Živić**, Sveučilište u Slav. Brodu, Fakultet strojarstva u Slavonskom Brodu, Zavod za energetiku, Ulica 108. brigade ZNG 36, 35000 Slav. Brod, e-mail: mzivic@unisb.hr

1 Uvod

Kompaktni izmjenjivači topline odlikuju se velikom površinom prijenosa topline po jedinici volumena i malom masom, ali njihova toplinska i hidraulička svojstva snažno ovise o geometriji kanala, raspodjeli protoka, svojstvima fluida i radnom režimu [1,2]. Kod pločastih izvedbi profilirane površine intenziviraju miješanje i prijelaz topline, istodobno povećavajući trenje i pad tlaka. Zbog izražene sprege prijenosa topline i hidrauličkih gubitaka, pouzdana karakterizacija zahtijeva istodobno mjerenje toplinskog učina i pada tlaka, dok korelacijski i CFD modeli trebaju biti provjereni u kontroliranim eksperimentalnim uvjetima [3].

Cilj je razviti istraživačku platformu za napredno modeliranje, optimiranje i ispitivanje kompaktnih izmjenjivača topline, točnije pločastih izmjenjivača topline prikazanih na slici 1, s naglaskom na njihovu primjenu u sustavima grijanja, hlađenja i obnovljivih izvora energije.



Slika 1. Prikaz komercijalnih pločastih izmjenjivača topline marke SWEP [4]

U ovom radu prikazuje se razvojna faza eksperimentalne stanice: definiranje funkcionalnih i mjeriteljskih zahtjeva, odabir procesne arhitekture, koncepcija automatizacije te metodologija budućih pokusa. Budući da stanica još nije izrađena i puštena u pogon, rezultati rada predstavljaju projektne rezultate i verificiranu razvojnu metodologiju, a ne konačne eksperimentalne karakteristike ispitivanih izmjenjivača.

2 Zahtjevi i koncepcija izrade ispitne stanice

Razvoj stanice provodi se iterativno, od eksperimentalnih ciljeva prema procesnoj, mehaničkoj i upravljačkoj izvedbi. Najprije su definirane veličine potrebne za zatvaranje energetske i hidrauličke bilance, zatim projektna područja protoka, temperature i tlaka, a potom izvori tople i hladne struje s pripadajućom armaturom te upravljačkim i mjernim uređajima.

Ključni zahtjevi su neovisno zadavanje protoka i ulazne temperature na obje strani izmjenjivača, stabilan kvazistacionarni rad, jednostavna izmjena ispitnog uzorka i smjera strujanja te ponovljivost postupka neovisno o operateru. Dodatni zahtjevi proizlaze iz laboratorijskog prostora: priključak vode i odvodnje, približno 3 m raspoložive duljine, pokretljivost, pristupačnost komponentama te mogućnost rastavljanja i naknadne nadogradnje. Projektni raspon protoka prilagođen je malim laboratorijskim uzorcima i omogućuje ispitivanje različitih Reynoldsovih brojeva ovisno o hidrauličkom promjeru kanala.

Tablica 1. Ulazni parametri (zahtjevi) eksperimentalne stanice

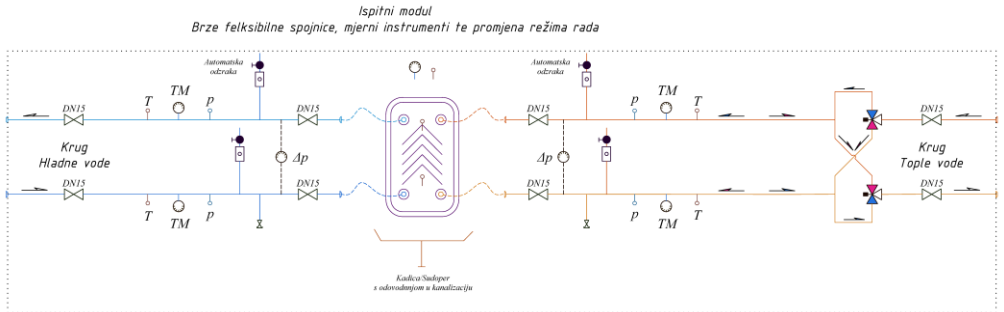
Veličina / funkcija	Projektna vrijednost	Napomena
Radni medij	Voda / voda-glikol	Potencijalni problem s kamencem
Volumenski protok	0,1 – 5,0 l/min	regulacija pomoću frekventne pumpe ili regulacijskog ventila
Temperatura toplog ulaza	do maksimalno 80 °C	područje pothlađene kapljevine, zagrijavanje pomoću el. grijača
Temperatura hladnog ulaza	do minimalno 5 °C (Vjerojatnije oko 15 °C)	prema mogućnostima „chillera“ ili vodovodne mreže
Tlak u sustavu	oko 1,5 bar	standardni tlak sustava

Konačne granice rada za svaki uzorak odredit će nazivni tlak, dopušteni pad tlaka, raspoloživa dobavna visina pumpi i mjerna osjetljivost pri malim temperaturnim razlikama. Koncepcija stanice razvijana je usporedbom komercijalnih nastavnih sustava i istraživačkih zahtjeva projekta. Rješenja EDIBON i GUNT potvrdila su prednosti modularne podjele na generator tople struje, rashladni modul, ispitni modul i centraliziranu akviziciju prikazane na slici 2.



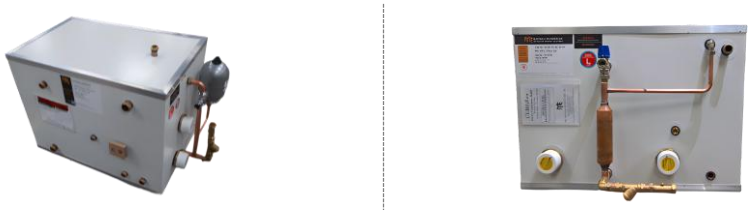
Slika 2. Prikaz komercijalnog ispitnog sustava (GUNT WL 312.10; WL315 i WL312.11)

Jedan od važnijih zahtjeva na ispitnu stanicu je to da stanica mora biti modularna te imati pristup vodi i odvodnji. Ispitna stanica bila bi izrađena od aluminijskih profila i lima te ostalih popratnih elemenata kao što su police, ladice i točkići, a shematski modul prikazan je na slici 3.



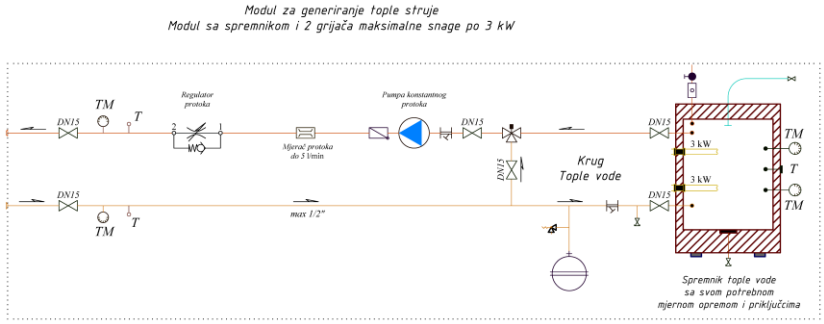
Slika 3. Shematki P&ID prikaz ispitnog modula

Kao izvor tople vode razmatrani su gotovi spremnici s električnim grijačima ili namjenski izrađen spremnik malih zapremina od 20 do 40 lit sa svom potrebnom armaturom te po dva grijača snaga po 3 kW prikazanog na slici 4.



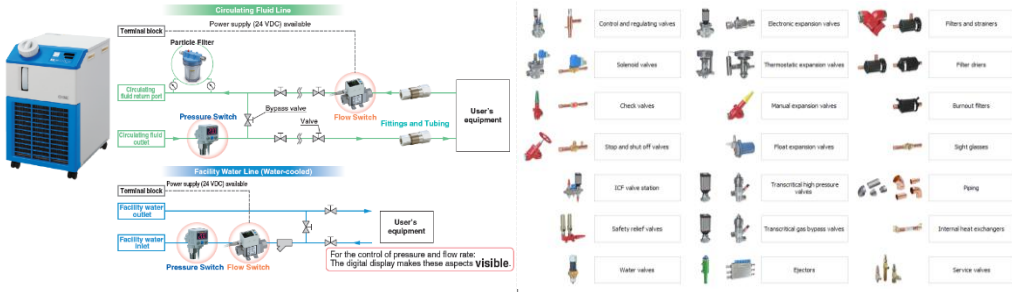
Slika 4. Prikaz namjenski izrađenog spremnika za pripremu tople vode

Dok je shematski prikazan modul na slici 5 sa svom potrebnom armaturom i mjernim mjestima.



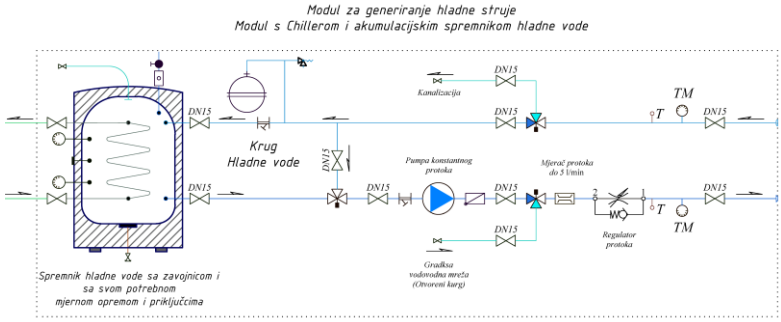
Slika 5. Shematki P&ID prikaz modula za generiranje tople struje

Za hladni izvor razmatran je SMC Thermo-chiller zrakom ili vodom hlađen, odnosno namjenski vodom hlađen sustav dimenzioniran u programu Coolselector2 prikazanih na slici 6. Komercijalna oprema skraćuje rok izrade, ali često ograničava raspone protoka, način povezivanja i pristup upravljačkim signalima, dok namjenska izvedba pruža veću fleksibilnost uz zahtjevnije dimenzioniranje i validaciju.



Slika 6. Prikaz komercijalnog chillera marke SMC (lijevo) te sučelja programskog paketa Coolselector2 za odabir komponenti (desno)

Rashladni modul sastoji se od 2 dijela: podsustava za pripremu hladne vode „Chiller-a“ prikazanog na prethodnoj slici i podsustava za opskrbu hladne struje tijekom ispitivanja izmjenjivača topline prikazan na slici 7.



Slika 7. Shematki P&ID prikaz rashladnog modula s komercijalni ugrađenim SMC Chillerom

Što se tiče upravljanja i prikupljanja podataka te zbog potrebe za autonomnim radom, sigurnosnim blokadama i budućim proširenjima, prednost je dana PLC arhitekturi u elektro ormaru, dok prijenosni DAQ ostaje pomoćna platforma za referentna i terenska mjerenja prikazanih na slici 8.



Slika 8. Prikaz komercijalnog rješenja PLC arhitekture marke Simenes (lijevo) te prijednosni DAQ marke National Instruments (desno)

Za mjerenje temperature primjenjivat će se četverožilne Pt100 sonde, dok će se ostala mjerna i upravljačka oprema integrirati putem standardnih signala 4–20 mA, 0–10 V i, gdje je primjenjivo, IO-Link komunikacije. U elektro ormaru objedinit će se PLC s pripadajućim I/O modulima, napajanja, releji, sklopnici, zaštitni prekidači, motorne zaštite i frekvencijski pretvarači.

3 Metodologija ispitivanja i validacija

Ispitivanje započinje punjenjem, ispiranjem i odzračivanjem hidrauličkih krugova, provjerom komunikacije mjernog i upravljačkog sustava te postavljanjem odgovarajuće konfiguracije ventila. Nakon zadavanja ulaznih temperatura i protoka sustav se dovodi u kvazistacionarno stanje, definirano dopuštenim promjenama temperatura, protoka, pada tlaka i toplinskog učina

unutar zadanog vremenskog intervala. Tijekom stabilizacije i mjerenja kontinuirano se pohranjuju sirovi mjerni signali radi analize oscilacija i dinamičkog odziva sustava.

Toplinski učini tople i hladne strane određuju se iz masenog protoka i promjene entalpije, odnosno za vodu iz produkta masenog protoka, specifičnog toplinskog kapaciteta i temperaturne razlike. Prihvatljivost mjernog režima provjerava se energetskom bilancom obiju struja, čije odstupanje obuhvaća toplinske gubitke, akumulaciju energije i mjernu nesigurnost. Iz izmjerenih veličina određuju se efektivnost izmjenjivača, NTU parametar, ukupni koeficijent prolaza topline i pad tlaka. Termo-hidrauličke karakteristike analizirat će se u ovisnosti o Reynoldsovu broju, omjeru toplinskih kapaciteta, smjeru strujanja i geometriji uzorka.

Mjerna nesigurnost izvedenih veličina procijenit će se propagacijom nesigurnosti ulaznih veličina prema HRN standardima, uz kalibracijske podatke, razlučivost, ponovljivost, stabilnost i položaj senzora. Eksperimentalni rezultati referentnog pločastog izmjenjivača usporedit će se s korelacijama iz literature, proračunima u EES-u, rezultatima programa SWEP SSP i CFD modelima. Validacija će se provoditi usporedbom toplinskog učina, pada tlaka i, prema potrebi, površinskih temperatura radi određivanja područja primjenjivosti razvijenih analitičkih i numeričkih modela.

4 Zaključak

Razvijena koncepcija objedinjuje pripremu dviju struja, zamjenjivi ispitni modul, industrijsku automatizaciju i sinkroniziranu obradu podataka. Znanstvena vrijednost proizlazi iz istodobne karakterizacije prijenosa topline i hidrauličkih gubitaka, što omogućuje provjeru i kreiranje novih korelacija, validaciju CFD modela i optimiranje geometrije. Dosadašnji rezultat je razrađena projektna osnova, a opravdanost arhitekture potvrdit će se nakon izrade, kalibracije i referentnog eksperimentalnog programa.

Zahvale

Ovaj znanstveni rad financiralo je Sveučilište u Slavonskom Brodu u sklopu institucionalnog istraživačkog projekta Napredno modeliranje i optimizacija kompaktnih izmjenjivača topline za integraciju u sustave obnovljivih izvora energije (MOKIT), financiranog sredstvima Europske unije – NextGenerationEU. Izneseni stavovi i mišljenja samo su autorova i ne odražavaju nužno službena stajališta Europske unije ili Europske komisije. Ni Europska unija ni Europska komisija ne mogu se smatrati odgovornima za njih.

Literatura

[1] Shah, R. K., & Sekulić, D. P. (2003). Fundamentals of Heat Exchanger design. In *Fundamentals of Heat Exchanger Design*. John Wiley & Sons, Inc.

[2] Kays, W. M., & London, A. L. (2018). Compact heat exchangers. In *Handbook of Thermal Science and Engineering*. https://doi.org/10.1007/978-3-319-26695-4_36

[3] Martin, H. (1996). A theoretical approach to predict the performance of chevron-type plate heat exchangers. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, *35*(4), 301–310. https://doi.org/10.1016/0255-2701(95)04129-X

[4] SWEP Slovakia. (2019). *Refrigeration handbook*. SWEP International AB. https://www.swep.net/refrigerant-handbook/refrigerant-handbook/

Primjena metode konačnih volumena višeg reda u mehanici deformabilnih tijela

Batistić, I.[1], Lukovnjak, N.[2], Vodopija, I.[3] i Krizmanić, S.[4]

Sažetak
U radu je prikazana primjena metode konačnih volumena višeg reda za rješavanje problema mehanike deformabilnih tijela. Prostorna diskretizacija trećeg i četvrtog reda točnosti zasniva se na lokalnoj Taylorovoj rekonstrukciji metodom najmanjih kvadrata i Gaussovoj integraciji po stranicama konačnih volumena. Nelinearni sustav jednadžbi rješava se Newton-Krylovljevim postupkom bez formiranja Jacobijeve matrice (engl. *Jacobian-free Newton-Krylov*, JFNK), pri čemu se kao matrica prekondicioniranja koristi približna Jacobijeva matrica kompaktne proračunske molekule preuzeta iz sheme drugog reda. Stabilnost na nestrukturiranim mrežama osigurana je uvođenjem α-stabilizacije koja ne narušava formalni red točnosti. Svojstva metode ispitana su na nizu dvodimenzijskih i trodimenzijskih numeričkih primjera s linearno elastičnim i hiperelastičnim materijalnim modelima. Rezultati potvrđuju očekivani red konvergencije naprezanja, značajno smanjenje pogreške pomaka pri višim redovima te konkurentan odnos točnosti i računalnog troška u odnosu na klasične formulacije drugog reda. Metoda je implementirana u biblioteci solids4foam unutar programskog paketa OpenFOAM te je javno dostupna.

Ključne riječi: diskretizacija višeg reda, metoda konačnih volumena, OpenFOAM, solids4foam

[1] **Doc. dr. sc. Ivan Batistić, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ulica Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: ivan.batistic@fsb.unizg.hr
[2] **Noah Lukovnjak, univ. bacc. ing. mech., student**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ulica Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: nl236729@student.fsb.unizg.hr
[3] **Igor Vodopija, univ. mag. ing. mech., asistent**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ulica Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: igor.vodopija@fsb.unizg.hr
[4] **Izv. prof. dr. sc. Severino Krizmanić, dipl. ing. stroj**., Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: severino.krizmanic@fsb.unizg.hr

1 Uvod

Metoda konačnih volumena u mehanici deformabilnih tijela razvijala se pretežno u obliku shema drugog reda točnosti, koje su nastale prilagodbom rješavača razvijenih za mehaniku fluida [1]. Takvi rješavači temelje se na semi-implicitnoj diskretizaciji i segregatnom postupku rješavanja, čime se dobiva jednostavna implementacija, ali i linearna konvergencija te ograničena robusnost.

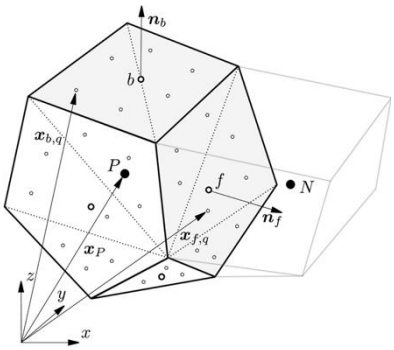
Shemama višeg reda smatraju se one koje postižu najmanje treći red točnosti. Njihova je prednost što za zadanu razinu točnosti mogu biti računalno učinkovitije i zahtijevati manji prijenos podataka, što je važno za velike proračune na računalima visokih performansi.

Prvu shemu četvrtog reda za probleme čvrstoće dao je Demirdžić [2], no ona je bila ograničena na strukturirane dvodimenzijske mreže. Generalizaciju na trodimenzijske strukturirane mreže ostvarili su Castrillo i suradnici [3] primjenom metode lokalne regresije za rekonstrukciju gradijenta i Gaussove integracije. Njihov je pristup potpuno implicitan i koristi Newton-Raphsonov postupak, koji postiže kvadratičnu konvergenciju, ali zahtijeva formiranje i pohranu Jacobijeve matrice.

U ovom radu prikazana je formulacija u kojoj se rezidual višeg reda kombinira s Jacobian-free Newton–Krylov postupkom. Time se izbjegava eksplicitno sastavljanje točnog Jacobijana, dok se za prekondicioniranje zadržava jednostavna matrica s kompaktnom proračunskom molekulom. Uvođenjem α-stabilizacije omogućava primjenu metode iz [3] na proizvoljne nestrukturirane mreže. Implementacija je izvedena unutar otvorenog programskog paketa solids4foam [4], temeljenog na OpenFOAM-u, te podržava opće poliedarske mreže [6].

2 Diskretizacija višeg reda točnosti

Kod diskretizacije višim redom točnosti površinski integral računa se numeričkom integracijom u jednoj ili više integracijskih točaka svake stranice, ovisno o pretpostavljenoj raspodjeli pomaka. U trodimenzijskom slučaju poligonalne stranice rastavljaju se na trokute, a poliedarski volumeni na tetraedre, čime se isti postupak može primijeniti na proizvoljne konveksne volumene.



Slika 1. Shematski prikaz volumena proizvoljnog oblika s pripadajućim integracijskim točkama i susjednog volumena s kojim dijeli jednu od stranicu [6].

Vrijednost pomaka i njegovih prostornih derivacija u proizvoljnoj točki, primjerice u integracijskoj točki stranice, određuju se lokalnom Taylorovom rekonstrukcijom. Za svaku komponentu pomaka polinom reda p prilagođava se vrijednostima pomaka u centrima okolnih ćelija minimiziranjem ponderirane sume kvadrata odstupanja. Koeficijenti rekonstrukcije određuju se rješavanjem lokalnog problema najmanjih kvadrata primjenom QR faktorizacije te se, budući da ovise samo o geometriji mreže, mogu unaprijed izračunati, pohraniti i ponovno koristiti tijekom nelinearnih iteracija. Za stabilnu rekonstrukciju proračunska molekula mora sadržavati više ćelija od broja članova polinomne baze. Prikladan raspon veličina molekule iznosi između približno 1,5 do 3 puta minimalno potrebnog broja ćelija.

Izravno računanje gradijenta u integracijskim točkama može dovesti do pojave oscilacija u rješenju. Takve se oscilacije mogu ukloniti standardnom *Rhie–Chow* stabilizacijom koja je drugog reda točnosti, zbog čega bi ograničila ukupni red točnosti metode. Zbog navedenog u ovom radu primijenjena je α-stabilizacija. Stabilizacijom se uvodi dodatna sila na stranici volumena, koja ovisi o razlici pomaka ekstrapoliranih iz dviju susjednih ćelija i karakterističnoj krutosti materijala. Budući da se pomaci na stranici ekstrapoliraju istim redom kao i osnovna rekonstrukcija, stabilizacijski član opada s odgovarajućim redom točnosti te ne narušava formalni red metode.

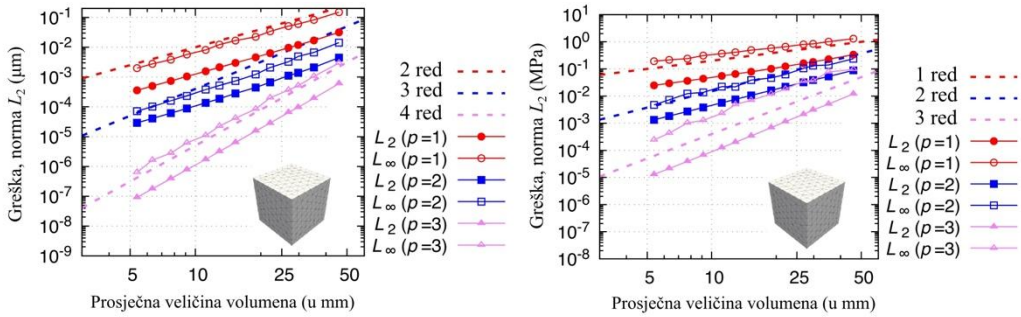
Nakon prostorne diskretizacije sustav se zapisuje u rezidualnom obliku $R(u)=0$. U Newtonovoj iteraciji potrebno je riješiti linearni sustav $J\,\delta u = -R$, gdje je J Jacobijan reziduala. U JFNK pristupu Jacobijan se ne sastavlja eksplicitno. Krylovljevom postupku potreban je samo umnožak Jacobijana i proizvoljnog vektora v. Takav pristup znatno pojednostavnjuje primjenu formulacija višeg reda i nelinearnih konstitutivnih modela jer nije potrebno izvoditi i implementirati puni Jacobijan diskretiziranog sustava. Učinkovitost Krylovljeve metode snažno ovisi o prekondicioniranju. Ovdje se koristi približni Jacobijan dobiven diskretizacijom Laplaceova člana metodom centralnih razlika bez neortogonalne korekcije. Ta je matrica znatno rjeđa od Jacobijana reziduala višeg reda, ali se pokazuje dovoljno dobrom za prekondicioniranje [5, 6]. Nelinearni i linearni sustavi riješeni su pomoću biblioteke PETSc [7].

3 Rezultati

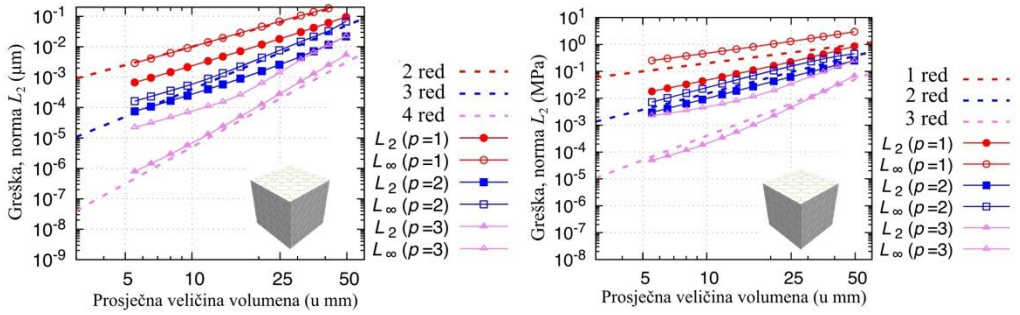
Formalni red metode provjeren je na dvodimenzijskim i trodimenzijskim primjerima korištenjem proračunskih mreža različitih topologija. Pogreška je mjerena normama L_2 i L_∞ za pomak i ekvivalentno von Misesovo naprezanje, slika 2 i slika 3. Za naprezanje su u svim slučajevima dobiveni očekivani redovi konvergencije: približno prvi za linearnu raspodjelu pomaka, drugi za kvadratnu i treći za kubičnu raspodjelu pomaka. Kod linearne raspodjele postiže se drugi red točnosti pomaka, a za kubičnu raspodjelu četvrti red točnosti. Za kvadratnu raspodjelu profinjavanje mreže rezultira smanjenjem reda konvergencije s očekivanog trećeg na približno drugi red, pri čemu je apsolutna pogreška i dalje otprilike red veličine manja od one pri linearnoj raspodjeli. Ovakvo ponašanje shema neparnog reda uočili su i drugi autori, no jednoznačno objašnjenje još nije dano.

Za procjenu učinkovitosti uspoređena je pogreška s ukupnim vremenom izvršavanja, slika 4. Dobivena učinkovitost je uspoređena sa ponašanjem standardnih rješavača drugog reda točnosti koji se baziraju na segregatnom ($S4F_{SEG}$) i JFNK pristupu ($S4F_{JFNK}$). Na grubim mrežama formulacije drugog reda mogu biti povoljnije, ali s povećanjem zahtijevane točnosti prednost višeg reda postaje izraženija. Za sve tipove mreža shema s kubičnom raspodjelom pomaka

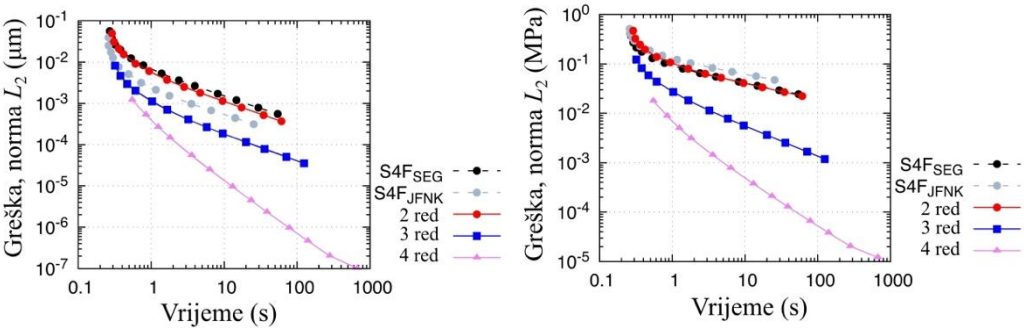
pokazuje jasnu prednost nakon dovoljnog proguščenja mreže: iza točke presijecanja krivulja, sheme višeg reda dosežu razine točnosti koje shemama nižeg reda nisu dostupne u prihvatljivom vremenu. Tetraedarske mreže pokazale su se najpovoljnijima jer zahtijevaju najmanji broj točaka integracije po stranici, dok kod poliedarskih mreža veći broj stranica po ćeliji povećava trošak integracije. Analiza memorijskih zahtjeva pokazuje iste trendove.



Slika 2. Konvergencija normi L_2 i L_∞ pogreške pomaka (lijevo) i naprezanja (desno) na nestrukturiranoj tetraedarskoj mreži.



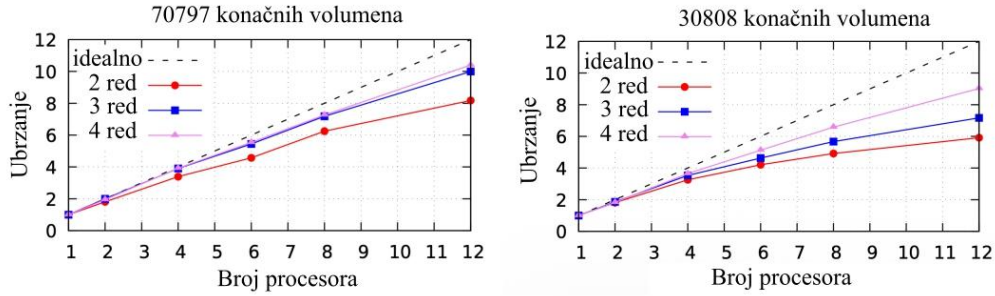
Slika 3. Konvergencija normi L_2 i L_∞ pogreške pomaka (lijevo) i naprezanja (desno) na strukturiranoj poliedarskoj mreži.



Slika 4. Odnos norme L_2 pomaka (lijevo) i naprezanja (desno) naspram računalnog vremena. Rezultati dobiveni na strukturiranoj tetraedarskoj mreži.

Usporedba kompaktne približne Jacobijeve matrice s gotovo točnom, znatno gušćom matricom pokazala je da potonja na linearno elastičnom primjeru smanjuje vrijeme izvođenja za približno 10-15 % pri kvadratnoj i 20-25 % pri kubičnoj raspodjeli pomaka. Kompaktna približna matrica ostaje pouzdan opći izbor jer za nelinearne materijalne modele često teško izvesti točnu Jacobijevu matricu.

Na slici 5 prikazano je ubrzanje paralelnog proračuna za mreže s 70 797 i 30 808 konačnih volumena, pri čemu je korišteno do 12 procesora. Rezultati pokazuju vrlo dobro skaliranje, osobito dok broj konačnih volumena po procesoru ostaje reda veličine 10 000, kada je paralelna učinkovitost visoka, a ubrzanje blisko idealnom. Daljnjim povećanjem broja procesora, odnosno smanjenjem broja konačnih volumena po procesoru, učinkovitost postupno opada jer komunikacija između procesora zauzima sve veći udio ukupnog vremena izvođenja. Takvo je ponašanje očekivano, a unatoč povećanim komunikacijskim zahtjevima, dobiveni rezultati pokazuju vrlo dobra svojstva paralelnog skaliranja razvijene metode.



Slika 5. Ubrzanje pri računanju na više procesora za slučaj mreže od 70797 (lijevo) i za slučaj 30808 konačnih volumena (desno).

4 Zaključak

Prikazana je metoda konačnih volumena višeg reda točnosti za probleme mehanike deformabilnih tijela, u kombinaciji s Newton–Krylovljevim postupkom rješavanja bez eksplicitnog formiranja Jacobijeve matrice. Treći i četvrti red točnosti postižu se Gaussovom integracijom i rekonstrukcijom gradijenta metodom lokalne regresije, uz primjenu α-stabilizacije za prigušivanje numeričkih oscilacija. Pokazano je da približna Jacobijeva matrica s kompaktnom proračunskom molekulom, izvedena iz diskretizacije drugog reda, ostaje djelotvorna matrica za prekondicioniranje i kada se rezidual računa diskretizacijom višeg reda.

Prikazana metoda pokazuje robusno ponašanje za linearne i nelinearne probleme na strukturiranim i nestrukturiranim mrežama. Glavni izazov predstavlja loša uvjetovanost lokalne regresije na strukturiranim mrežama, koja se može ublažiti povećanjem proračunske molekule. Buduća istraživanja bit će usmjerena na tretman zakrivljenih rubova, daljnje povećanje računalne učinkovitosti te primjenu razvijene metode u proračunima interakcije fluida i deformabilne stijenke. Dobiveni rezultati potvrđuju da kombinacija diskretizacije višeg reda i Newton–Krylovljeva postupka predstavlja obećavajući smjer daljnjeg razvoja metode konačnih volumena u računalnoj mehanici deformabilnih tijela.

Literatura

[1] Cardiff, P. i Demirdžić, I.; Thirty years of the finite volume method for solid mechanics; Archives of Computational Methods in Engineering; 2021; 28; 3721–3780.
[2] Demirdžić, I.; A fourth-order finite volume method for structural analysis; Applied Mathematical Modelling; 2016; 40; 3104–3114.
[3] Castrillo, P., Schillaci, E. i Rigola, J.; High-order cell-centered finite volume method for solid dynamics on unstructured meshes; Computers & Structures; 2024; 295; 107288.
[4] Cardiff, P., Batistić, I. i Tuković, Ž.; solids4foam: A toolbox for performing solid mechanics and fluid-solid interaction simulations in OpenFOAM; Journal of Open Source Software; 2025; 10; 7407.
[5] Cardiff, P., Armfield, D., Tuković, Ž. i Batistić, I.; A Jacobian-free Newton-Krylov method for cell-centred finite volume solid mechanics; International Journal for Numerical Methods in Engineering; 2026; 127; e70268.
[6] Batistić, I., Castrillo, P. i Cardiff, P.; High-order cell-centred finite-volume solid mechanics using a Jacobian-free Newton-Krylov method; Journal of Computational Physics; 2026; 563; 115056.
[7] Balay, S., Abhyankar, S., Adams M.F., Brown J., Brune P., Buschelman K., Dalcin L., Eijkhout V., Gropp W.D., Kaushik D., Knepley M.G., McInnes L.C., Rupp K., Smith B.F., Zampini S., Zhang H.; PETSc; Web page; 2015; http://www.mcs.anl.gov/petsc

Numeričko-eksperimentalna evaluacija inovativnog sustava na zaključavanje za liječenje Pauwels tip III prijeloma vrata bedrene kosti

Besedić, P.[1], Kodvanj, J.[2] i Sabalić, S.[3]

Sažetak
Ova studija se bavila procjenom biomehaničke stabilnosti osteosinteze primjenom novog FEMLOCK implantata, koji se sastoji od pločice i vijaka na zaključavanje, te usporedbom sa standardnom metodom fiksacije prijeloma vrata bedrene kosti tipa III prema Pauwelsu, koja uključuje tri kanulirana vijka postavljena u konfiguraciji obrnutog trokuta. Numeričke simulacije metodom konačnih elemenata (MKE) korištene su za optimizaciju implantata, nakon čega su provedena statička i ciklička eksperimentalna ispitivanja uz beskontaktno optičko mjerenje pomaka sustavom Aramis. Sustav FEMLOCK pokazao je značajno veću biomehaničku stabilnost, osobito pri cikličkom opterećenju, što upućuje na mogućnost smanjenja učestalosti postoperativnih komplikacija i poboljšanja funkcionalnih ishoda. Zaštita intelektualnog vlasništva osigurana je registracijom četiri industrijska dizajna za pločicu i vijke te registracijom žiga. Ovaj rad financiran je sredstvima Europske unije (NextGenerationEU) u okviru Nacionalnog plana oporavka i otpornosti 2021.–2026. (NPOO), putem institucionalnog projekta UNIZAG FSB-a „Određivanje geometrije personaliziranih medicinskih implantata“, odobrenog od strane Ministarstva znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske (komponenta C3.2, izvor financiranja 581), te Hrvatske zaklade za znanost. Rad je također financiran u okviru projekta FEMLOCK – „Razvoj novog implantata za osteosintezu prijeloma vrata bedrene kosti“, financiranog sredstvima Europske unije (NextGenerationEU) u okviru Nacionalnog plana oporavka i otpornosti 2021.–2026. (NPOO), ugovor broj NPOO.C3.2.R3-I1.02.0035.

Ključne riječi: prijelom vrata bedrene kosti, metoda konačnih elemenata, eksperimentalna biomehanika, intelektualno vlasništvo

[1] **Dr. sc. Petra Besedić, univ. mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: petra.besedic@fsb.unizg.hr
[2] **Prof. dr. sc. Janoš Kodvanj, dipl. ing. stroj.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: janos.kodvanj@fsb.unizg.hr
[3] **Izv. prof. dr. sc. Srećko Sabalić, dr. med.**, Klinika za traumatologiju, Klinički bolnički centar Sestre milosrdnice, Vinogradska cesta 29, 10000 Zagreb, e-mail: ssabalic@gmail.com

1 Uvod

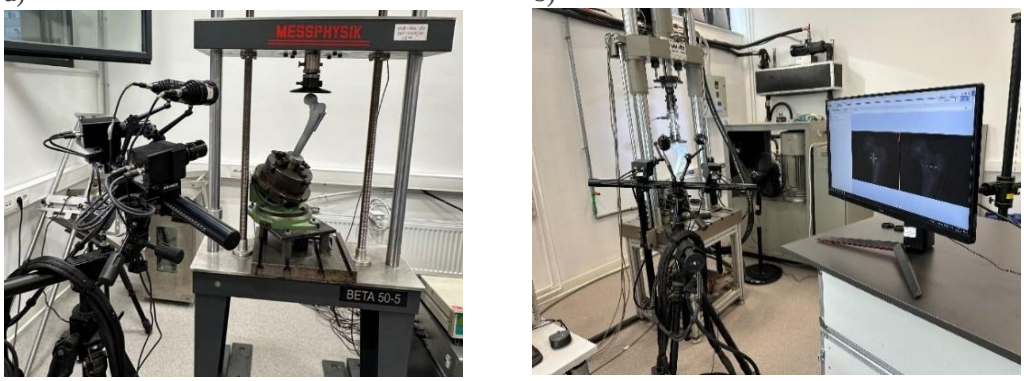
Prijelomi vrata bedrene kosti predstavljaju značajan klinički izazov zbog svoje visoke učestalosti i ozbiljnih postoperativnih komplikacija. Zajedno s pertrohanternim prijelomima čine više od 90 % prijeloma proksimalnog dijela bedrene kosti [1]. Vertikalno orijentirani prijelomi tipa III prema Pauwelsu biomehanički su nestabilni jer strma linija prijeloma generira dominantne sile smicanja, čime se povećava rizik od nesrastanja prijeloma, neuspjeha fiksacije i avaskularne nekroze (AVN).

U mlađih bolesnika unutarnja fiksacija i dalje predstavlja preferiranu metodu liječenja s ciljem očuvanja glave bedrene kosti, no optimalna metoda osteosinteze još uvijek nije univerzalno prihvaćena. Cilj ovog istraživanja bio je od početka osmisliti i razviti novi implantat za fiksaciju (FEMLOCK), procijeniti njegovu biomehaničku stabilnost primjenom simulacija metodom konačnih elemenata i eksperimentalnim ispitivanjima u usporedbi s konvencionalnom fiksacijom pomoću tri kanulirana vijka te osigurati zaštitu njegova intelektualnog vlasništva. Stoga je cilj ovog rada usporedba biomehaničke stabilnosti ispitnog FEMLOCK modela s kontrolnim modelom sustava tri kanulirana vijka u konfiguraciji obrnutog trokuta.

2 Metodologija

Metodologija istraživanja obuhvaćala je numeričku optimizaciju dizajna i eksperimentalnu biomehaničku validaciju. FEMLOCK implantat dizajniran je na temelju podataka dobivenih iterativnim simulacijama metodom konačnih elemenata u programskom paketu Abaqus (Dassault Systèmes, Francuska), pri čemu je naglasak bio na odabiru biomehanički superiorne geometrije poprečnog presjeka vijka i optimalnog rasporeda vijaka s ciljem poboljšanja stabilnosti osteosinteze kod prijeloma vrata bedrene kosti tipa III prema Pauwelsu. Na temelju rezultata simulacija, u programskom paketu SolidWorks (Dassault Systèmes, Francuska) izrađen je konačni dizajn implantata, koji je potom proizveden i ispitan na kompozitnim modelima bedrenih kostiju četvrte generacije (Sawbones®). Sveukupno je eksperimentalno testirano 26 modela.

a) b)



Slika 1. a) FEMLOCK model pri statičkom ispitivanju, b) FEMLOCK model pri cikličkom ispitivanju sniman beskontaktnim optičkim sustavom Aramis

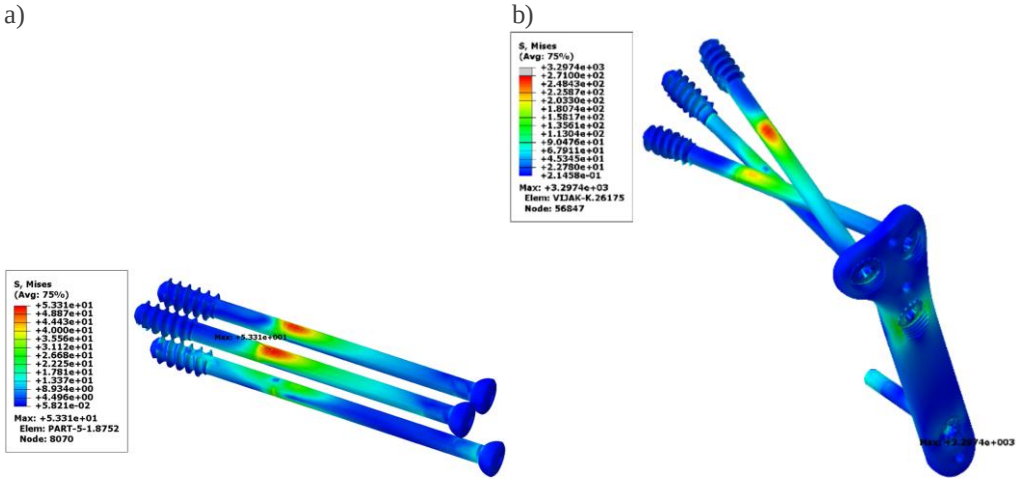
Na slici 1. a) prikazan je FEMLOCK model pri statičkom ispitivanju. Korištena je kidalica Beta 50-5 (Messphysik, Austrija), a pomaci tijekom ispitivanja mjereni su samim uređajem i beskontaktno optičkim mjernim sustavom Aramis. Svaki kontrolni i ispitni uzorak, te jedan intaktni, postavljen je u pomičnu kutnu stegu s kutom od 25°. Za aksijalno tlačno opterećivanje uzoraka korištena je tlačna ploča, a ispitivanje je provedeno sa senzorom sile od 50 kN i brzinom kontinuiranog tlačnog aksijalnog opterećenja od 2 mm/min. Maksimalna sila kod svakog uzorka definirana je kao sila prvog popuštanja u dijagramu *sila – pomak*.

Na slici 1. b) prikazan je FEMLOCK model pri cikličkom ispitivanju. Korištena je servohidraulička umaralica LFV-50-HH (Walter Bai, Švicarska) sa senzorom sile od 6,3 kN i optičkim mjernim sustavom Aramis. Tijekom aksijalnog tlačnog ispitivanja uzorci su opterećivani brzinom od 2 mm/s. Minimalna sila iznosila je 120 N, a maksimalna 1200 N. Broj ciklusa opterećenja za sve modele je iznosio 10 000, što odgovara razdoblju od otprilike 4 do 6 tjedana koje je nužno za cijeljenje prijeloma u području vrata bedrene kosti.

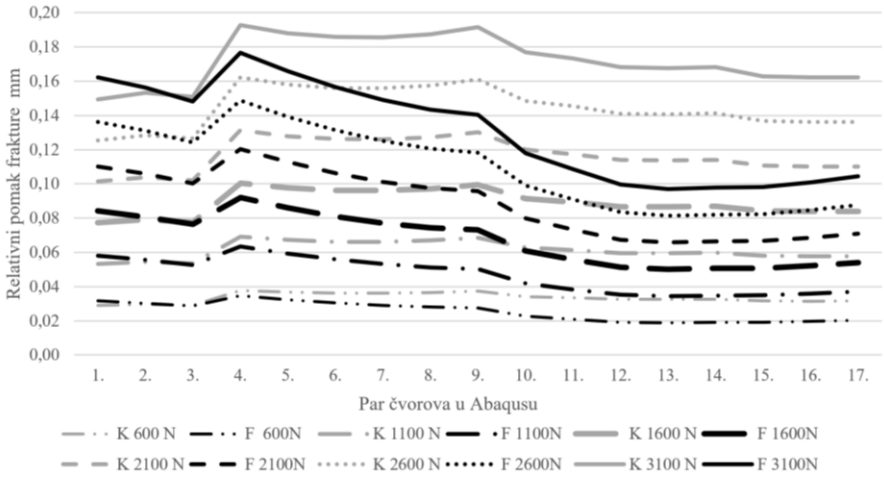
3 Rezultati

MKE analiza pokazala je da je konfiguracija vijaka u obliku slova X („*X-crossed*“) osigurala najpovoljniju biomehaničku stabilnost među analiziranim rasporedima, osobito u pogledu pomaka glave bedrene kosti i raspodjele naprezanja. Simulacije različitih geometrija vijaka pokazale su da je poprečni presjek P3G ostvario optimalno poboljšanje stabilnosti u usporedbi s konvencionalnim vijcima kružnog poprečnog presjeka. FEMLOCK model pokazao je manji relativni pomak na mjestu prijeloma u usporedbi s kontrolnim modelom u numeričkim simulacijama (slika 2).

Slika 3 prikazuje relativne pomake na mjestu prijeloma za oba modela pri različitim uvjetima opterećenja, mjerene između parova čvorova smještenih na mjestu prijeloma u modelima izrađenima u programskom paketu Abaqus.



Slika 3. MKE analiza za opterećenje od 600 N za: a) kontrolni model; b) FEMLOCK (ispitni) model

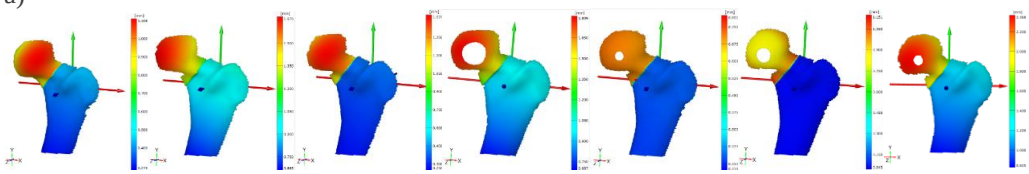


Slika 3. Relativni pomak frakture kod ispitnog FEMLOCK (F) i kontrolnog (K) numeričkog modela uslijed različitih opterećenja

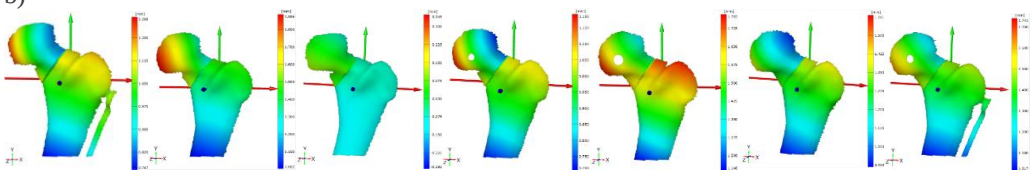
Eksperimentalni rezultati potvrdili su superiornost FEMLOCK sustava: pri statičkom ispitivanju prosječna krutost modela s FEMLOCK sustavom iznosila je 791,6 N/mm, u usporedbi s 623,5 N/mm kod kontrolnih modela. Krutost modela s prijelomom u kontrolnoj skupini iznosila je 37,4 % krutosti intaktnog modela, dok je krutost ispitnog modela iznosila 47,4 % krutosti intaktnog modela, čija je krutost iznosila 1669 N/mm.

Pri cikličkom ispitivanju kontrolna je skupina ostvarila krutost od 708 N/mm (slika 4. a), dok su modeli s FEMLOCK sustavom postigli prosječnu krutost od 1049 N/mm (slika 4. b), što potvrđuje značajno poboljšanu stabilnost pri ponavljanom opterećenju. U usporedbi s intaktnim modelom, čija je krutost iznosila 1872,6 N/mm (slika 4. c), krutost modela s prijelomom u kontrolnoj skupini iznosila je 35,6 % krutosti intaktnog modela, dok je krutost ispitnog modela iznosila 84,1 % krutosti intaktnog modela.

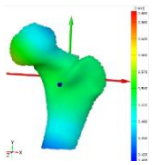
a)



b)

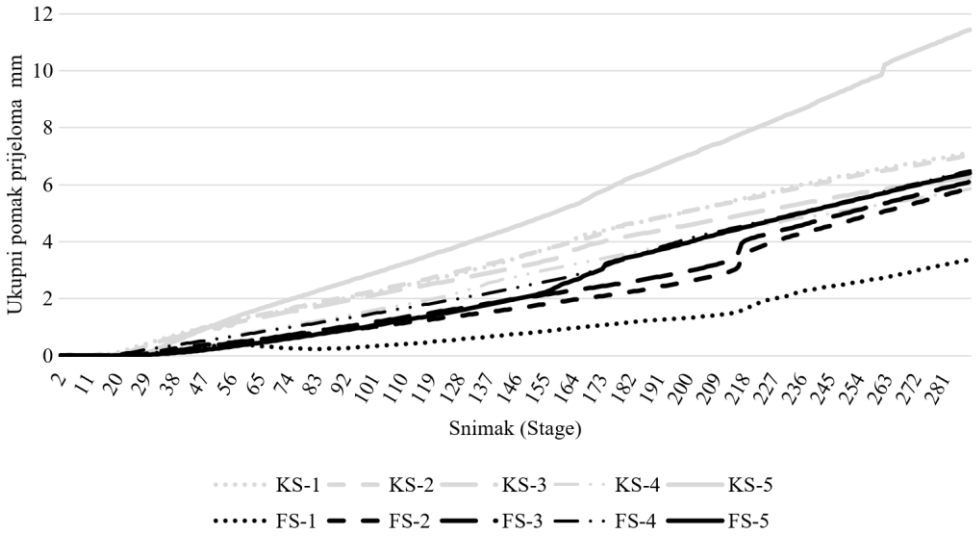


c)



Slika 4. Rezultantno polje pomaka uslijed cikličkog opterećenja za: a) FEMLOCK modele, b) kontrolne modele, c) intaktni model

Slika 5 prikazuje rezultantni relativni pomak na mjestu prijeloma, dobiven kao rezultanta pomaka u sve tri osi, za sve FEMLOCK (FS) i kontrolne (KS) uzorke, dok su u tablici 1 prikazane vrijednosti rezultantnog relativnog pomaka na mjestu prijeloma za sve uzorke. Uzorci su prošli različit broj faza ispitivanja, pri čemu 288 predstavlja najmanji zajednički broj dosegnutih faza. Slika 6 prikazuje definiciju rezultantnog relativnog pomaka na mjestu prijeloma (ΔL) na uzorku FS-1. Slika 7 prikazuje prosječne vrijednosti krutosti svih modela tijekom 10 000 ciklusa opterećenja.

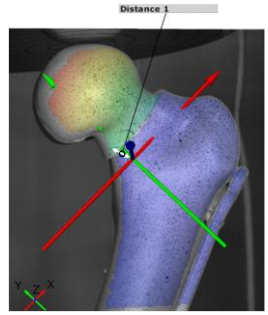


Slika 5. Promjena rezultantnog relativnog pomaka loma tijekom statičkog ispitivanja za sve testirane modele

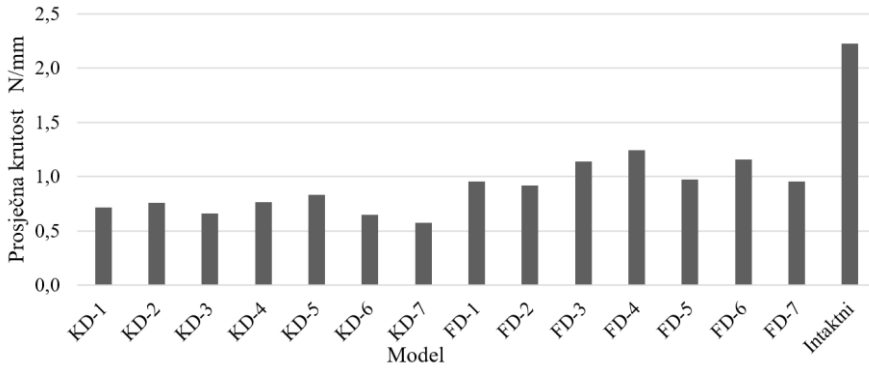
Tablica 1. Rezultantni pomak loma u 288. snimku za sve statički testirane modele

Model	**KS-1**	**KS-2**	**KS-3**	**KS-4**	**KS-5**	**FS-1**	**FS-2**	**FS-3**	**FS-4**	**FS-5**
ΔL mm	7,152	7,028	6,273	5,857	11,446	3,389	5,882	6,105	6,489	6,420
PV	7,551 mm					5,657 mm				
SD	2,005 mm					1,115 mm				

Bilješka: PV – prosječna vrijednost; SD – standardna devijacija



Slika 6. Definicija rezultantnog relativnog pomaka loma (ΔL) na uzorku FS-1



Slika 7. Prosječne krutosti za FEMLOCK (FD), kontrolni (KD) i intaktni model za 10 000 ciklusa opterećenja

4 Diskusija i zaključak

Statistička analiza vrijednosti krutosti dobivenih statičkim ispitivanjem pokazala je značajnu razliku između testnih i kontrolnih modela (p = 0,008). Međutim, statistička analiza ukupnog pomaka mjesta prijeloma tijekom statičkog ispitivanja nije pokazala značajnu razliku između testne i kontrolne skupine (p = 0,222). Što se tiče cikličkog ispitivanja, statistička analiza ukupnog pomaka mjesta prijeloma pokazala je značajnu razliku između testnih i kontrolnih modela (p = 0,001). Pomak tijekom cikličkog opterećenja pokazao je da su testni modeli pokazali mehaničko ponašanje bliže intaktnom femuru u usporedbi s kontrolnim. Na temelju svih ispitivanja, FEMLOCK je demonstrirao bolje biomehaničke performanse u usporedbi s konvencionalnim kontrolnim modelom s tri vijka. Razvijeni implantat zaštićen je putem četiri registrirana industrijska dizajna pri EUIPO-u i jednim zaštitnim znakom (*trademark*).

Literatura

[1] H. C. Bäcker, C. H. Wu, M. Maniglio, S. Wittekindt, S. Hardt, and C. Perka. Epidemiology of proximal femoral fractures. J. Clin. Orthop. Trauma, 12(1), 2021.

Numerička analiza utjecaja kavitacije na značajke mlaza goriva u dizelskim motorima

Bulum, K.[1], Cukrov, A.[2] , Mudrinić, S.[3]

Sažetak
Kavitacija je složena dvofazna pojava koja bitno mijenja sliku strujanja i predstavlja ključan čimbenik u radu mlaznica dizelskih motora. Cilj ovog rada bio je numerički opisati nastanak kavitacije te utvrditi njezin utjecaj na proces izgaranja goriva. U radu su najprije izloženi fizikalni uzroci nastanka kavitacije te definirani izrazi za proračun koeficijenta istjecanja, brzine i masenog protoka na mjestu suženja, kao i kavitacijskih brojeva CN i σ. Numerički proračun proveden je u Ansys Fluent-u uz primjenu Zwart – Gerber – Belamri modela kavitacije, a rezultati validacijskog slučaja pokazali su dovoljno mala odstupanja u odnosu na teorijski proračun, čime je potvrđena primjenjivost odabranog modela. Model je potom primijenjen na mlaznicu common-rail brizgaljke Denso 7H150 pri tlaku ubrizgavanja od 845 bar i trima vrijednostima protutlaka u cilindru, 40, 60 i 80 bar. Potvrđen je nastanak kavitacije na ulaznom bridu izlaznog otvora, pri čemu se volumni udio parne faze na izlazu smanjio s 10,7 % na 6,7 % porastom protutlaka, dok je koeficijent istjecanja ostao gotovo nepromijenjen, u rasponu od 0,735 do 0,740. Iz dobivenih rezultata analitički su procijenjene značajke mlaza; kut mlaza raste s 15,2° na 19,6°, a prodor mlaza smanjuje se s 57,9 mm na 50,3 mm. Rezultati pokazuju da utjecaj protutlaka na raspršivanje goriva proizlazi iz dvaju mehanizama koji djeluju u suprotnim smjerovima: aerodinamički raspad mlaza pri višem tlaku u cilindru jača, dok kavitacijski doprinos istovremeno slabi. Doprinos kavitacije raspršivanju stoga je najizraženiji pri nižim tlakovima u cilindru, odnosno u režimima u kojima je aerodinamički raspad najslabiji.

Ključne riječi: kavitacija, mlaznica dizel motora, koeficijent istjecanja, kavitacijski broj, izgaranje goriva

[1] **univ. bacc. ing. mech. Karlo Bulum, student**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za termodinamiku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: karlo.bulum17@gmail.com
[2] **dr. sc. Alen Cukrov, viši asistent**, Sveučilište u Zagrebu , Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za termodinamiku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: alen.cukrov@fsb.hr
[3] **Prof. dr. sc. Saša Mudrinić, docent**, Sveučilište u Zagrebu , Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za termodinamiku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: sasa.mudrinic@fsb.hr

1 Uvod

Sustavi protoka u raznim postrojenjima, primjerice u naftnoj industriji izloženi su ekstremnim uvjetima u pogledu temperature i pritiska što uzrokuje stvaranje višefaznih strujanja. Jedno takvo višefazno strujanje je fenomen kavitacije. Ovaj uvelike ispitivani fenomen predstavlja veliki izazov pri projektiranju strujnih sustava jer kavitacija sa sobom donosi popratne nuspojave koje mogu značajno oštetiti komponente sustava poput ventila, pumpi i slično. Najpoznatija takva pojava naziva se erozija, a nastaje zbog implozije mjehurića parne faze neposredno blizu čvrstog materijala čime dolazi do degradacije materijala. Nemogućnost prevencije ovih problema može dovesti do velikih katastrofa te posljedica po ekonomiju, prirodu i životno okruženje. Međutim u okviru ovog rada se nismo fokusirali na štetne posljedice kavitacije, umjesto toga fokus je stavljen na benefite koje možemo ostvariti ukoliko fenomen kavitacije kontroliramo. Čovjek je iskoristio fenomen kavitacije u više životnih sfera te stoga pronalazimo nekoliko benefita i načina kako kavitacija u kontroliranim uvjetima može biti korisna. Neki od tih primjera su kavitacijsko sačmarenje, kavitacijski vodeni mlaz, kavitacijski reaktori te poboljšano izgaranje goriva potpomognuto kavitacijom što ujedno predstavlja i temu ovog rada.

1.1 Teorija kavitacije

Fenomen kavitacije prvi put je zabilježen od strane znanstvenika Johna Rayleigha koji je primijetio kavitaciju u riječnim tokovima. Kavitacija nastaje u trenutku kada vrijednost tlaka kapljevine postane jednaka ili niža od vrijednosti tlaka zasićenja. Karakteristična je pojava na mjestima poput usisa u pumpu ili općenito gdje dolazi do velikog sniženja tlaka. Nakon što tlak ponovno naraste na vrijedost veću od vrijednosti tlaka zasićenja, mjehurići parne fazne brzo implodiraju te se tekuća faza koja ih okružuje, velikim brzinama slije u te praznine time izazivajući eroziju okolnog materijala koja je praćena vibracijama i bukom. Uzrok značajnog sniženja tlaka objašnjava se Bernoullijevom jednadžbom, koja proizlazi iz zakona očuvanja energije primijenjenog na idealan fluid u brm toku:

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z = konst.$$

Kako bi Bernoullijeva jednadžba ostala zadovoljena, na mjestima s velikim brzinama strujanja, primjerice ulaza u pumpu, dolazi do značajnog pada tlaka te uvjeta za nastanak kavitacije.

2 Analiza pojave kavitacije za ploču s otvorom

2.1 Matematički model

U ovom poglavlju opisan je razvijeni model te navedene najbitnije jednadžbe za promatranje procesa kavitacije. Promatrano je stacionarno strujanje Newtonovskog fluida tj. vode kroz cijev koja sadrži naglo suženje. Strujanje se modelira kao dvofazno, pri čemu tekućoj fazi dodjeljujemo indeks *l,* a parnoj fazi indeks *v.* Volumni udjeli prikazani su jednadžbom:

$$\alpha_l + \alpha_v = 1$$

Faktor istjecanja predstavlja bezdimenzijski broj koji pokazuje odnos stvarnog protoka kroz otvor i idealnog protoka izračunatog iz Bernoullijeve jednadžbe bez gubitka.

$$C_D = \frac{\dot{m}}{A\sqrt{2\rho(p_1 - p_2)}}$$

S obzirom da u teorijskom rješenju nije poznat maseni protok $\dot{m}$ do faktora istjecanja se u okviru ovog rada došlo pomoću empirijskog izraza:

$$C_D = 0{,}5542 + 0{,}5626\beta - 1{,}652\beta^2 + 1{,}68\beta^3$$

gdje β predstavlja omjer promjera otvora d i promjera cijevi D.

$$\beta = \frac{d}{D} = 0{,}347826$$

Ovaj empirijski polinom predstavlja dobru aproksimaciju faktora istjecanja. Faktor istjecanja tako ovisi samo o geometriji te je dobiven na temelju eksperimentalnih mjerenja za oštre orifice ploče. Bitno je istaknuti kako navedeni izraz vrijedi isključivo za visoke vrijednosti Reynoldsovog broja i razvijeni turbulentni režim strujanja. Drugim riječima što više idemo ka nižim vrijednostima Reynoldsovog broja, matematički model će sve više odstupati od numeričkog modela.

$$C_D = 0{,}5542 + 0{,}5626 \times 0{,}347826 - 1{,}6520{,}347826^2 + 1{,}680{,}347826^3$$

$$C_D = 0{,}62072$$

Kritična brzina kroz otvor predstavlja maksimalnu vrijednost brzine pri kojoj je strujanje još uvijek jednofazno što znači da bi daljnje snižavanje tlaka iniciralo kavitaciju.

$$v_c = C_D \times \sqrt{\frac{2(p_1 - p_v)}{\rho \times (1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2)}} = 27{,}94 \text{ m/s}$$

Kavitacijski broj je bezdimenzijski parametar koji se koristi pri procjeni sklonosti pojave kavitacije u strujanju fluida. Što je kavitacijski broj σ manji, to je strujanje sklonije kavitaciji.

$$\sigma = \frac{p_1 - p_v}{\frac{1}{2}\rho v_1^2} = 163$$

Također, drugi način računanja sklonosti pojave kavitacije provodi se pomoću izraza:

$$C_N = \frac{p_1 - p_v}{p_1 - p_2} = 1{,}101$$

Kod nižih vrijednosti $C_N \approx 1$, nastupa kavitacija jer se ostvaruju uvjeti gdje lokalni tlak pada na tlak zasićenja fluida.

2.2 Numerički model

Za numerički proračun odabrana je ploča sa suženim otvorom kao geometrija relevantna za analizu kavitacije. Geometrija, mreža i simulacija izrađene su u programskom paketu Ansys. Korištena je uniformna mreža sitne gustoće, uz dodatno usitnjavanje uz stijenku zbog graničnog sloja.
Zadani su rubni uvjeti inlet, outlet i symmetry. Na ulazu i izlazu postavljen je konstantan tlak, pri čemu izlazni tlak odgovara stvarnom tlaku na izlazu iz domene kako bi se izbjegli umjetni povratni utjecaji. Uvjet simetrije iskorištava geometrijsku i strujnu simetriju domene, pa je modelirana samo polovica sustava, čime se znatno smanjuje računsko opterećenje. Za opis kavitacije odabran je model višefaznog strujanja, i to model mješavine (*eng. mixture*) uz koncept brzine klizanja (*eng. slip velocity*), koji definira relativnu brzinu parnih mjehurića u odnosu na tekućinu i daje realniji prikaz interakcije faza. Pretpostavlja se jednak tlak za obje faze, pri čemu se rješava jedan skup jednadžbi kontinuiteta i količine gibanja za smjesu uz dodatak algebarske relacije za relativnu brzinu faza (klizanje), te zasebna jednadžba za volumni udio pare. Voda je postavljena kao primarna, a para kao sekundarna faza, s pripadajućim vrijednostima gustoće i viskoznosti. Bez ovog modela faze bi se tretirale odvojeno i ne bi bilo moguće opisati nastajanje ni urušavanje mjehurića.

2.2.1 Zwart – Gerber – Belamri model kavitacije

Modeli kavitacije temelje se na prijenosu mase odnosno na pojednostavljenoj verziji Rayleigh – Plessetove jednadžbe kako bi se opisalo stvaranje i urušavanje mjehurića. Dinamika mjehurića izražena je pomoću radijusa mjehurića (R_B) na sljedeći način:

$$\frac{dR_B}{dt} = \sqrt{\frac{2(p_v - p_\infty)}{3\rho_l}}$$

gdje p_∞ predstavlja tlak dalekog polja.

2.2.3 Rubni uvjeti

Zadani su rubni uvjeti koji omogućavaju sigurnu pojavu kavitacije u suženju te su prilagođeni i matematičkom modelu tako da je moguće usporediti ta dva pristupa. S obzirom da je izabran rješavač temeljen na korekciji jednadžbe tlaka, rubni uvjeti su definirani prema tom pristupu te su na ulaz i izlaz iz domene zadane vrijednosti tlaka. Na ulaz je zadana vrijednosti tlaka od 1000000Pa uz intenzitet turbulencije 2%. Na izlazu je definirana vrijednost tlaka 95000Pa te su turbulentne veličine, kinetička energija turbulencije k te brzina disipacije kinetičke energije,

postavljene na zadanu vrijednost. Također smo na osi simetrije postavili rubni uvjet simetrije (eng. Symmetry) kako bismo mogli definirati strujanje u cijeloj domeni.

2.3. Rezultati

Riješenje je konvergiralo u 2330 iteracija te su u nastavku tablično prikazani rezultati numeričkog rješenja i njegova usporedba s analitičkim rješenjem.

Tablica 1. Usporedba analitičkog i numeričkog rješenja

Parametar	C_D	V_c [m/s]	C_N	σ
Analitički	0,62072	27,94	1,101	163
Numerički	0,685	33,4	1,1018	154,6
Odstupanje	9,38%	16,34%	0,072%	5,43%

3 Analiza kavitacije u mlaznici dizel motora

Nakon validacije numeričkog modela na ploči s otvorom, rad se usmjerava na kavitaciju u mlaznici Diesel motora. Budući da isparavanje, a time i izgaranje, ovisi o finoći raspršivanja, kavitacija ovdje djeluje korisno: mjehurići implodiraju nekoliko promjera otvora nizvodno i odmah pokreću raspad mlaza, povećavaju turbulenciju te smanjenjem efektivnog presjeka ubrzavaju istjecanje goriva. Učinak je ograničen — premosti li parna kaverna cijeli izlazni presjek, raspršivanje se pogoršava. Stoga se prate kavitacijski broj, koeficijent istjecanja, efektivni presjek i kut raspršivanja, uz tlak u komori kao promjenjivi parametar.

3.1. Parametri brizgaljke

U ovom radu korištena je Denso 7H150 solenoidna common rail brizgaljka. Ovakvu brizgaljku karakterizira 7 otvora postavljenih osnosimetrično, sa promjerom otvora 0,15mm te njegovom duljinom od 0,76mm, a os otvora postavljena je pod kutem od 75 stupnjeva u odnosu na os brizgaljke. Radna točka okarakterizirana je tlakom ubrizgavanja od 845 bar-a, protutlakom u cilindru od 60 bar-a te karakteristikama motora od 1700min^{-1} i 110Nm okretnog momenta.

3.2. Numerički model

U radu je promatrana kavitacija na samo jednom otvoru brizgaljke, modeliranom u Ansys SpaceClaimu kao dvodimenzijska geometrija s prethodno navedenim dimenzijama. Mreža je izrađena u Ansys Meshu kao uniformna, uz dodatne slojeve uz stijenku (*inflation layers*) radi boljeg opisa pojave parne faze. Geometrija i mreža prenesene su u Ansys rješavač, gdje je postavljen numerički model sličan prethodno opisanome.
Rubni uvjeti na ulazu i izlazu odgovaraju parametrima brizgaljke: na ulazu je zadan tlak ubrizgavanja od 845 bar, dok je izlazni tlak variran između 40 i 80 bar radi pronalaska optimalnih parametara ubrizgavanja. Korišten je prethodno opisani Zwart–Gerber–Belamri model kavitacije, uz *realizable* model turbulencije s poboljšanim tretmanom stijenke (*enhanced wall treatment*). Simulacija je provedena za sva tri slučaja protutlaka, a rješenje je konvergiralo u 1450 iteracija.

Uspoređivani su udio parne faze, efektivni promjer, koeficijent istjecanja, brzina goriva kroz mlaznicu, kut raspršivanja i prodor mlaza. Budući da kut raspršivanja i prodor mlaza nisu parametri same mlaznice nego se javljaju tek u cilindru, izračunati su prema odgovarajućim korelacijama iz poznatih parametara mlaznice — kut mlaza prema Reitz–Braccovu modelu, a prodor mlaza S prema izrazima Hiroyasua i Araija za vrijeme prije i nakon raspada.

3.3. Rezultati

Riješenje je konvergiralo u 1450 iteracija te je u nastavku prikazana usporedba rezultata uz variranje protutlaka od 40 do 80 bara.

Tablica 2. Usporedba rezultata

Parametar	P_2 [bar]	C_D	V_c [m/s]	V_p [%]	ϑ [°]	S [mm]
	40	0,735	362,2	10,7	15,2	57,9
	60	0,736	355,7	8,8	17,7	53,4
	80	0,74	348,62	6,7	19,6	50,3

4. Zaključak

U radu je numerički analizirana pojava kavitacije unutar mlaznice common-rail brizgaljke dizelskog motora te njezin utjecaj na značajke mlaza goriva. Model je prethodno provjeren na primjeru ploče s otvorom, gdje je slaganje s teorijskim rješenjem potvrdilo primjenjivost Zwart–Gerber–Belamrijeva kavitacijskog modela. Proračun je proveden na brizgaljci Denso 7H150 te je pokazano da se parna kaverna razvija uz gornju stijenku otvora, s izraženom asimetrijom koja proizlazi iz naglog skretanja struje iz sac volumena. Povećanjem protutlaka s 40 na 80 bara volumni udio parne faze smanjio se s 10,7 % na 6,7 %, čime je potvrđeno da veći protutlak potiskuje razvoj kavitacije. Iz rezultata su analitički procijenjene značajke mlaza: kut mlaza raste s 15,2 ° na 19,6 °, dok se prodor smanjuje s 57,9 mm na 50,3 mm, oboje kao posljedica veće gustoće plina unutar cilindra. Glavni zaključak proizlazi iz usporedbe tih trendova — utjecaj protutlaka na raspršivanje rezultat je dvaju mehanizama suprotnog djelovanja: pri višem tlaku jača aerodinamički raspad, dok kavitacijski doprinos slabi i najizraženiji je pri nižim tlakovima u cilindru, gdje je aerodinamički utjecaj najslabiji.
Analiza je provedena dvodimenzijski i u stacionarnom obliku pri punom podizaju igle, a značajke mlaza dobivene su korelacijskim izrazima koji ne sadrže utjecaj kavitacije, pa je proces kavitacije praćen zasebno. Daljnji rad trebao bi obuhvatiti trodimenzijski tranzijentni model s gibanjem igle.

Literatura

[1] Kevorkijan, L.; Biluš, I.; i Lešnik, L.; The Effect of Fuel Quality on Cavitation Phenomena in Common-Rail Diesel Injector — A Numerical Study; Sustainability; 2024.

[2] Lešnik, L.; Kegl, B.; Torres-Jiménez, E.; Cruz-Peragón, F.; Mata, C.; Biluš, I; Effect of the In-Cylinder Back Pressure on the Injection Process and Fuel Flow Characteristics in a Common-Rail Diesel Injector Using GTL Fuel; Energies; 2021; 14; 452.

Karakterizacija promjene plastične anizotropije izratka od nehrđajućeg čelika 316 LSi proizvedenog CMT-WAAM postupkom

Cvitanić, V.[1], Rodrigues, D. M.[2], Andrade, D. G.[3] i Vlak, F.[4]

Sažetak

U radu se razmatra karakterizacija promjene plastične anizotropije izratka od nehrđajućeg čelika 316 LSi proizvedenog CMT-WAAM aditivnim postupkom (**Cold Metal Transfer – Wire Arc Additive Manufacturing**, postupak koji se provodi žicom i električnim lukom s niskim unosom topline). Karakterizacija je provedena na temelju eksperimentalno određenih ovisnosti stvarno naprezanje - stvarna uzdužna plastična deformacija i ovisnosti poprečna - uzdužna stvarna plastična deformacija koje su dobivene u pokusima jednoosnog rastezanja uzoraka orijentacija 0°, 45° i 90° u odnosu na pravac nanošenja materijala. Na temelju Voce - Ludwik aproksimacija ovisnosti naprezanje - deformacija, za svaku ispitivanu orijentaciju, određena je promjena reprezentativnog normaliziranog naprezanja tečenja s napredovanjem uzdužne plastične deformacije. Kao mjera anizotropije plastičnog toka korišten je Lankfordov koeficijent. Ovaj koeficijent razmatran je kao veličina ovisna o plastičnoj deformaciji koja se može odrediti na temelju nagiba aproksimacije dijagrama poprečna - uzdužna plastična deformacija. U tu svrhu određene su optimalne aproksimacije dijagrama deformacija za ispitivane uzorke te je za ispitivane orijentacije određena promjena reprezentativnog Lankfordovog koeficijenta s napredovanjem uzdužne plastične deformacije. Prema dobivenim rezultatima materijal pokazuje određeni stupanj distorzijskog očvršćavanja dok su promjene Lankfordova koeficijenta s napredovanjem plastične deformacije posebno izražene za uzorke orijentacija 0° i 90°.

Ključne riječi: aditivna proizvodnja, CMT-WAAM postupak, čelik 316 LSi, promjena plastične anizotropije, naprezanje tečenja, Lankfordov koeficijent

[1] **dr. sc. Vedrana Cvitanić, redoviti profesor u trajnom izboru**, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, R. Boškovića 32, 21000 Split, e-mail: vcvit@fesb.hr

[2] **PhD Dulce Maria Esteves Rodrigues**, **Associate Professor (University Teacher)**, University of Coimbra, ISISE, ARISE, Department of Mechanical Engineering, Coimbra, Portugal, e-mail: *dulce.rodrigues@dem.uc.pt*

[3] **PhD David Gomes Andrade, Assistant Professor (University Teacher),** University of Aveiro, TEMA – Centre for Mechanical Technology and Automation, Department of Mechanical Engineering, Aveiro, Portugal, e-mail: *david.andrade@ua.pt*

[4] **dr. sc. Frane Vlak, redoviti profesor u trajnom izboru**, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, R. Boškovića 32, 21000 Split, e-mail: fvlak@fesb.hr

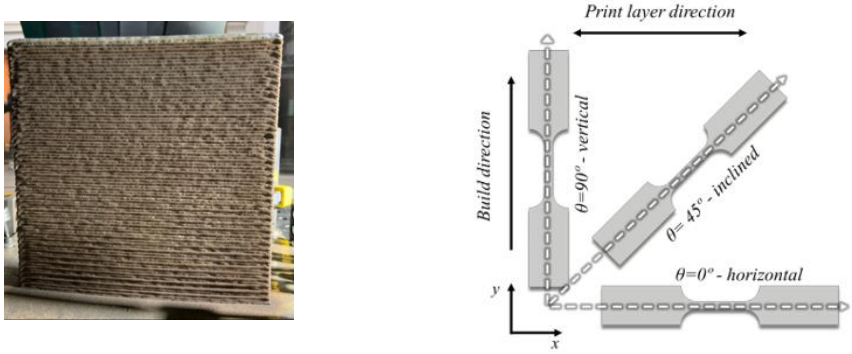
1 Uvod

Općenito, CMT-WAAM je aditivni postupak proizvodnje kojim se metalne komponente izrađuju taljenjem metalne žice električnim lukom te njezinim nanošenjem sloj po sloj uz kontrolirani prijenos metala i smanjeni unos topline. Uslijed usmjerenog skrućivanja i ponavljanja toplinskih ciklusa tijekom nanošenja slojeva materijala razvijaju se usmjerena mikrostruktura i kristalografska tekstura. Posljedično, izratci proizvedeni ovim postupkom pokazuju anizotropna mehanička svojstva, posebno u plastičnom području.

U radu [1], za izradak od nehrđajućeg čelika 316 LSi proizveden CMT-WAAM postupkom prikazan na slici 1.a) [2], razmatrana je anizotropija odnosno orijentacijska ovisnost dviju plastičnih karakteristika: naprezanja tečenja i konstantnog Lankfordovog koeficijenta. Navedene veličine određene su na temelju rezultata jednoosnih pokusa rastezanja uzoraka orijentacija 0°, 45° i 90° u odnosu na pravac nanošenja materijala koji su shematski prikazani na slici 1.b). Pri tome su za svaku navedenu orijentaciju razmatrana po tri uzorka.

U ovom radu, za navedene orijentacije uzoraka analiziranog izratka, razmatra se određivanje promjene normaliziranog naprezanja tečenja (naprezanje tečenja razmatrane orijentacije podijeljeno s naprezanjem tečenja referentne orijentacije 0°) i Lankfordova koeficijenta (definiranog na nestandardni način kao promjenjive veličine) s napredovanjem uzdužne plastične deformacije u pokusu rastezanja.

a) b)



Slika 1. a) 316 LSi zid izrađen CMT-WAAM postupkom [2], b) koordinatni sustav određen pravcem nanošenja materijala (print layer direction) i pravcem izrade izratka (build direction) i uzorci orijentacija 0°, 45° i 90° u odnosu na pravac nanošenja materijala [1]

2 Promjena normaliziranog naprezanja tečenja s napredovanjem uzdužne plastične deformacije

U radu [1], za razmatrani izradak od čelika 316 LSi proizveden CMT-WAAM postupkom, ovisnosti stvarno naprezanje σ_y – stvarna uzdužna plastična deformacija ε_l^p određene su na temelju eksperimentalnih podataka dobivenih korištenjem ekstenzometra. Pokazano je da se u području očvršćivanja iste mogu dobro aproksimirati linearnom kombinacijom dvaju dobro

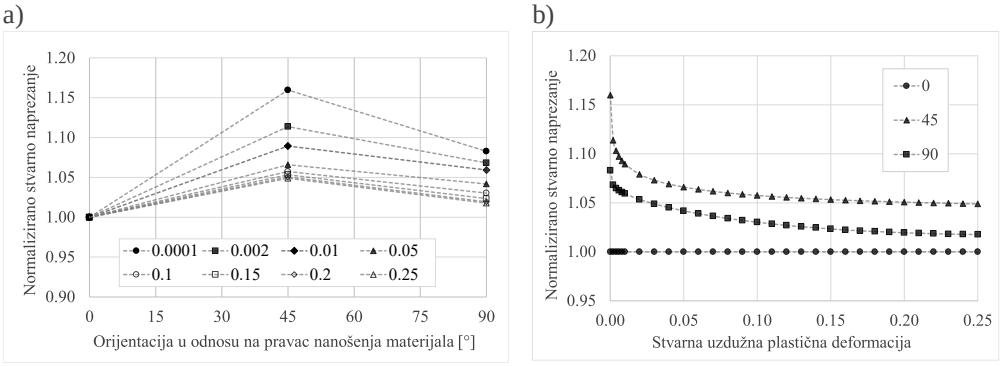
poznatih zakona očvršćivanja, Voce zakona zasićenja i Ludwik potencijskog zakona. Razmatrani kombinirani zakon očvršćivanja glasi:

$$\sigma_y = c\left(R + Q(1 - e^{-b\varepsilon_l^p})\right) + (1 - c)(D + C(\varepsilon_l^p)^n) \quad (1)$$

gdje su *R*, *Q*, *b*, *D*, *C* i *n* parametri očvršćivanja, a *c* je faktor udjela funkcija. Za devet analiziranih uzoraka (tri uzorka za svaku od razmatranih orijentacija 0°, 45° i 90°) parametri kombiniranog Voce-Ludwik zakon očvršćivanja definiranog prema izrazu (1) prikazani su u tablici 1.

Tablica 1. Parametri kombiniranog Voce-Ludwik zakona očvršćivanja [1]

uzorak	*c*	*R*	*Q*	*b*	*D*	*C*	*n*
0°-1	0,32744	0,00215	3315,18031	1,35418	-0,00145	866,30516	0,06607
0°-2	0,20918	0,0007	5197,58463	1,37396	-0,00043	742,92845	0,06048
0°-3	0,18269	-0,00468	12066,4443	0,52964	-0,0029	764,70819	0,07088
45°-1	0,63745	-0,0001	1670,03995	1,42623	-0,00394	1662,9074	0,05145
45°-2	0,17046	0,02226	7384,31689	1,15053	-0,01156	734,90718	0,05418
45°-3	0,60361	0,00885	2817,56092	0,83221	-0,00784	1580,4037	0,05148
90°-1	0,86227	-0,00016	1308,63565	1,24863	0,00005	3840,35599	0,04194
90°-2	0,74842	0,0029	2893,5096	0,58765	-0,00366	2490,47821	0,05284
90°-3	0,70065	0,03871	9537,92075	0,15507	-0,01445	2469,83659	0,09243



Slika 2. Reprezentativne vrijednosti normaliziranog naprezanja tečenja: a) orijentacijske ovisnosti za odabrane vrijednosti stvarne uzdužne plastične deformacije, b) promjena s napredovanjem stvarne uzdužne plastične deformacije

Korištenjem izraza (1) i podataka prikazanih u tablici 1, za sve razmatrane uzorke izračunate su vrijednosti naprezanja tečenja za odabrane vrijednosti stvarne uzdužne plastične deformacije. Reprezentativna vrijednost naprezanja tečenja za određenu orijentaciju izračunata je kao srednja vrijednost naprezanja tečenja pojedinih uzoraka te orijentacije. Slika 2 prikazuje reprezentativne vrijednosti normaliziranog naprezanja tečenja za razmatrane orijentacije koje su

izračunate dijeljenjem reprezentativne vrijednosti naprezanja tečenja za razmatranu orijentaciju i reprezentativne vrijednosti za referentnu orijentaciju 0°. Na slici 2.a) prikazana je promjena orijentacijske ovisnosti normaliziranog naprezanja tečenja, dok je na slici 2.b) za pojedine orijentacije prikazana promjena normaliziranog naprezanja tečenja s napredovanjem stvarne uzdužne plastične deformacije. Rezultati prikazani na slici 2 pokazuju da je orijentacijska ovisnost normaliziranog naprezanja tečenja najviše izražena za najmanju razmatranu vrijednost stvarne uzdužne plastične deformacije iznosa 0,0001 za koju najveća razlika normaliziranih naprezanja iznosi oko 15 %. S porastom stvarne uzdužne plastične deformacije, razlike između normaliziranih naprezanja za tri razmatrane orijentacije se kontinuirano smanjuju. Za vrijednost stvarne uzdužne plastične deformacije iznosa 0,002, koja se uobičajeno koristi za definiranje granice tečenja, najveća razlika normaliziranih naprezanja iznosi oko 11%. Za najveću razmatranu vrijednost deformacije iznosa 0,25, najveća razlika normaliziranih naprezanja manja je od 5 %.

3 Promjena Lankfordova koeficijenta s napredovanjem uzdužne plastične deformacije

Lankfordov koeficijent, kao mjera anizotropije plastičnog toka, definira se kao omjer stvarnih plastičnih deformacija na pravcu širine i na pravcu debljine uzorka koje su dobivene u pokusu jednoosnog rastezanja. Temeljem pretpostavke o plastičnoj inkompresibilnosti, izraz za Lankfordov koeficijent r u inkrementalnom obliku može se zapisati kao:

$$r = \frac{\mathrm{d}\varepsilon_w^p}{\mathrm{d}\varepsilon_t^p} = \frac{\mathrm{d}\varepsilon_w^p}{-(\mathrm{d}\varepsilon_w^p + \mathrm{d}\varepsilon_l^p)} = -\frac{m_r}{m_r + 1} \tag{2}$$

gdje su $\mathrm{d}\varepsilon_l^p$, $\mathrm{d}\varepsilon_w^p$ i $\mathrm{d}\varepsilon_t^p$ inkrementi stvarne plastične deformacije na uzdužnom pravcu, pravcu širine i pravcu debljine vlačno opterećenog uzorka, a m_r nagib aproksimacije dijagrama deformacija (dijagram stvarna poprečna ε_w^p - stvarna uzdužna plastična deformacija ε_l^p). Prema standardiziranim postupcima [3], Lankfordov koeficijent se razmatra kao konstantna veličina. Sukladno tome, veličina m_r u izrazu (2) je konstantna i može se izračunati kao nagib pravca kojim se aproksimira dijagram deformacija. Nestandarnim postupcima, Lankfordov koeficijent se razmatra kao veličina ovisna o napredovanju plastične deformacije u pokusu jednoosnog rastezanja, npr. rad [4]. Ovim postupcima, dijagram deformacija se aproksimira odgovarajućom nelinearnom funkcijom pa je veličina m_r u izrazu (2) funkcija stvarne uzdužne plastične deformacije.

U radu [1], za razmatrani izradak od čelika 316 LSi proizveden CMT-WAAM postupkom, za sve razmatrane uzorke eksperimentalni dijagrami deformacija određeni su korištenjem DIC sustava (Digital Image Correlation). U području očvršćivanja dijagrami su aproksimirani pravcima koji prolaze kroz ishodište temeljem čega su određeni konstantni Lankfordovi koeficijenti. Kako su za pojedine uzorke uočena značajna odstupanja pravaca aproksimacije od eksperimentalnih krivulja, u ovom radu razmatrane su aproksimacije dijagrama deformacija različitim nelinearnim funkcijama. Kao optimalne aproksimacijske funkcije za uzorke orijentacije 0° određene su funkcije u obliku omjera potencijskih funkcija:

$$\varepsilon_w^p = \alpha + \frac{\theta \cdot (\varepsilon_l^p)^\eta}{\kappa^\eta + (\varepsilon_l^p)^\eta} \tag{3}$$

a za uzorke orijentacija 45° i 90° polinomne funkcije četvrtog stupnja:

$$\varepsilon_w^p = a_0 + a_1 \cdot \varepsilon_l^p + a_2 \cdot (\varepsilon_l^p)^2 + a_3 \cdot (\varepsilon_l^p)^3 + a_4 \cdot (\varepsilon_l^p)^4 \tag{4}$$

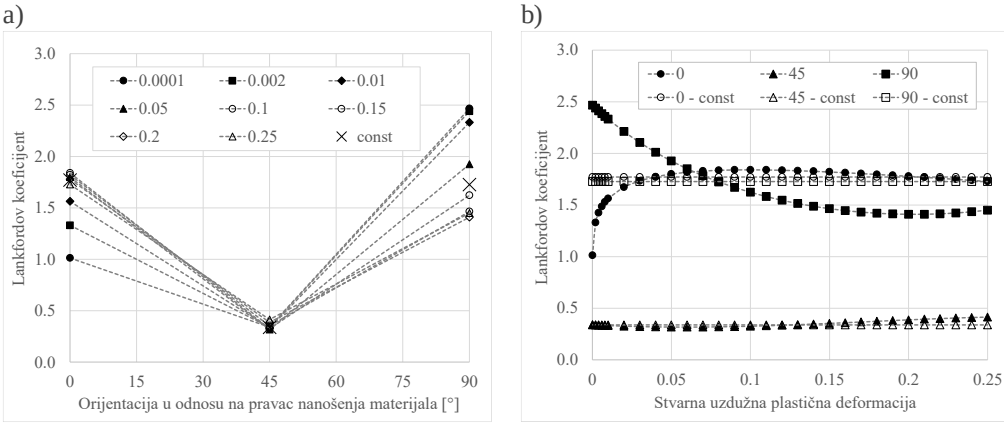
U izrazima (3) i (4), parametri aproksimacijskih funkcija označeni su kao α, θ, κ i η odnosno kao a_0, a_1, a_2, a_3 i a_4. U tablici 2 prikazani su parametar linearne aproksimacije pravcem kroz ishodište kao i parametri optimalnih nelinearnih aproksimacijskih funkcija za sve razmatrane uzorke osim za uzorak 90°-2 za koji eksperimentalni dijagram deformacija nije određen.

Tablica 2. Parametri analiziranih aproksimacija dijagrama deformacija

	0°-1	0°-2	0°-3	45°-1	45°-2	45°-3	90°-1	90°-3
parametar linearne aproksimacije								
a_1	-0,4074	-0,6219	-0,6545	-0,224	-0,2495	-0,2853	-0,6226	-0,6431
parametri nelinearne aproksimacije								
α / a_0	0	0	0	0,0001	0,0000	0,0000	-0,0004	-0,0004
θ / a_1	-0,4219	-1,6382	-10,4161	-0,2298	-0,2709	-0,2591	-0,7132	-0,7099
κ / a_2	1,1189	1,0560	1,0321	0,3901	0,1744	0,1425	0,6524	0,5476
η / a_3	0,7063	2,1277	13,7152	-2,5261	-0,1364	-2,1549	-0,6473	-1,0597
- $/ a_4$				3,5774	-0,7930	4,1601	-0,8704	0,2792

Korištenjem izraza (2) – (4) i podataka prikazanih u tablici 2, određene su promjene Lankfordova koeficijenta za sve razmatrane uzorke, te su u konačnici određene promjene reprezentativnih Lankfordovih koeficijenta za tri razmatrane orijentacije. Općenito, reprezentativna vrijednost Lankfordova koeficijenta za neku orijentaciju, konstantna ili trenutna pri određenoj vrijednosti uzdužne plastične deformacije, izračunata je kao srednja vrijednost Lankfordovih koeficijenata uzoraka te orijentacije. Pri tome, kako eksperimetalni dijagram deformacija za uzorak 0°-1 značajno odstupa od dijagrama deformacija za preostala dva uzorka te orijentacije, rezultati dobiveni za ovaj uzorak nisu korišteni kod proračuna reprezentativne vrijednosti Lankfordova koeficijenta. Slika 3.a) prikazuje orijentacijske ovisnosti Lankfordova koeficijenta za odabrane vrijednosti uzdužne plastične deformacije dok slika 3.b) prikazuje promjene Lankfordova koeficijenta s napredovanjem uzdužne plastične deformacije za pojedine orijentacije. Na slikama su prikazane su i konstantne vrijednosti Lankfordova koeficijenta. Može se uočiti da su za orijentaciju 45° promjene vrijednosti Lankfordova koeficijenta s napredovanjem deformacije zanemarive odnosno da konstantna vrijednost koeficijenta određena na temelju linearne aproksimacije dobro opisuje plastični tok materijala na cijelom razmatranom području deformacije. Nasuprot tome, za orijentacije 0° i 90°, vrijednosti Lankfordova koeficijenta se značajno mijenjaju s napredovanjem deformacije. Dok su konstantne vrijednosti za ove dvije

orijentacije približno jednake i iznose oko 1,7 , početne vrijednosti se razlikuju za 1,425. Za orijentaciju 0° s porastom deformacije Lankfordov koeficijent raste te se nakon postizanja određene vrijednosti smanjuje pri čemu najveća razlika vrijednosti iznosi 0,828. Za orijentaciju 90° Lankfordov koeficijent se kontinuirano smanjuje s porastom deformacije, a najveća razlika vrijednosti iznosi 1,056.



Slika 3. Reprezentativne vrijednosti Lankfordova koeficijenta: a) orijentacijske ovisnosti za odabrane vrijednosti stvarne uzdužne plastične deformacije, b) promjena s napredovanjem stvarne uzdužne plastične deformacije

4 Zaključak

Rezultati prikazani u radu pokazuju da razmatrani izradak od čelika 316 LSi proizveden CMT-WAAM postupkom pokazuje određeni stupanj distorzijskog očvršćivanja dok su promjene Lankfordova koeficijenta s napredovanjem plastične deformacije posebno izražene za uzorke orijentacija 0° i 90°. Rezultati predstavljaju osnovu za razvoj elasto-plastičnih konstitutivnih modela WAAM materijala koji uzimaju u obzir promjenu plastične anizotropije.

Literatura

[1] Andrade, D., Cvitanić, V., da Silva, L.S. i Rodrigues, D.; Stress and strain anisotropy of CMT-WAAM 316LSi stainless steel: Characterisation and modelling; Construction and Building Materials; 2025; 493; 143274.

[2] Andrade, D., Tankova, T., Zhu, C., Branco, R., da Silva, L.S. i Rodrigues, D.; Mechanical properties of 3D printed CMT-WAAM 316 LSi stainless steel walls; Journal of Constructional Steel Research; 2024; 215; 108527.

[3] BS ISO 10113:2006 Metallic materials. Sheet and strip. Determination of plastic strain ratio, BSI, 2006.

[4] Džoja, M., Cvitanić, V., Safaei, M. i Krstulović-Opara, L.; Modelling the plastic anisotropy evolution of AA5754-H22 sheet and implementation in predicting cylindrical cup drawing process; European Journal of Mechanics A/Solids; 2019; 77; 103806.

Modeliranje cikličke plastičnosti primjenom neuronske arhitekture Mamba

Čanađija, M.[1]

Sažetak
Prema saznanjima autora, rad po prvi put razmatra primjenu Mambe kao sekvencijske arhitekture utemeljene na selektivnim strukturiranim modelima prostora stanja (*engl.* Structured State Space Models, SSM) u mehanici. Mamba je do sada uspješno primjenjivana u mnogim područjima dubokog učenja koja se bave uređenim sljedovima podataka. Ovdje se takav model primjenjuje na cikličku plastičnost. Razmatraju se jednodimenzijski ciklički modeli koji su temeljeni na linearnom izotropskom i kinematičkom očvršćivanju. Razvijena neuronska mreža sastoji se od klasične unaprijedne neuronske mreže na koju se postavljaju uvjeti konveksnosti izlaza iz ovog dijela mreže spram ulaznih varijabli. Ova se mreža dopunjuje s Mamba dijelom koji modelira procjenu plastičnog multiplikatora, čijom se kasnijom korekciju dolazi do unutarnjih varijabli uz poštivanje uvjeta tečenja. Tako razvijena neuronska mreža ima funkciju konstitutivnog modela, a pritom su u arhitekturu mreže ugrađeni osnovni zakoni fizike. Provjera je učinjena na jednom primjeru, te se prikazuju treniranje mreže kao i točnost konačnog konstitutivnog modela.

Ključne riječi: neuronske mreže, ciklička plastičnost, fizikalno proširene neuronske mreže, strukturirani modeli prostora stanja.

[1] **Prof. dr. sc. Marko Čanađija**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, e-mail: marko.canadija@riteh.uniri.hr

1 Uvod

Temeljni modeli dubokog učenja danas se najčešće oslanjaju na arhitekturu transformera i primjenjuju se na sljedove podataka kod kojih je redoslijed podataka bitan. Tipični primjeri ovakvih sljedova jesu jezik, slike, zvukovi, vremenski nizovi i slično. Ipak, transformeri nisu bez nedostataka - poznato je da u analizama dugih sljedova podataka dolaze do izražaja njihovi vrlo visoki računalni troškovi.

Kao alternativa transformerima nedavno su se pojavili strukturirani modeli prostora stanja (*engl*. Structured State Space Models, SSM) koji objedinjuju značajke rekurentnih neuronskih mreža RNN i konvolucijskih neuronskih mreža (CNN). Na ovome mjestu posebno valja istaknuti selektivni SSM model poznat pod imenom Mamba [1]. Riječ je o rekurentnim modelima s tri glavne značajke:

- Selektivnost omogućava rad s informacijski vrlo gustim skupovima podataka (primjerice jezik) i time osigurava visoku kvalitetu predviđanja.
- Za razliku od transformera, gdje računalna i memorijska složenost treniranja raste s kvadratom duljine slijeda, Mamba je linearno povezana s duljinom slijeda, čime se omogućava brže treniranje.
- Gornje značajke omogućavaju kvalitetne modele koji mogu predviđati i sljedove duljine 1 milijun podataka.

Dakle, očito je riječ o učinkovitoj arhitekturi koja se uspješno primjenjuje u modeliranju sljedova dubokim učenjem. Prema indeksnoj bazi Google Scholar, temeljni rad u kojem je predstavljena Mamba [1] od 2023. godine do danas citiran je više od 13600 puta.

Ovakva analiza nameće temeljno pitanje na koje se želi pronaći odgovor u ovome radu – može li se Mamba primijeniti u mehanici? Prema saznanjima autora, do sada Mamba nije primijenjena u mehanici. S obzirom na to da je riječ o modeliranju sljedova, kao logičan izbor nameće se problem cikličke plastičnosti. Neuronska mreža bit će razvijena na jednodimenzijskom problemu cikličke plastičnosti koja uključuje mješovito izotropno i kinematičko očvršćivanje. Pretpostavit će se linearno očvršćivanje materijala.

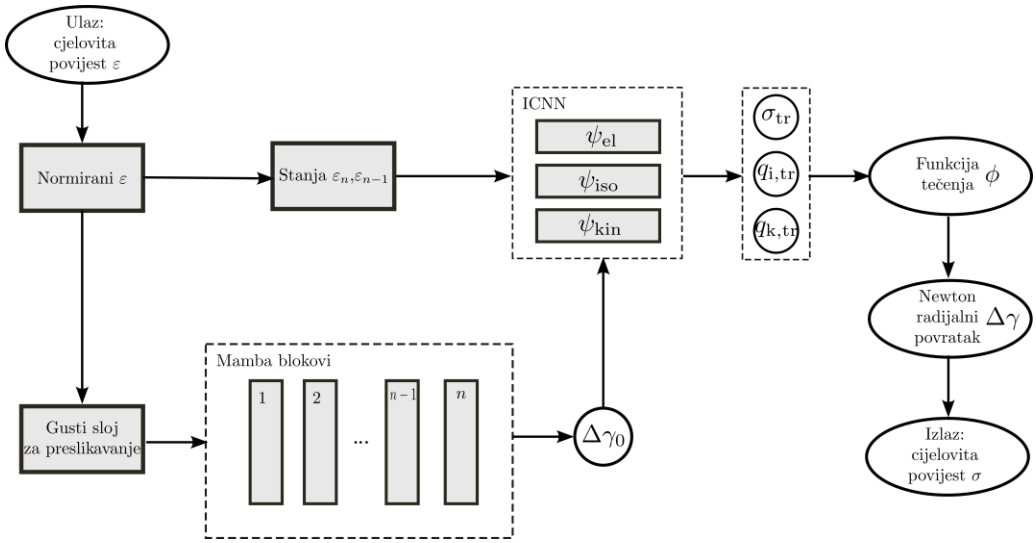
2 Arhitektura neuronske mreže

Neuronska mreža korištena u ovom radu sastoji se od više međusobno povezanih dijelova. Kao ulaz u mrežu koristi se povijest deformacije, koja se u prvom koraku normira. Slijedi preslikavanje ulaza kroz gusti sloj u latentni prostor veće dimenzije. Tako prošireni podaci prolaze kroz niz Mamba blokova da bi dali procijenjenu vrijednost prirasta plastičnog multiplikatora $\Delta\gamma$. Usporedno s ovom operacijom, posljednje stanje deformacije, uz početnu vrijednost prirasta plastičnog multiplikatora, služe kao ulaz u dio neuronske mreže koji modelira Helmoltzovu energiju. Podrazumijeva se da je Helmholzova energija sastavljena na način [2]:

$$\psi = \psi_{el} + \psi_{iso} + \psi_{kin} \tag{1}$$

gdje pojedini članovi opisuju elastičnu energiju deformiranja, energiju izotropskog i energiju kinematičkog očvršćivanja. Ovi su dijelovi mreže izvedeni kao neuronske mreže konveksne o ulazu (ICNN) [3, 4]. Kao izlaz daju procijenjene vrijednosti tenzora naprezanja, natražnog naprezanja i unutarnje sile konjugirane unutarnjoj varijabli koja opisuje izotropsko očvršćivanje.

Pomoću ovih vrijednosti izračuna se probna funkcija tečenja, te u posljednjem koraku pomoću metode radijalnog povratka korigira stvarna vrijednost plastičnog multiplikatora i svih gore spomenutih unutarnjih sila, što predstavlja izlaz iz neuronske mreže za promatrani vremenski korak.

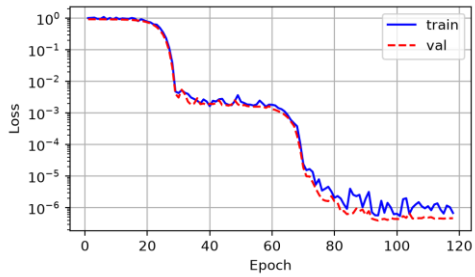


Slika 1. Arhitektura neuronske mreže

Funkcija gubitka definirana je kao srednja vrijednost kvadrata razlika između normiranih predviđenih i referentnih naprezanja, dok je za optimizaciju parametara neuronske mreže primijenjen algoritam AdamW.

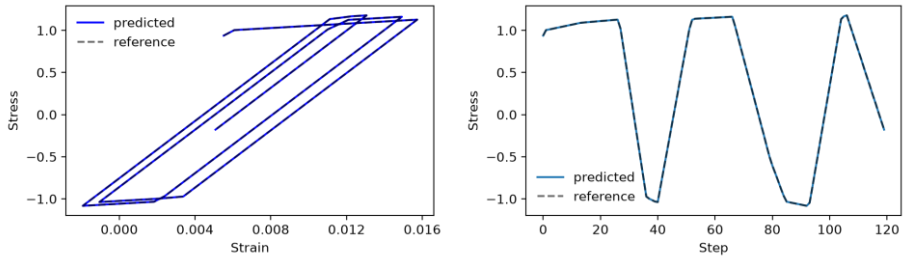
3 Rezultati

Treniranje je provedeno na 512 histereza naprezanje – deformacija (Sl. 2), i dobiveni rezultati za jedan zadani raspon deformacija prikazuju se grafički, Sl. 3. Sl. 2 prikazuje smanjenje funkcije gubitka za vrijeme treniranja. Pri kraju treniranja vidljive su manje oscilacije, no valja uzeti u obzir da je riječ o vrijednostima reda veličine 1e-6.



Slika 2. Razvoj funkcije gubitaka za vrijeme treniranja. Izračunato na skupovima podataka za treniranje i provjeru.

Sl. 3 prikazuje dio rezultata, u ovom slučaju histerezu naprezanje – deformacija, te razvoj naprezanja. U oba slučaja ostvaruju se izvanredna poklapanja.



Slika 3. Krivulje naprezanje-deformacija i razvoj naprezanja. Usporedba analitičkih rješenja i predviđanja neuronske mreže.

4 Zaključci

Rad je predstavio primjenu SSM modela Mamba u mehanici, konkretno u cikličkoj plastičnosti u uvjetima malih deformacija. Dobiveni rezultati potvrđuju točnost metodologije i opravdavaju njezinu primjenu.

Zahvale

Financira Europska unija – NextGenerationEU - FINM-MEH - uniri-mzi-25-16. Izneseni stavovi i mišljenja samo su autorova i ne odražavaju nužno službena stajališta Europske unije ili Europske komisije. Ni Europska unija ni Europska komisija ne mogu se smatrati odgovornima za njih. Autori se zahvaljuju na svim dobivenim sredstvima.

Funded by
the European Union
NextGenerationEU

Literatura

[1] Gu, A. i Dao, T.; Mamba: Linear-time sequence modeling with selective state spaces; arXiv preprint arXiv:2312.00752; 2023.
[2] Simo, J.C. i Hughes, T.J.R.; Computational Inelasticity; Springer; 1998.
[3] Čanađija, M., Košmerl, V., Zlatić, M., Vrtovšnik, D. i Munjas, N.; A computational framework for nanotrusses: Input convex neural networks approach. European Journal of Mechanics-A/Solids; 103; p.105195; 2024.
[4] Čanađija, M. i Ivić, S.; Carbon nanotubes as a basis of metamaterials and nanostructures: Crafting via design optimization; Mechanics of materials; 197; p.105105; 2024.

Numerička simulacija rušenja brane s deformabilnom pregradom kombiniranom metodom konačnih elemenata i hidrodinamike izglađenih čestica

Čavčić, A.[1], Harapin, A.[2] i Nikolić, M.[3]

Sažetak

Ovaj rad prikazuje numeričku simulaciju problema rušenja brane s deformabilnom pregradom primjenom kombinirane metode konačnih elemenata i hidrodinamike izglađenih čestica. Početni stupac tekućine zadržan je zamišljenom barijerom koja u trenutku t=0 s nestaje, nakon čega se vodena masa urušava i giba prema fleksibilnoj čeličnoj pregradi. Prvi doticaj vode s pregradom nastupa pri t=0,62 s, dok se glavni udar javlja pri t=0,65 s, uzrokujući značajnu deformaciju konstrukcije i pojavu manjih zona plastifikacije pri njezinu dnu. Nakon udara dio vodene mase odbija se prema gore i prelijeva preko stranica spremnika, dok se pregrada djelomično relaksira. Povratkom vode u spremnik nastaje sekundarni udar koji dodatno deformira prethodno oslabljenu pregradu te povećava njezine pomake i proširuje plastične zone. Nakon toga slijedi postupno smirivanje vode i konstrukcije.

Rezultati potvrđuju primjenjivost kombiniranog pristupa za analizu složene interakcije fluida i deformabilne konstrukcije, uključujući procjenu tlakova, sila, pomaka i razvoja plastičnih deformacija.

Ključne riječi: interakcija fluida i konstrukcije, rušenje brane, spremnik, deformabilna pregrada

[1] **Mag. ing. aedif. Anđela Čavčić, asistentica**, Sveučilište u Splitu, Fakultet Građevinarstva, Arhitekture i Geodezije, Katedra za betonske konstrukcije i mostove, Matice hrvatske 15, 21 000 Split, e-mail: acavcic@gradst.hr

[2] **Dr. sc. Alen Harapin, redoviti profesor u trajnom zvanju**, Sveučilište u Splitu, Fakultet Građevinarstva, Arhitekture i Geodezije, Katedra za betonske konstrukcije i mostove, Matice hrvatske 15, 21 000 Split, e-mail: harapin@gradst.hr

[3] **Dr. sc. Marina Nikolić, izvanredna profesorica**, Sveučilište u Splitu, Fakultet Građevinarstva, Arhitekture i Geodezije, Katedra za betonske konstrukcije i mostove, Matice hrvatske 15, 21 000 Split, e-mail: msunara@gradst.hr

1 Općenito o međudjelovanju fluida i konstrukcije

Međudjelovanje fluida i konstrukcije predstavlja složen problem kojim se opisuje utjecaj fluida na deformabilnu konstrukciju i povratno utjecaj promjene položaja ili oblika konstrukcije na ponašanje fluida. Fluid pri djelovanju na konstrukciju stvara sile koje deformiraju konstrukciju, dok deformacija konstrukcije istodobno mijenja način strujanja fluida. Iz tog razloga, ovaj se problem ne može razmatrati kao klasično djelovanje opterećenja na konstrukciju nego je potrebno uzeti u obzir njihovu međusobnu povezanost.

Kod klasičnog proračuna konstrukcije, opterećenje fluida često se određuje neovisno o odgovoru konstrukcije. Takav je pristup prihvatljiv ukoliko su deformacije konstrukcije jako male i ne utječu na promjenu ponašanja fluida. Međutim, kod izrazito dinamičkih pojava i velikih deformacija konstrukcije, ovakav pristup nije prihvatljiv i potrebno je upotrijebiti kombinirane metode kod kojih se jednadžbe fluida i konstrukcije rješavaju istodobno ili iterativno [1].

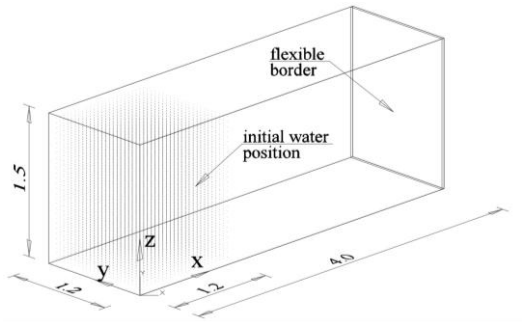
2 Problem rušenja brane (dam-break problem)

Problem rušenja brane („dam-break problem“) predstavlja problem kod kojeg se proučava naglo oslobađanje fluida (npr. vode) nakon uklanjanja pregrade (npr. rušenja brane). U trenutku uklanjanja pregrade voda se pod djelovanjem gravitacije naglo pokreće, širi po podlozi i formira valnu frontu velike brzine. Takvo strujanje karakteriziraju nagle promjene tlakova i brzina, prelijevanje, prskanje i sl.

Ovaj rad predstavlja numeričku simulaciju kojom se prikazuje problem rušenja brane korištenjem kombinirane metode konačnih elemenata, kojom se opisuje konstrukcija, i hidrodinamike izglađenih čestica kojom se opisuje fluid.

3 Numerički model

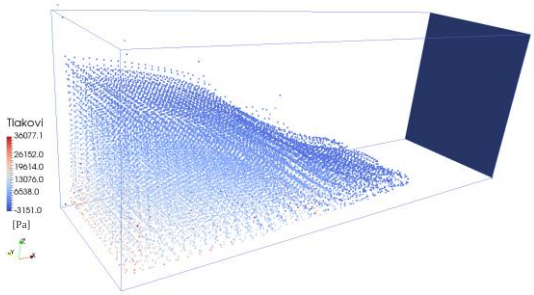
U prikazanom numeričkom modelu razrađenom u [2] korišteni fluid je voda gustoće ρ_0=1000 kg/m^3, dok konstrukciju čini rezervoar kojemu su sve stranice krute osim nizvodne koja je deformabilna, a koja je čelična debljine t_{s1} = 3 mm. Deformabilna pregrada upeta je duž oba bočna i donjeg ruba. Čelik je tretiran kao elastičan materijal sve do dosezanja granice popuštanja (fy), a nakon dosezanja granice popuštanja kao potpuno plastičan. Čestice vode postavljene su na međusobnom razmaku od 0,05 m u kvadar dimenzija 1,2 x 1,2 x 1,2 m. Broj pomičnih čestica je 16560. Osnovna geometrija prikazana je na Slici 1.



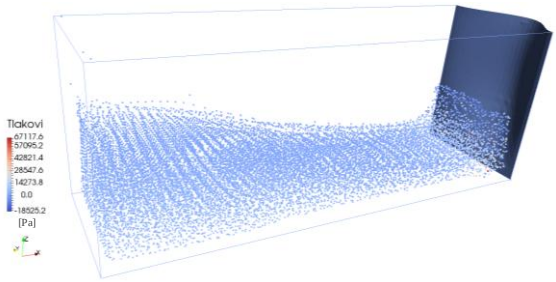
Slika 1. Geometrija rezervoara i inicijalni položaj stupca vode

Tlak fluida izračunat u česticama prenosi se na površinu konačnih elemenata konstrukcije pa se integracijom po plohi konačnog elementa određuje ekvivalentno raspodijeljeno opterećenje. Djelovanjem tog opterećenja konstrukcija se deformira, a uslijed deformacije mijenjaju se položaj i gibanje njezinih rubnih točaka, što utječe na stanje fluida. Ažurirano stanje fluida ponovno određuje tlak i sile koje djeluju na konstrukciju, čime se ostvaruje dvosmjerna sprega između fluida i konstrukcije tijekom svakog vremenskog koraka.

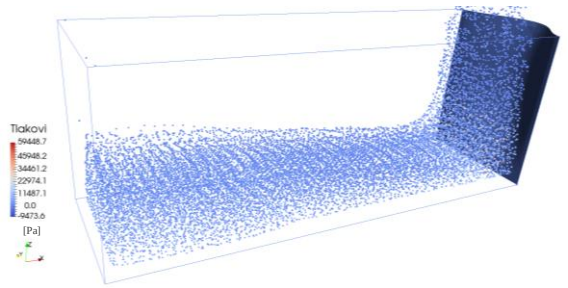
Na samom početku stupac vode nalazi se u stanju mirovanja i zadržan je zamišljenom pregradom koja se uklanja u trenutku t=0 s. Nakon njezina uklanjanja voda se pod djelovanjem gravitacije ubrzano kreće prema deformabilnoj nizvodnoj stijenci rezervoara. Pri udaru dolazi do naglog i kratkotrajnog porasta tlakova i sila, znatno većih od početnih hidrostatičkih vrijednosti, što uzrokuje deformiranje i lokalnu plastifikaciju čelične pregrade. Nakon početnog udara voda se odbija i nastavlja oscilirati unutar rezervoara, pri čemu se tlakovi i sile postupno smanjuju te se sustav približava konačnom hidrostatičkom stanju. Zbog nastale plastifikacije nizvodna pregrada nakon rasterećenja zadržava trajne deformacije. Na sljedećim slikama (Slika 2. do Slika 6.) prikazano je stanje sustava za odabrane vremenske trenutke.



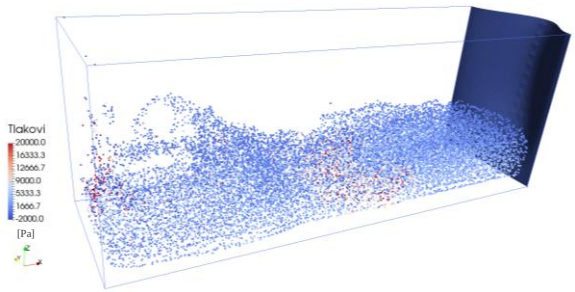
Slika 2. Stanje u rezervoaru u trenutku t=0,45 s



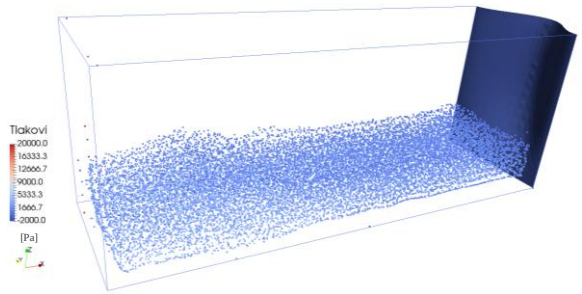
Slika 3. Stanje u rezervoaru u trenutku t=0,75 s



Slika 4. Stanje u rezervoaru u trenutku t=1,00 s



Slika 5. Stanje u rezervoaru u trenutku t=2,50 s



Slika 6. Stanje u rezervoaru u trenutku t=6,50 s

4 Zaključak

Prikazani numerički model pokazao se prikladnim za opis složenog međudjelovanja fluida i deformabilne konstrukcije, omogućujući istodobno praćenje strujanja fluida i odziva konstrukcije tijekom udara te naknadnog smirivanja sustava.

Literatura

[1] Sunara Kusić, M., Radnić, J., Grgić, N. i Harapin, A.; *Analiza zapljuskivanja u spremnicima srednjeg kapaciteta pri djelovanju potresa pomoću SPH metode*; Građevinar; 2018; 70(8); 671–684

[2] Sunara Kusić, M.; *Numeričko modeliranje međudjelovanja konstrukcije i tekućine kombinacijom metode konačnih elemenata i hidrodinamike izglađenih čestica*; doktorska disertacija; 2017.

Numeričko modeliranje strujanja i prijenosa topline u pločastom izmjenjivaču topline

Damičević, V.[1], Barac, A.[2], Batistić, I.[3], i Živić, M.[4]

Sažetak
U radu je prikazana izrada geometrijskog modela i preliminarna numerička analiza lemljenog pločastog izmjenjivača topline sa sinusoidalnim pločama primjenom programskog paketa Ansys Fluent. Promatrani izmjenjivač sastoji se od 27 ploča i 26 strujnih prolaza, zbog čega je za potrebe numeričkog proračuna izdvojen referentni model od tri ploče s jednim prolazom toplog i jednim prolazom hladnog fluida.

U preliminarnoj analizi posebna je pažnja posvećena definiranju rubnih uvjeta i generiranju računalne mreže. Proračun je proveden uz primjenu modela turbulencije k-ε i k-ω SST te je uključen prijenos energije. Kao radni fluid korištena je voda, dok je za ploče odabran čelik AISI 304. Rezultati simulacije pokazali su postupnu promjenu temperature toplog i hladnog fluida tijekom prolaska kroz izmjenjivač. Izlazne temperature stabilizirale su se na približno 330 K za toplu i 311 K za hladnu struju, pri čemu je nakon približno 300 iteracija postignuto stabilno numeričko rješenje. Dobiveni rezultati predstavljaju osnovu za daljnju analizu i unapređenje cjelovitog modela izmjenjivača topline.

Ključne riječi: pločasti izmjenjivač topline, kompaktni izmjenjivač, numerička simulacija, Ansys Fluent, prijenos topline, CFD

[1] **Mag.ing.mech. Vjenceslav Damičević, asistent**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Zavod za energetiku, Ulica 108. brigade ZNG 1, 35000 Slavonski Brod, e-mail: vdamicevic@unisb.hr
[2] **Dr.sc. Antun Barac, viši asistent**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Zavod za energetiku, Ulica 108. brigade ZNG 1, 35000 Slavonski Brod, e-mail: abarac@unisb.hr
[3] **Dr.sc. Ivan Batistić, viši asistent**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ulica Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: ivan.batistic@fsb.unizg.hr
[4] **Prof.dr.sc. Marija Živić, redovita profesorica u trajnom zvanju**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Zavod za energetiku, Ulica 108. brigade ZNG 1, 35000 Slavonski Brod, e-mail: mzivic@unisb.hr

1 Uvod

Izmjenjivači topline predstavljaju ključne komponente gotovo svih suvremenih energetskih i procesnih sustava. Njihova je osnovna funkcija učinkovit prijenos toplinske energije između dvaju fluida, koji su najčešće međusobno odvojeni čvrstom stijenkom kako bi se spriječilo njihovo miješanje.

Prema definiciji koju navode Thakre i Pachghare [1], izmjenjivači topline klasificiraju se kao kompaktni izmjenjivači (CHE – Compact Heat Exchangers) kada gustoća površine prijenosa topline prelazi 700 m^2/m^3. Visoka gustoća prijenosne površine omogućuje ostvarivanje učinkovitog prijenosa topline uz smanjenje dimenzija i mase uređaja. Zbog toga kompaktni izmjenjivači imaju široku primjenu u područjima u kojima su prostor i masa ograničavajući čimbenici, poput zrakoplovne i automobilske industrije, klimatizacijskih i rashladnih sustava, svemirske tehnike te kriogenike.



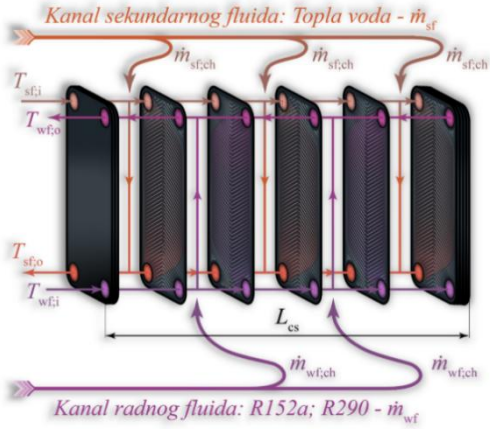
Slika 1. Pločasti izmjenjivači tvrtke Alfa Laval [2]

Razvoj kompaktnih izmjenjivača topline predstavlja multidisciplinarno područje koje povezuje termodinamičke proračune, numeričko modeliranje i računalne metode s ciljem razvoja učinkovitijih i kompaktnijih uređaja. U skladu s navedenim, u ovom radu provedeno je modeliranje i numerička analiza pločastog izmjenjivača topline primjenom programskog paketa *Ansys Fluent*.

2 Izrada računalnog 3D modela

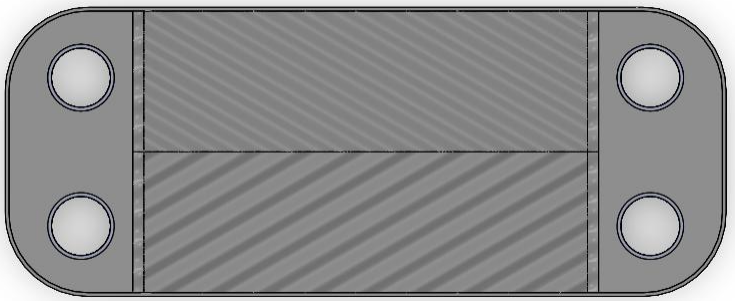
U pločastom izmjenjivaču topline prijenos topline odvija se između toplijeg i hladnijeg fluida koji su međusobno odvojeni tankim pločama. Ovisno o načinu spajanja ploča, razlikuju se zabrtvljeni pločasti izmjenjivači (GPHX) i lemljeni pločasti izmjenjivači (BPHX). Kod lemljene izvedbe ploče sa sinusoidalnom geometrijom međusobno su spojene lemljenjem na mjestu dodira, čime se osigurava odvajanje strujanja i mehanička stabilnost konstrukcije.

U ovom radu analizirat će se lemljeni pločasti izmjenjivač topline sa sinusoidalnim pločama, pri čemu su smjerovi ulaza i izlaza tople i hladne struje prikazani na slici 2.



Slika 2. Prikaz strujanja hladnog i toplog fluida kroz pločasti izmjenjivač topline [3]

Za izradu 3D modela izmjenjivača topline korišteni su računalni alata. Najprije su modelirani ravni i sinusoidalni dijelovi ploče, nakon čega je oblikovan glatki prijelaz između navedenih dijelova. Konačan 3D model korišten u proračunu vidljiv je na slici 3.

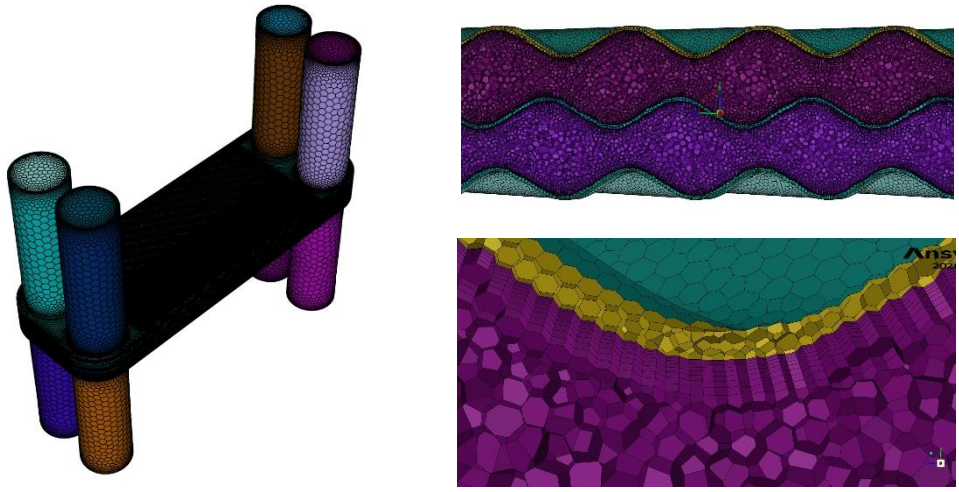


Slika 3. Prikaz 3D modela izmjenjivača topline s označenim točkama preklopa

3 Numerički model

Prije provedbe simulacije stvarnog modela provedena je preliminarna analiza radi odabira odgovarajućeg načina definiranja rubnih uvjeta. U ovoj fazi zanemaren je utjecaj lema, a ploče su međusobno razmaknute kako bi se izbjegli problemi povezani s točkastim kontaktom i smanjila računalna zahtjevnost izrade mreže.

Simulacija je provedena u programskom paketu *Ansys Fluent*, a isti je korišten za izradu nestrukturirane poliedarske mreže. U proračunu korištena računalna mreža sastoji se od 990103 volumena, a njezina vizualizacija vidljiva je na slici 4.



Slika 4. Prikaz mreže poliedarskih elemenata za preliminarni proračun

Promatrani pločasti izmjenjivač topline sastoji se od 28 ploča i 27 strujnih prolaza. Zbog visoke računalne zahtjevnosti analiziran je referentni model od tri ploče, koji uključuje jedan prolaz toplog i jedan prolaz hladnog fluida. Rubni uvjeti definirani su tako da referentni model što vjernije opisuje ponašanje cjelovitog izmjenjivača.

Za svaku struju definirana su po dva ulaza (*mass flow inlet*) i dva izlaza (*mass flow outlet*), čime je omogućeno pravilno opisivanje promjene smjera strujanja unutar izmjenjivača. Maseni protok raspodijeljen je između kanala tako da njihov ukupni zbroj odgovara ukupnom protoku pojedine struje, a ulazne temperature su za toplu struju 60 °C i 35 °C za hladnu struju.

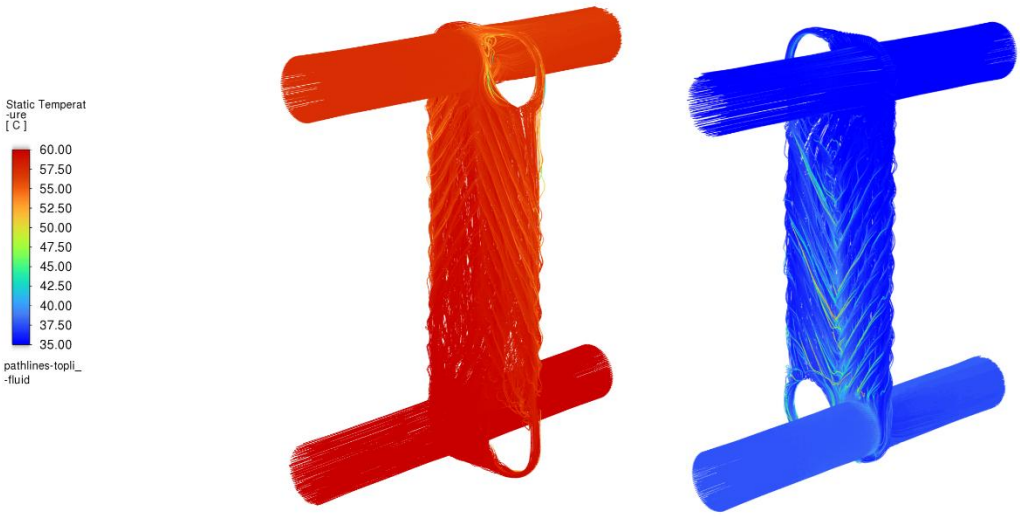
Ploče su definirane kao *wall*, pri čemu su toplinska svojstva opisana s pomoću *User Defined Functions*. Vrijednosti temperature preuzimaju se iz prethodno izračunatog prolaza, čime se omogućuje prijenos toplinskih rezultata kroz uzastopne kanale.

U simulaciji su korištena svojstva vode u tekućem stanju za obje struje, dok je za ploče korišten čelik AISI 304.

Numerički proračun proveden je primjenom dvaju modela turbulencije, k-ε i k-ω SST, uz uključen model prijenosa energije. Za povezivanje polja brzine i tlaka korištena je SIMPLEC shema, a članovi u jednadžbama su diskretizirani shemama drugog reda. Proračun je proveden kroz ukupno 500 iteracija.

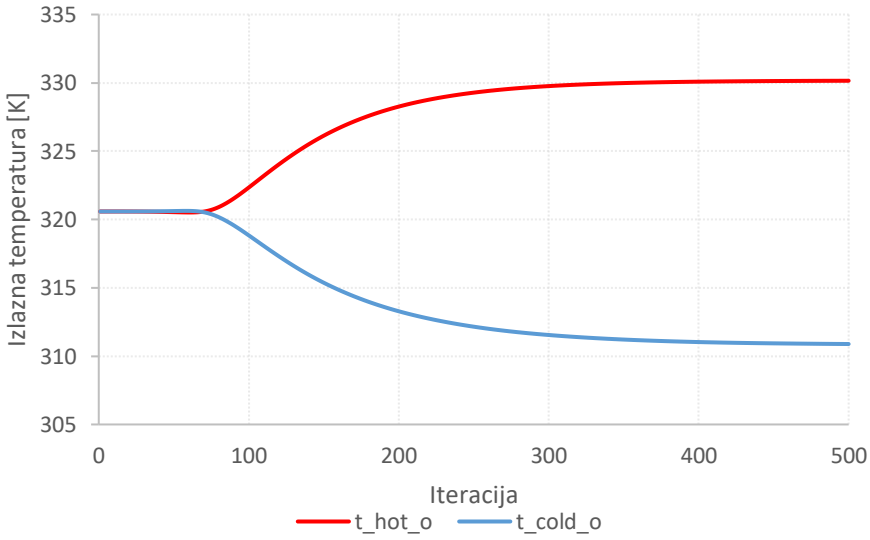
4 Rezultati preliminarnog proračuna

Kao rezultat numeričkog proračuna dobivene su strujnice toplog i hladnog fluida, raspodjela brzina i tlakova unutar strujnih kanala te dijagrami promjene izlaznih temperatura. Na taj je način omogućena analiza strujanja fluida i prijenosa topline kroz promatrani model izmjenjivača. Dobiveni rezultati prikazani su na slikama 5 i 6.



Slika 5. Prikaz strujnica za toplu i hladnu struju fluida

Na slici 5 prikazana je raspodjela statičke temperature unutar pločastog izmjenjivača. Topla struja prikazana je crvenim, a hladna plavim nijansama. Promjena temperature duž strujanja ukazuje na prijenos topline između fluida, pri čemu je temperaturni raspon približno 35–60 °C.



Slika 6. Konvergencija izlazne temperature tople i hladne struje

Na slici je prikazana promjena izlaznih temperatura tople (crvenom bojom) i hladne struje (plavom bojom) tijekom 500 iteracija. U početnom dijelu proračuna obje temperature imaju

vrijednost približnog iznosa 320,5 K dobivenu tijekom hibridne inicijalizacije, nakon čega se počinju razdvajati. Temperatura tople struje postupno raste i stabilizira se na približno 330 K (56,85 °C), dok temperatura hladne struje opada prema približno 311 K (37,85 °C). Nakon oko 300 iteracija obje se krivulje značajno stabiliziraju, što ukazuje na postizanje stabilnog numeričkog rješenja. Usporedbom s početnim vrijednostima zaključuje se da se temperatura toplog fluida smanjila za 3 °C s početnih 60 °C na konačnih oko 57 °C, a vrijednost temperature hladnog fluida se povećala za 2,85 °C s početnih 35 °C na konačnih 37,85 °C.

5 Zaključak

U radu je provedena preliminarna numerička analiza lemljenog pločastog izmjenjivača topline sa sinusoidalnim pločama u programskom paketu Ansys Fluent prilikom čega je proračun konvergirao u stacionarno rješenje.

Za nastavak istraživanja potrebno je provesti ispitivanje mrežne neovisnosti na reprezentativnom periodičnom elementu koji se sastoji od dviju ploča. Na temelju rezultata potrebno je odrediti odgovarajuću gustoću računalne mreže koja će osigurati dovoljnu točnost rezultata uz prihvatljivu računalnu zahtjevnost. Dobivena mreža zatim se može primijeniti na cjelokupni model izmjenjivača. Također je potrebno u model uključiti lem na mjestima dodira ploča te ga u programskom paketu Ansys Fluent definirati kao zaseban materijal. Na taj će se način omogućiti detaljnija analiza prijenosa topline i strujanja te realističnije opisivanje ponašanja cjelovitog lemljenog pločastog izmjenjivača topline.

Zahvale

Ovaj znanstveni rad financiralo je Sveučilište u Slavonskom Brodu u sklopu institucionalnog istraživačkog projekta Napredno modeliranje i optimizacija kompaktnih izmjenjivača topline za integraciju u sustave obnovljivih izvora energije (MOKIT), financiranog sredstvima Europske unije – NextGenerationEU. Izneseni stavovi i mišljenja samo su autorova i ne odražavaju nužno službena stajališta Europske unije ili Europske komisije. Ni Europska unija ni Europska komisija ne mogu se smatrati odgovornima za njih.

Literatura

[1] Thakre PB, Pachghare PR. Performance analysis on compact heat exchanger. Materials Today. 2017;4:8447-8453. doi:10.1016/j.matpr.2017.07.190.
[2] Alfa Laval. CB: brazed plate heat exchangers [Internet]. Alfa Laval; [cited 2026 Aug 18]. Available from: https://www.alfalaval.com/products/heat-transfer/plate-heat-exchangers/brazed-plate-heat-exchangers/cb/, 17.8.2026.
[3] Barac A. Termo-ekonomska višekriterijska optimizacija solarnog rashladnog sustava [dissertation]. Slavonski Brod: Sveučilište u Slavonskom Brodu; 2022. 212 p.

Razvoj prijenosnog sustava za mjerenje i analizu akceleracija temeljenog na ESP32 platformi

Divić, V.[1], Galešić Divić, M.[1], Galić, M.[1] i Grozdanić, G.[1]

Sažetak

U radu je prikazan razvoj prijenosnog, otvorenog i modularnog sustava za mjerenje i analizu vibracija na platformi ESP32-S3. CoreS3 radi kao samostalni analizator i glavni uređaj, dok se StickS3 ili drugi CoreS3 mogu koristiti kao udaljeni mjerni čvorovi. Sustav podržava troosnu akviziciju pri 25 do 800 Hz i rasponima ±2 do ±16 g, kratkotrajne zapise od 1 do 120 s, kontinuirani USB prijenos te dugotrajno binarno zapisivanje na microSD. Kod kratkotrajnih višetočkastih mjerenja ESP-NOW bežična veza se koristi za upravljanje i prijenos, a zajednički žični impuls za precizno pokretanje zapisa. Dugotrajni zapisi mogu se vremenski vezati uz globalnu satelitsku vremensku referencu, uz periodičku sinkronizaciju lokalnog sata i vremenske markere za naknadnu korekciju njegova odstupanja. Uređaj omogućuje frekvencijsku analizu primjenom brze Fourierove transformacije (FFT), prikaz spektrograma akceleracija, analizu prigušenja, usporedbu višestrukih zapisa te osnovnu operacijsku modalnu analizu (OMA) dugotrajnog zapisa. Strukturna interpretacija uključuje računanje inverznog problema putem FEM ili analitičkih modela. Verifikacija u odnosu na referentni mjerni sustav pokazuje vrlo dobro podudaranje izmjerenih akceleracija i praktično jednaku identifikaciju prve vlastite frekvencije i iz nje izvedenog konstrukcijskog parametra. Doprinos sustava je u integraciji akvizicije, sinkronizacije, obrade i mehaničke interpretacije u financijski pristupačnoj platformi pogodnoj za edukaciju, razvoj i preliminarna stručna mjerenja.

Ključne riječi: akceleracija; vibracije; MEMS; ESP32; modalna analiza; FEM

[1] Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Matice hrvatske 15, 21000 Split; e-mail autora za kontakt: vladimir.divic@gradst.hr.

1 Uvod

Mjerenje vibracija primjenjuje se u eksperimentalnoj dinamici konstrukcija, nadzoru strojeva i provjeri dinamičkog ponašanja sustava, a ISO 20816-1 daje opće smjernice za mjerenje i vrednovanje vibracija strojeva [1]. Klasični mjerni sustavi s piezoelektričnim akcelerometrima, kondicioniranjem signala i višekanalnom akvizicijom omogućuju mjerenja visoke točnosti i pouzdanosti, ali su troškovno i organizacijski teško dostupni za velik broj studentskih grupa ili za brze preliminarne terenske provjere. Zato se sve više istražuje primjena cjenovno pristupačnih akcelerometara temeljenih na mikroelektromehaničkim sustavima (MEMS) u vibracijskim mjerenjima [2,3].

Takva oprema posebno je zanimljiva u edukaciji. Student može neposredno povezati pojmove uzorkovanja, Nyquistove frekvencije, prozorskih funkcija, rezonancije, prigušenja i modalnih oblika sa stvarnim mjerenjem, umjesto da ih promatra samo kroz numeričke primjere. U literaturi je pokazana nastavna vrijednost bežičnih MEMS senzora [4] i otvorenih akvizicijskih sustava [5]. Međutim, tipični pristupačni sustavi često završavaju na razini zapisivača podataka, dok obradu, usporedbu zapisa i strukturnu interpretaciju prepuštaju vanjskom računalu.

Cilj razvoja prikazanog u ovom radu bio je objediniti što veći dio mjernog procesa na prijenosnom uređaju: od akvizicije i okidanja, preko lokalnog prikaza i pohrane, do višetočkastog rada, dugotrajnog zapisivanja, osnovne operacijske modalne analize (OMA) i inverzne strukturne interpretacije. Inovativnost se pritom ne pripisuje pojedinoj komponenti, nego integraciji tih funkcija u otvorenu ESP32 platformu koju je jednostavno i pristupačno izraditi u više primjeraka. Takav pristup istodobno povećava dostupnost eksperimentalne nastave i omogućuje brzu stručnu procjenu prije uporabe složenije mjerne opreme.

2 Arhitektura i režimi rada sustava

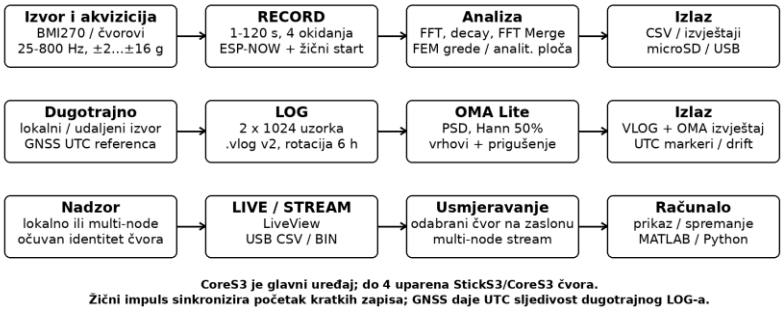
Razvijeni sustav temelji se na M5Stack CoreS3 platformi s ESP32-S3 mikrokontrolerom, zaslonom, satom stvarnog vremena (RTC), microSD karticom i integriranom šesteroosnom inercijskom mjernom jedinicom (IMU) BMI270 [6-8]. Za mjerenje vibracija koristi se njegov 16-bitni troosni akcelerometar u sklopu IMU. Uz osnovni kontroler, koristi se i modul M5GO3 radi veće baterije, dodatna 2 porta i 10 adresabilnih LED svjetala. Moduli se spajaju izravnim kontaktom, bez lemljenja. Trenutačni firmware nudi frekvencije uzorkovanja 25, 50, 100, 200, 400 i 800 Hz, mjerne raspone ±2, ±4, ±8 i ±16 g te kratkotrajne zapise od 1 do 120 s ili dugotrajne zapise s vanjskom vremenskom referencom. Tijekom trajanja akvizicije osvježavanje zaslona se zaustavlja, a bilježi se točno traženi broj uzoraka uz dijagnostiku stvarne frekvencije uzorkovanja, I2C pogrešaka i propuštenih uzoraka.



Slika 1. Sastavljeni glavni uređaj CoreS3 s modulom M5GO3 na podlozi s mrežom 1 × 1 cm.

CoreS3 je uobičajeno glavni uređaj i korisničko sučelje. Kao udaljeni mjerni čvor može raditi StickS3 ili drugi CoreS3. Komunikacija, otkrivanje, uparivanje i bežični prijenos ostvareni su protokolom ESP-NOW, dok se pri kratkotrajnom sinkroniziranom mjerenju zajednički početak zapisa zadaje žičnim impulsom preko Port A. Glavni uređaj najprije pripremi za snimanje

sve čvorove, čeka stanje spremnosti, generira impuls, snima vlastiti Node0 zapis, a zatim pojedinačno preuzima zapise udaljenih čvorova. Sekvencijalni prijenos smanjuje mogućnost radijskih kolizija. Podržana su do četiri trajno uparena udaljena čvora.



Slika 2. Funkcijska organizacija kratkotrajnog, dugotrajnog i kontinuiranog rada sustava

Tablica 1. Sažetak najvažnijih funkcionalnih režima rada sustava

Režim rada	Implementacija	Namjena
RECORD	1-120 s; 25-800 Hz; 4 načina okidanja; CSV	kratkotrajno bilježenje impulsnih i drugih događaja
LOG	binarni .vlog; 2×1024 uzorka; rotacija 6 h; GNSS markeri	dugotrajno praćenje i OMA Lite
REMOTE	ESP-NOW; Node0 + do 4 čvora; žični sinkronizacijski impuls	višetočkasta mjerenja
STREAM	lokalni ili multi-node USB CSV/BIN; očuvan identitet čvora	prikaz i obrada na računalu

2.1 Dugotrajno mjerenje i vremenska sinkronizacija

Dugotrajni LOG koristi binarni .vlog format i dva međuspremnika od po 1024 uzorka kako bi se vremenski kritično uzorkovanje odvojilo od mogućih zastoja microSD kartice. Datoteke se automatski rotiraju nakon šest sati. Opcijski GNSS modul M5Stack Unit GPS v1.1 prima NMEA RMC poruke, sinkronizira RTC s koordiniranim svjetskim vremenom (UTC) i ponavlja sinkronizaciju svakih deset minuta. VLOG v2 pohranjuje podatak o GNSS sinkronizaciji te vremenske markere koji povezuju lokalni mikrosekundni sat izvora s UTC vremenom, što omogućuje naknadnu korekciju drifta. GNSS vremenska referenca povećava vremensku sljedivost dugotrajnih zapisa, ali ne zamjenjuje žični impuls kada je potreban precizan zajednički početak kratkih višetočkastih mjerenja.

3 Obrada signala i OMA

Za svaki kratkotrajni zapis akceleracije uređaj određuje srednju vrijednost, RMS vrijednost, ekstremne vrijednosti i faktor vrha (*crest factor*) za X, Y, Z i vektorsku amplitudu. Frekvencijska analiza koristi brzu Fourierovu transformaciju (FFT) uz izbor Rectangular, Hann, Hamming, Blackman ili Flat Top prozora [9]. Uz spektar dostupni su vremenski prikaz, korelacijski dijagrami i spektrogram. Pohranjeni zapis može se skratiti, skalirati i filtrirati Butterworthovim nisko-, visoko- ili pojasno-propusnim filtrom bez izmjene izvorne datoteke. Za slobodni prigušeni odziv implementirana je procjena logaritamskog dekrementa, omjera prigušenja, prigušene frekvencije i kvalitete eksponencijalne regresije.

Za procjenu ponovljivosti uveden je FFT Merge. Korisnik odabire 2 do 12 kompatibilnih zapisa i jednu os, a uređaj prikazuje pojedinačne spektre, aritmetički srednji spektar, standardnu devijaciju po frekvencijskom binu i faznu koherentnost ansambla. Posljednja veličina koristi se kao pokazatelj ponovljivosti faze među zapisima i ne predstavlja klasičnu ulazno-izlaznu koherenciju. Vrhovi se rangiraju iz srednjeg spektra, a cjeloviti rezultat sprema se u CSV za naknadnu analizu.

OMA Lite obrađuje dugotrajni .vlog bez potrebe za poznatom pobudom, što je prikladno za ambijentalni odziv konstrukcije [10]. Signal se obrađuje u prozorima od 1024 uzorka uz Hannov prozor i 50 % preklapanja. Snage sva tri akcelerometarska kanala akumuliraju se u prosječnoj spektralnoj gustoći snage (PSD), iz koje se izdvajaju potencijalni modalni vrhovi koji prelaze prag od -20 dB u odnosu na najveći vrh. Za svakog kandidata procjenjuje se prigušenje metodom širine pojasa pri pola snage.

Rezultat uključuje do pet modalnih kandidata, njihovu frekvenciju, relativnu razinu i procijenjeno prigušenje te se pohranjuje kao tekstualni izvještaj. Budući da postupak ne identificira modalne oblike niti koristi napredne stohastičke identifikacijske metode, naziv OMA Lite namjerno označava osnovnu spektralnu analizu odziva bez poznate pobude, a ne potpunu operacijsku modalnu identifikaciju.

4 Strukturna interpretacija

Snimljeni podaci mogu se izravno primijeniti na modele konstrukcija definirane u samom uređaju. Modeli mogu biti numerički, temeljeni na metodi konačnih elemenata (FEM), ili analitički. Trenutačno su u uređaju predefinirani modeli jednostavnih grednih konstrukcija te analitički model jednostavno oslonjene pravokutne ploče.

Za grede je implementiran Euler-Bernoullijev model s deset dvočvornih konačnih elemenata. Raspodijeljena masa opisana je konzistentnom matricom mase, a dodatna koncentrirana masa uvodi se unutar pripadnog elementa kubnim Hermiteovim funkcijama oblika. Predefinirani su modeli proste grede, konzole, obostrano uklještene grede te grede s elastičnim rotacijskim osloncem. Za pojedinačni zapis korisnik odabire konstrukcijski model, geometrijske i masene parametre, zapis i os mjerenja te potvrđuje predložene vrhove FFT-a.

Sustav zatim određuje nepoznati parametar modela, najčešće savojnu krutost ili modul elastičnosti, usporedbom izmjerenih i izračunatih vlastitih frekvencija. Za zadanu početnu vrijednost parametra izračunavaju se vlastite frekvencije modela, nakon čega se nepoznati parametar prilagođava tako da se modelirane frekvencije što bolje podudaraju s izmjerenima. Ako se u analizi koristi više modova, određuje se i odstupanje između izmjerenih i modeliranih frekvencija pojedinih modova.

Uz FEM modele implementiran je i analitički Kirchhoff-Loveov model uniformne tanke pravokutne ploče jednostavno oslonjene duž sva četiri ruba, iz kojeg se procjenjuje savojna krutost ploče D. FEM modeli u odnosu na analitičke modele omogućuju veću fleksibilnost pri definiranju geometrije konstrukcije, rubnih uvjeta, raspodjele mase i opterećenja [11].

Koncept strukturne analize nije ograničen samo na unaprijed definirane modele. Razvijen je i prateći računalni modul VFEM za definiranje korisničkih konstrukcijskih modela, kojim se zadaju geometrija, poznati materijalni i mehanički parametri te parametri koji se žele identificirati. Model se sprema u datoteku s nastavkom *.vfem* koja se može prenijeti na SD karticu uređaja. Budući da se strukturna analiza provodi nakon završetka akvizicije, njezina računalna složenost nije ograničena zahtjevima vremenski pravilnog uzorkovanja, nego ponajprije raspoloživom radnom memorijom. Trenutačna implementacija omogućuje proračun sustava s do približno 60 stupnjeva slobode.

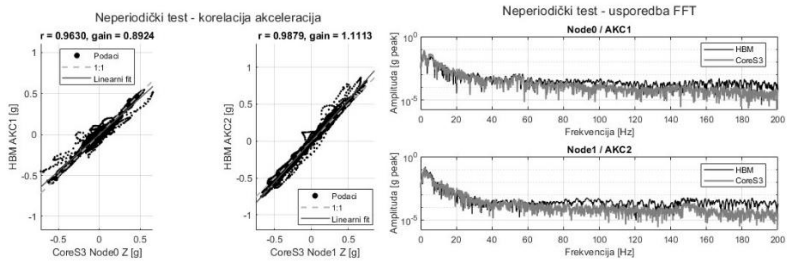
Strukturna analiza trenutačno je ograničena na podatke s jednog mjernog mjesta. U sljedećoj fazi razvoja predviđen je modul ANALYSE MULTI, koji bi istodobno koristio sinkronizirane zapise s više mjernih mjesta. Uz vlastite frekvencije, višetočkasta mjerenja daju informacije o relativnim amplitudama i faznim odnosima odziva, čime se omogućuje pouzdanije povezivanje izmjerenih podataka s modalnim oblicima numeričkog modela. U kombinaciji s instrumentiranim čekićem takav bi pristup otvorio mogućnost provođenja cjelovitije eksperimentalne modalne analize (EMA) na samom uređaju.

5 Verifikacija

Za verifikaciju razvijenog uređaja provedena su dva odvojena ispitivanja. Kao referentni mjerni sustav korišten je HBM Quantum MX840B s tri akcelerometra SDI 2276-005. Dva akcelerometra korištena su za izravnu usporedbu s dva CoreS3 uređaja, dok je treći bio postavljen na podlogu radi praćenja pozadinskih vibracija.

Senzori su postavljeni na čeličnu gredu pravokutnog poprečnog presjeka dimenzija 40 × 6 mm i duljine 0,72 m. Na sredini raspona jedan uz drugi postavljeni su referentni akcelerometar ACC1 i CoreS3 Node0, dok su ACC2 i CoreS3 Node1 postavljeni na četvrtini raspona. Zbog diskretno dostupnih frekvencija uzorkovanja HBM sustava od 300, 600 i 1200 Hz odabrana je frekvencija 1200 Hz, koja je cjelobrojni višekratnik nominalne frekvencije uzorkovanja CoreS3 uređaja od 400 Hz. Za izravnu usporedbu korišten je svaki treći uzorak referentnog zapisa.

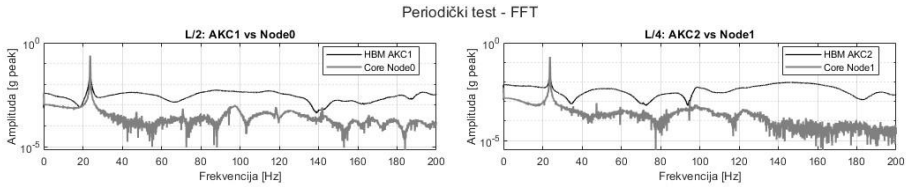
Prvo ispitivanje bilo je usmjereno na izravnu usporedbu izmjerenih akceleracija. Budući da su podaci prikupljani dvama neovisnim mjernim sustavima, njihovo vremensko poravnanje provedeno je korelacijskom analizom. CoreS3 uređaji radili su u načinu RECEIVE MULTI te su njihovi zapisi međusobno sinkronizirani zajedničkim žičnim impulsom. Kako bi se pri određivanju vremenskog pomaka izbjegla pojava više približno jednakih maksimuma korelacijske funkcije, greda s pričvršćenim senzorima tijekom ovog ispitivanja pobuđivana je nepravilnim, neperiodičkim gibanjem. Nakon vremenskog poravnanja izračunate su metrike podudarnosti zapisa.



Slika 3. Usporedba izmjerenih akceleracija

U vremenskoj domeni dobiveno je vrlo dobro podudaranje zapisa. Pearsonov koeficijent korelacije iznosio je 0,963 za Node0/ACC1 i 0,9879 za Node1/ACC2. Dobro se podudaraju i izmjerene amplitude, uz manja sustavna odstupanja između pojedinih kanala. Ona mogu biti povezana s razlikama u kalibraciji senzora, njihovoj orijentaciji i načinu prijenosa vibracija kroz kućište CoreS3 uređaja. U frekvencijskoj domeni također je postignuto dobro podudaranje dominantnih komponenti, dok referentni SDI akcelerometri pokazuju nešto izraženiji odziv pri višim frekvencijama. Takvo ponašanje jedan je od razloga za planirani razvoj namjenskog hardvera s kvalitetnijim akcelerometrom i mehanički povoljnijim prihvatom senzora.

Drugo ispitivanje bilo je usmjereno na identifikaciju konstrukcijskog parametra. Greda je jednostavno oslonjena na oba kraja te je modelirana kao prosta greda. Vlastiti oblici titranja pobuđeni su udarcem malog čekića. Podaci prikupljeni referentnim HBM sustavom analizirani su u MATLAB-u, dok su podaci CoreS3 sustava analizirani izravno na uređaju primjenom implementiranog FEM algoritma.



Slika 4. Usporedba spektara odziva za vlastite frekvencije proste grede

Iz izmjerenih zapisa identificirana je prva savojna vlastita frekvencija od 23,711934 Hz za HBM sustav i 23,711743 Hz za CoreS3. Razlika iznosi približno 0,0008 %, što pokazuje vrlo dobro podudaranje frekvencijske identifikacije dvaju mjernih sustava.

Primjenom identificiranih frekvencija u jednakom FEM modelu dobiven je modul elastičnosti od 188,968636 GPa na temelju HBM mjerenja te 188,967610 GPa na temelju CoreS3 mjerenja. Relativna razlika iznosi samo 0,000543 %. Tako malo odstupanje ne predstavlja potvrdu apsolutne točnosti određenog modula elastičnosti, jer rezultat ovisi i o geometrijskim parametrima, masama, rubnim uvjetima i idealizaciji konstrukcijskog modela. Međutim, budući da su za oba zapisa korišteni isti model i jednaki ulazni parametri, rezultat pokazuje da CoreS3 u ovom ispitivanju omogućuje praktično jednaku identifikaciju prve vlastite frekvencije i iz nje izvedenog konstrukcijskog parametra kao referentni HBM sustav.

6 Zaključak

Razvijena platforma pokazuje da ESP32-S3 i suvremeni MEMS senzori mogu činiti jezgru znatno funkcionalnijeg sustava od jednostavnog zapisivača akceleracije. U jednoj prijenosnoj platformi objedinjeni su kratkotrajni i dugotrajni zapis, četiri vrste okidanja, bežični rad više uređaja uz žičnu početnu sinkronizaciju, GNSS/UTC vremenska referenca, lokalni FFT i napredniji prikazi, analiza prigušenja, FFT Merge, OMA Lite te inverzna strukturna interpretacija FEM-om i analitičkim modelima. Upravo ta integracija, uz nisku cijenu i otvorenost sustava, predstavlja glavnu vrijednost za nastavu, razvoj i preliminarna inženjerska mjerenja.

Ograničenja proizlaze ponajprije iz karakteristika integriranog MEMS senzora, pričvršćenja uređaja, masenog utjecaja na lagane modele i činjenice da OMA Lite predstavlja pojednostavljenu spektralnu identifikaciju. Daljnji razvoj usmjeren je na namjensku ESP32-S3 mjernu pločicu s kvalitetnijim akcelerometrom, karakterizaciju mjerne nesigurnosti, punu primjenu korisničkih modela u formatu *.vfem* te zajedničku strukturnu analizu sinkroniziranih višetočkastih zapisa.

Zahvale

Ovo istraživanje provedeno je uz potporu projekta RESILIO – Multidisciplinarna procjena otpornosti i ranjivosti Dioklecijanove palače (IP-UNIST-19), financiranog u okviru Programa financiranja institucionalnih istraživačkih projekata Sveučilišta u Splitu, sredstvima Mehanizma za oporavak i otpornost Europske unije.

Literatura

[1] ISO; ISO 20816-1:2016 Mechanical vibration - Measurement and evaluation of machine vibration - Part 1: General guidelines; International Organization for Standardization; Geneva; 2016.
[2] Ompusunggu, A. P., Eryılmaz, K. i Janssen, K.; Condition monitoring of critical industrial assets using high performing low-cost MEMS accelerometers; Procedia CIRP; 2021; 104; 1389-1394.
[3] Srokosz, P. E., Daniszewska, E., Banach, J. i Śmieja, M.; In-Depth Analysis of Low-Cost Micro Electromechanical System (MEMS) Accelerometers in the Context of Low Frequencies and Vibration Amplitudes; Sensors; 2024; 24(21); 6877.
[4] Narusawa, K., Hirai, T. i Fukuwa, N.; Application of Wireless MEMS Accelerometer to Education of Vibration Theory in Earthquake Engineering; AIJ Journal of Technology and Design; 2023; 29(72); 689-694.
[5] Trujillo-Franco, L. G., Abundis-Fong, H. F. i Marin-Soriano, J. C.; An open-source data acquisition platform for teaching vibration analysis; Computer Applications in Engineering Education; 2024; 32(5); e22753.
[6] M5Stack Technology Co., Ltd.; CoreS3 documentation [Internet]; 2026 [pristupljeno 24. 8. 2026.].
[7] Espressif Systems; ESP32-S3 Series Datasheet; Version 2.0; 2025.
[8] Bosch Sensortec; BMI270 Datasheet; BST-BMI270-DS000; 2023.
[9] Harris, F. J.; On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform; Proceedings of the IEEE; 1978; 66(1); 51-83.
[10] Brincker, R. i Ventura, C. E.; Introduction to Operational Modal Analysis; John Wiley & Sons; 2015.
[11] Bathe, K. J.; Finite Element Procedures; 2. izd.; K. J. Bathe; 2014.

Analiza robusnosti spregnutih disipativnih sustava uz očuvanje strukture pod utjecajem nemodelirane dinamike i parametarske nesigurnosti

Dogančić, B.[1]

Sažetak
U radu se proširuje postupak strukturno očuvanog modeliranja nesigurnosti i analize robusnosti spregnutih disipativnih dinamičkih sustava [1] uvođenjem realne parametarske nesigurnosti u međuveze (opruge i/ili prigušivače), uz istovremeno zadržavanje nesigurnosti nemodelirane dinamike koja proizlazi iz diskretizacije konačnim elementima i redukcije reda modela. Na lancu spregnutih Euler–Bernoullijevih greda parametarska se nesigurnost uvodi u jednu međuvezu istovremeno, dok se robusna razina performansi γ određuje analizom pomoću integralnih kvadratnih ograničenja (IQC). Sustavnim pomicanjem položaja nesigurne međuveze pokazuje se da disipacija upravlja prostornim „odsijecanjem" utjecaja nesigurnosti: u slučaju s prigušivačima (visoka disipacija) utjecaj je ograničen isključivo na međuvezu neposredno uz kanal performansi, dok se u slučaju s oprugama (niska disipacija) utjecaj postupno, približno geometrijski, smanjuje kroz nekoliko međuveza. Rezultati su neovisno potvrđeni μ-analizom.

Ključne riječi: robusnost, integralna kvadratna ograničenja, redukcija reda modela, parametarska nesigurnost, spregnuti sustavi, disipativnost

[1] **dr. sc. Bruno Dogančić, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Katedra za primijenjenu dinamiku, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: bruno.dogancic@fsb.unizg.hr

1 Uvod

Redukcija reda modela (eng. *model order reduction*, MOR) nužna je za učinkovitu analizu i sintezu upravljanja velikih strukturnih modela dobivenih metodom konačnih elemenata (MKE) [5, 6]. Kod spregnutih disipativnih sustava poželjno je redukciju provesti na razini podsustava uz očuvanje strukture međuveza, čime se zadržava fizikalno značenje modela [1, 7]. Pritom se pogreška redukcije i diskretizacije opisuje nesigurnošću nemodelirane dinamike, a robusnost sprege ispituje se pomoću integralnih kvadratnih ograničenja (IQC) [2, 3].

U ovom se radu postojeći postupak [1] proširuje uvođenjem realne parametarske nesigurnosti u koeficijente međuveza (krutosti opruga odnosno viskoznih koeficijenata prigušivača). Cilj je kvantificirati kako položaj nesigurne međuveze u lancu utječe na robusnu razinu performansi te pokazati ključnu ulogu disipacije u prostornom slabljenju („odsijecanju") tog utjecaja. Analiza se provodi u mješovitoj (realno-dinamičkoj) formulaciji nesigurnosti, a pripadajući semidefinitni program (SDP) rješava se numerički [10, 11].

2 Model i opis nesigurnosti

Promatra se lanac od $n_b = 10$ Euler–Bernoullijevih greda međusobno spregnutih oprugama i/ili prigušivačima (vidjeti sliku 1); parametri modela dani su u tablici 1. Svaka je greda diskretizirana MKE-om i reducirana uravnoteženom eliminacijom (eng. *balanced truncation*) na red m_j [5, 6], čime se dobiva reducirani podsustav G_j^r. Pogreška reducirane dinamike opisuje se aditivnom nesigurnošću nemodelirane dinamike

$$\tilde{G}_j = G_j^r + W_j \, \Delta_j \,, \quad \|\Delta_j\|_\infty \le 1 \,, \tag{1}$$

gdje je W_j frekvencijski ovisna težinska funkcija određena iz reziduala $\tilde{G}_j - G_j^r$, a Δ_j normom-ograničeni dinamički operator [1]. Međuveze se modeliraju kao statička pojačanja; realna parametarska nesigurnost uvodi se u koeficijent jedne međuveze u obliku

$$c_j = \bar{c}_j \, (1 + r \, \delta_j) \,, \quad \delta_j \in [-1, 1] \,, \tag{2}$$

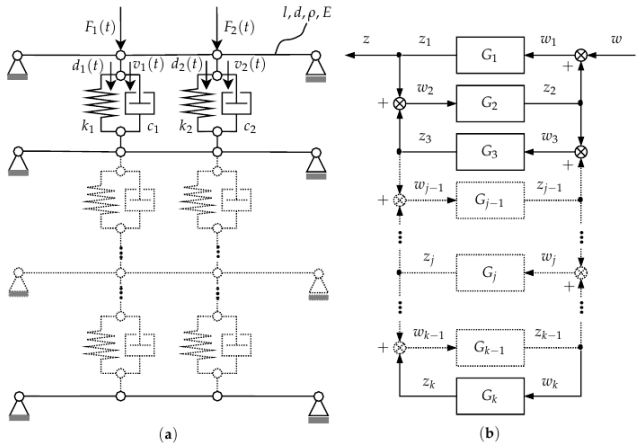
(analogno $k_j = \bar{k}_j \, (1 + r \, \delta_j)$ za opruge), pri čemu je $\bar{c}_j$ nazivna vrijednost, r relativna veličina nesigurnosti, a δ_j realni skalar. Izdvajanjem svih nesigurnosti u obliku linearnih razlomljenih transformacija (eng. *linear fractional transformation*, LFT) [8] dobiva se mješovita struktura

$$\Delta = \mathrm{diag}(\delta_1 I, \, \dots \,, \Delta_{dyn,1}, \, \dots \,, \Delta_{dyn,n}) \,, \tag{3}$$

u kojoj su realni ponovljeni skalari (parametarski dio) i normom-ograničeni dinamički operatori (nemodelirana dinamika) obrađeni pripadnim klasama multiplikatora. Robusna razina performansi definira se kao

$$\gamma = \min \{ \, \gamma : \|F_u(M, \Delta)\|_{L_2} \le \gamma \,, \, \forall \Delta \, \} \,, \tag{4}$$

a računa se rješavanjem IQC nejednakosti (LMI) [2, 3, 9]. Analiza se provodi programskim paketom IQClab [4]; SDP se parsira programom YALMIP [11] i rješava rješavačem SDPT3 [10].



Slika 1. Lanac međusobno spregnutih prostih greda: (a) mehanička shema; (b) blokovski prikaz, gdje su neparno indeksirani podsustavi (G_1, G_3, …) grede, a parno indeksirani (G_2, G_4, …) statička pojačanja opruga i prigušivača [1].

Razmatraju se dva granična slučaja disipacije: (a) slučaj s prigušivačima (samo prigušivači u međuvezama, izlazi su brzine — pasivan, visoka disipacija) i (b) slučaj s oprugama (samo opruge, izlazi su pomaci; jedina disipacija je materijalno prigušenje greda, $\zeta = 0{,}08$ — niska disipacija).

Tablica 1. Parametri modela

Veličina	Oznaka	Iznos	Jedinica
Modul elastičnosti	E	210	GPa
Duljina grede	L	2,0	m
Promjer presjeka	d	18	mm
Gustoća	ρ	7800	kg/m³
Modalni koef. prigušenja	ζ	0,08	–
Broj greda	n_b	10	–
Krutost opruge (slučaj b)	k	300	N/m

3 Rezultati

U slučaju s prigušivačima (vidjeti tablicu 2) parametarska nesigurnost mijenja robusnu razinu performansi isključivo kada se nalazi u međuvezi neposredno uz kanal performansi (položaj p = 1); za sve udaljenije položaje promjena $\Delta\gamma$ pada na razinu numeričkog šuma. Utjecaj raste

približno linearno s veličinom nesigurnosti r, ali ostaje prostorno strogo lokaliziran (oštro „odsijecanje").

Tablica 2. Robusna razina performansi γ_p po položaju p — slučaj s prigušivačima (visoka disipacija)

Položaj p	**γ_p (r = 0,2)**	**$\Delta\gamma$ (r = 0,2)**	**γ_p (r = 0,5)**	**$\Delta\gamma$ (r = 0,5)**
0 (nazivno)	0,065947	–	0,065947	–
1	0,065994	$4{,}8\cdot10^{-5}$	0,066066	$1{,}19\cdot10^{-4}$
2 – 9	0,065947	$< 10^{-8}$ (šum)	0,065947	$< 10^{-8}$ (šum)

U slučaju s oprugama krute opruge stvaraju gotovo neprigušene globalne modove (min. koeficijent prigušenja $\sim10^{-4}$), zbog čega SDP postaje loše uvjetovan. Utvrđeno je da to nije nedostatak rješavača, već svojstvo modela i formulacije (Rayleighovo prigušenje podcjenjuje visoke modove; pretvorba u regularni prostor stanja eksplicitno primjenjuje M^{-1}, $\mathrm{cond}(A) \sim 10^{14}$), s poznatim alatima (modalna realizacija bez M^{-1}, postavljanje donje granice prigušenja, redukcija reda), s detaljima ostavljenim za budući rad. Pouzdan režim (provjerena, monotona rješenja $\gamma_p \geq \gamma_0$) dobiva se za $k \leq 300$ (min. prigušenje ~3 %); u njemu (vidjeti tablicu 3) se utjecaj prostorno postupno smanjuje kroz nekoliko međuveza, približno geometrijski (faktor $\approx 1/13$ po položaju), za razliku od oštrog odsijecanja u slučaju s prigušivačima (vidjeti sliku 2).

Tablica 3. Robusna razina performansi γ_p po položaju p — slučaj s oprugama (k = 300, r = 0,2, niska disipacija)

Položaj p	**γ_p**	**$\Delta\gamma = \gamma_p - \gamma_0$**	**$\Delta\gamma_p$ / $\Delta\gamma_{p-1}$**
0 (nazivno)	0,00105833	–	–
1	0,00112313	$6{,}48\cdot10^{-5}$	–
2	0,00106249	$4{,}16\cdot10^{-6}$	0,064
3	0,00105867	$3{,}37\cdot10^{-7}$	0,081
4	0,00105836	$3{,}01\cdot10^{-8}$	0,089
5	0,00105833	$1{,}84\cdot10^{-9}$	(šum)
6 – 9	0,00105833	$< 10^{-9}$	(šum)

Tablica 4. Neovisna provjera: μ-analiza (*wcgain*) naspram IQC — slučaj s prigušivačima

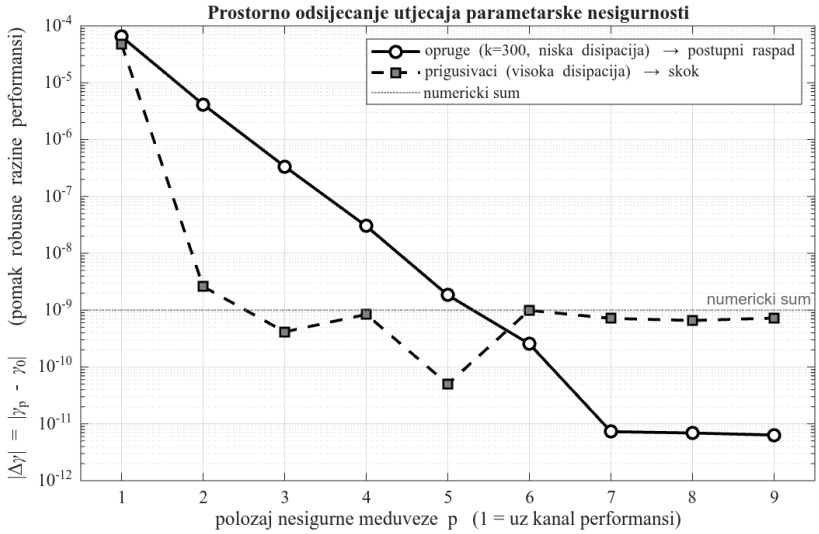
Slučaj	**wcgain (donja)**	**wcgain (gornja)**	**IQC γ**
nazivno	0,065659	0,065782	0,065947
p = 1 (r = 0,2)	0,065707	0,065836	0,065994

Pouzdanost dobivenih razina performansi neovisno je provjerena na dva načina: (a) μ-analizom (najgori slučaj pojačanja, tzv. funkcija *wcgain*), vidjeti tablicu 4, gdje je IQC razina γ smještena iznad donje granice μ-analize (koja je zajamčeno ostvariva), čime se potvrđuje da rješenje ima konzervativnu gornju granicu; te (b) rješavanjem istih IQC nejednakosti izvornim MATLAB-ovim LMI rješavačem (*mincx* / LMILab) uz rezultate rješavača SDPT3 i SeDuMi,

prikazanom tablicom 5, koji se međusobno podudaraju do svih znamenki. Podudaranje neovisnih rješavača i metoda ujedno je operativni kriterij dobre uvjetovanosti prikazanih slučajeva.

Tablica 5. Podudaranje rješavača: IQC razina γ dobivena rješavačima SDPT3, SeDuMi i izvornim MATLAB LMI rješavačem (*mincx*); za slučaj s oprugama prikazan je cijeli prostorni raspad ($p = 0…4$), koji *mincx* reproducira do 6+ značajnih znamenki

Slučaj	**SDPT3**	***mincx* (MATLAB)**	**SeDuMi**
prigušivači, nazivno	0,065947	0,065947	0,066120
opruge, $p = 0$ (nazivno)	0,00105833	0,00105833	–
opruge, $p = 1$	0,00112313	0,00112313	–
opruge, $p = 2$	0,00106249	0,00106249	–
opruge, $p = 3$	0,00105867	0,00105867	–
opruge, $p = 4$	0,00105836	0,00105836	–



Slika 2. Prostorno „odsijecanje" utjecaja parametarske nesigurnosti: $|\Delta\gamma|$ u ovisnosti o položaju p (logaritamska skala). Opruge (niska disipacija) — postupni raspad; prigušivači (visoka disipacija) — skok samo na $p = 1$.

4 Zaključak

Pokazano je da disipacija upravlja prostornim opsegom utjecaja parametarske nesigurnosti međuveza na robusnu razinu performansi spregnutog sustava. Pri visokoj disipaciji (slučaj samo s prigušivačima) utjecaj je strogo lokaliziran na međuvezu uz kanal performansi, dok pri niskoj disipaciji (slučaj samo s oprugama) utjecaj postupno slabi kroz nekoliko međuveza. Praktična je posljedica da pri sintezi robusnog upravljanja, u slučaju izražene disipacije, samo najbliže međuveze zahtijevaju točno parametarsko modeliranje.

Ograničenje je da režim izrazitog prostornog širenja (krute opruge, gotovo neprigušeni modovi) postaje numerički loše uvjetovan; to je posljedica modela i formulacije, a ne rješavača, uz poznata rješenja za poboljšanje. Budući rad usmjeren je na bolje uvjetovanu formulaciju (modalna realizacija, donja granica prigušenja, redukcija reda) i na uvođenje disipacije kao kontinuirane upravljive veličine radi praćenja prijelaza odsijecanja iz postupnog u oštri.

Literatura

[1] Dogančić, B., Jokić, M., Alujević, N. i Wolf, H.; Structure-Preserving Uncertainty Modelling and Robustness Analysis for Coupled Dissipative Dynamical Systems; Mathematics; 2022; 10(12); 2125.

[2] Megretski, A. i Rantzer, A.; System Analysis via Integral Quadratic Constraints; IEEE Transactions on Automatic Control; 1997; 42(6); 819–830.

[3] Veenman, J., Scherer, C. W. i Köroğlu, H.; Robust Stability and Performance Analysis Based on Integral Quadratic Constraints; European Journal of Control; 2016; 31; 1–32.

[4] Veenman, J., Scherer, C. W., Ardura, C., Bennani, S., Preda, V. i Girouart, B.; IQClab: A New IQC Based Toolbox for Robustness Analysis and Control; IFAC-PapersOnLine (4th IFAC Workshop on LPV Systems); 2021; 54(8); 69–74.

[5] Moore, B. C.; Principal Component Analysis in Linear Systems: Controllability, Observability, and Model Reduction; IEEE Transactions on Automatic Control; 1981; 26(1); 17–32.

[6] Antoulas, A. C.; Approximation of Large-Scale Dynamical Systems; SIAM; Philadelphia; 2005.

[7] Reis, T. i Stykel, T.; Stability Analysis and Model Order Reduction of Coupled Systems; Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems; 2007; 13(5); 413–436.

[8] Zhou, K., Doyle, J. C. i Glover, K.; Robust and Optimal Control; Prentice Hall; New Jersey; 1996.

[9] Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. i Balakrishnan, V.; Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory; SIAM; Philadelphia; 1994.

[10] Toh, K. C., Todd, M. J. i Tütüncü, R. H.; SDPT3 — a MATLAB Software Package for Semidefinite Programming; Optimization Methods and Software; 1999; 11(1–4); 545–581.

[11] Löfberg, J.; YALMIP: A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB; Proc. IEEE Int. Symp. on Computer Aided Control Systems Design; Taipei; 2004; 284–289.

Analiza prijenosa topline pri turbulentnom strujanju u cijevi

Dragić, J.[1], Cukrov, A.[2], Mudrinić, S.[3], Tuković, Ž.[4] i Ferdelji, N.[5]

Sažetak

U radu su ispitani toplinski parametri strujanja zraka u cijevi. Obrađen je slučaj prisilne konvekcije pri zadanim brzinama, te dan je pregled empirijskih formula za računanje Nusseltovog broja. Provedena je i numerička simulacija slučaja u programskom paketu ANSYS Fluent. Za usporedbu rezultata koeficijenata prijelaza topline uzete su vrijednosti iz empirijskih formula i iz numeričkog proračuna.

Ključne riječi: koeficijent prijelaza topline, metoda konačnih volumena, model turbulencije, strujanje kroz cijev

[1] **Jana Dragić, univ. bacc. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ul. Ivana Lučića 5, 10000, Zagreb, e-mail: jd241276@fsb.unizg.hr
[2] **dr. sc. Alen Cukrov**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za termodinamiku, toplinsku i procesnu tehniku, Ul. Ivana Lučića 5, 10000, Zagreb, e-mail: alen.cukrov@fsb.unizg.hr
[3] **doc. dr. sc. Saša Mudrinić**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za termodinamiku, toplinsku i procesnu tehniku, Ul. Ivana Lučića 5, 10000, Zagreb, e-mail: sasa.mudrinic@fsb.unizg.hr
[4] **prof. dr. sc. Željko Tuković**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za energetska postrojenja, energetiku i okoliš, Ul. Ivana Lučića 5, 10000, Zagreb, e-mail: zeljko.tukovic@fsb.unizg.hr
[5] **izv. prof. dr. sc. Nenad Ferdelji**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za termodinamiku, toplinsku i procesnu tehniku, Ul. Ivana Lučića 5, 10000, Zagreb, e-mail: nenad.ferdelji@fsb.unizg.hr

1 Uvod

Proučavanje prijenosa topline u strujanju fluida je od velike važnosti za industrijske procese koji se temelje na grijanju i hlađenju. Cjevovodi su primjeri sustava koji se koriste u te svrhe.

Ovaj rad bavi se analizom turbulentnog strujanja zraka u cijevi gdje se prijenos topline odvija prvenstveno konvekcijom za čiji opis se koristi koeficijent prijelaza topline. Za određivanje ove veličine, koriste se empirijske korelacije iz literature. Osim analitičkog izračuna, proveden je numerički izračun u programskom paketu ANSYS Fluent. Cilj je usporediti dobivene vrijednosti i time doprinijeti boljem razumijevanju i predviđanju toplinskih procesa u cjevovodima.

2 Matematički model

2.1 Teorijski model

Koeficijent prijelaza topline definiran je kao mjera intenziteta prijelaza topline i ovisi o vrsti konvekcije i režimu strujanja [1]. U ovom slučaju, konvekcija je prisilna i strujanje je turbulentno. Koeficijent prijelaza topline se računa iz Nusseltovog broja prema jednadžbi (1).

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} \tag{1}$$

Za usporedbu rezultata korišteno je nekoliko empirijskih formula koje su dane u nastavku na koje najviše utječe vrijednost Reynoldsovog broja.

Nusseltov broj za izobraženo turbulentno strujanje se računa jednadžbom (2) uz uvjet da je izobraženo strujanje ono za koje vrijedi da je duljina cijevi veća od 40 duljina promjena cijevi, $L > 40d$ [2].

$$Nu = \frac{0{,}0398 \cdot Pr \cdot Re^{0{,}75}}{1 + 1{,}75 \cdot Re^{-0{,}125}(Pr - 1)} \tag{2}$$

Nusseltov broj se također može računati iz jednadžbe (3) za koju je dodatni uvjet raspon Prandltov broja, $0{,}1 < Pr < 1$ [3].

$$Nu = 0.02155 \cdot Re^{0.8018} \cdot Pr^{0.7095} \tag{3}$$

Za izračun Nusseltovog broja koristi se i Petukhova formula (4), uz uvjet $0{,}5 < Pr < 2000$ [3]. Uvedena je i korelacija za faktor trenja za glatke cijevi ξ.

$$Nu = \frac{\frac{\xi}{8} RePr}{1{,}07 + 12{,}7\sqrt{\frac{\xi}{8}}\left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1\right)} \left(\frac{\eta}{\eta_s}\right)^n \tag{4}$$

Jednadžba (5) je Gnielskinijeva korelacija, modifikacija Petukhove formula, a koristi se zbog veće točnosti pri manjim Reynoldsovim brojevima [3].

$$Nu = \frac{\frac{\xi}{8}\,(Re - 1000)Pr}{1 + 12.7\sqrt{\frac{\xi}{8}}\left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1\right)}\left[1 + \left(\frac{d_w}{L}\right)^{\frac{2}{3}}\right]\left(\frac{Pr_m}{Pr_w}\right)^{0.11} \tag{5}$$

2.1 Numerički model

Numerički model temelji se na osnovnim zakonima dinamike fluida: zakon očuvanja mase, zakon očuvanja količine gibanja i zakon očuvanja energije, uz pretpostavku nestlačivog strujanja.

Za numerički proračun je bitno teorijski opisati područje strujanja kako bi se postavile prave pretpostavke pri modeliranju. Područje strujanja dijelimo na područje graničnog sloja i područje vanjskog strujanja. Temperaturni granični sloj ima velik utjecaj na prijenos topline konvekcijom. Zbog promjene debljine sloja, mijenja se koeficijent prijelaza topline pa se da zaključiti da će biti uočene veće promjene u prosječnoj vrijednosti u neizobraženom području.

3 Numerički proračun

3.1 Model turbulencije

Zbog nemogućnosti analitičkog rješavanja matematičkih modela strujanja fluida koji se temelje na zakonu očuvanja mase, zakonu očuvanja količine gibanja i zakonu očuvanja energije, provedeno je numeričko rješavanje tih modela primjenom računalne dinamiku fluida. U programskom paketu ANSYS Fluent je unaprijed definiran matematički model te se za potrebe provedbe simulacije izabrala odgovarajuća varijanta modela. Odabrani model je realistični *k-ε* model turbulencije sa skalabilnim zidnim funkcijama. Prednost ovog modela je što, pri definiranju turbulentne viskoznosti, bezdimenzijski koeficijent C_μ je funkcija tenzora deformacije. S druge strane, prednost skalabilnih zidnih funkcija je mogućnost primjene na proizvoljno guste mreže bez provjere veličine bezdimenzijske udaljenosti od stijenke y^+.

3.2 Numerički proračun koeficijenta prijelaza topline

Koeficijent prijelaza topline se računa prema jednadžbi (6), gdje su T_s temperatura stijenke i T_{ref} referentna temperatura.

$$\alpha = \frac{q}{T_s - T_{ref}} \tag{6}$$

Referentna temperatura se računa kao srednja temperatura dovođenja topline prema jednadžbi (7).

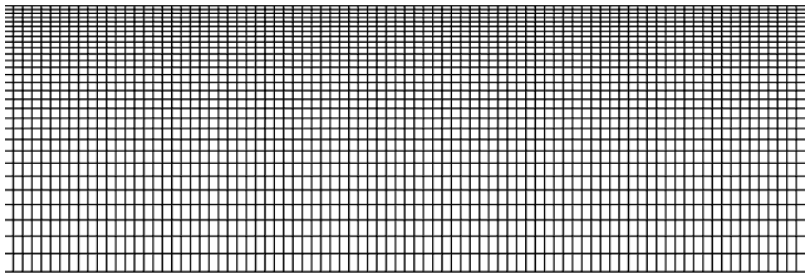
$$T_{ref} = \frac{T_{izl} - T_{ul}}{\ln\left(\frac{T_{izl}}{T_{ul}}\right)} \tag{7}$$

Osim korištenja razlike temperature stijenke i referentne temperature, drugi način je upotrijebiti srednju logaritamsku razliku *LMTD* kao što je prikazano u jednadžbi (8), gdje je T_w srednja temperatura zida [6].

$$LMTD = \frac{(T_w - T_{ul}) - (T_w - T_{izl})}{\ln\left[\frac{(T_w - T_{ul})}{(T_w - T_{izl}}\right]} \tag{8}$$

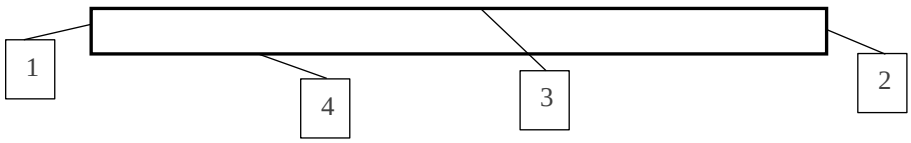
3.3 Geometrija i rubni uvjeti

Numeričko rješavanje matematičkog modela podrazumijeva diskretizaciju područja proračuna korištenjem metode konačnih volumena. Za potrebe ovog rada stvorena je strukturirana mreža s jednakim brojem volumena u svakom retku i stupcu. Mreža je ortogonalna, s tim se u smjeru vertikale prema rubu cijevi progušćava. Razlog je uzimanje u obzir postojanja graničnog sloja uz rub cijevi. Uzimajući u obzir da cijev ima aksijalnu simetriju, modelirano je pola domene, a rješenja vrijede za cijelu cijev. Duljina cijevi iznosi 2 m, a promjer cijevi je 40 mm. Izgled mreže je prikazan na slici 1, a mreža ima približno 81000 konačnih volumena. Analize utjecaja rezolucije mreže i vrijednosti y^+ na rješenja nisu provedene.



Slika 1. Mreža

Fizikalno gledano, rubni uvjeti su ulazna granica, označena s 1, na kojoj je zadana brzina fluida od 5 ili 10 m/s i početna temperatura, iznosa 293.15K, izlazna granica, označena s 2, nepropusna stijenka na kojoj je zadan toplinski tok od 10000 W/m^2, označena s 3 i ravnina simetrije, označena s 4. Rubni uvjeti su prikazani na slici 2.



Slika 2. Rubni uvjeti

4 Rezultati

Za usporedbu rezultata jednadžbi analitičkog proračuna prikazanih u radu i numeričkog proračuna iz jednadžbe (6) i definicije (7) vidjeti tablicu 1. U tablici 2 su prikazane usporedbe rezultata jednadžbi analitičkog proračuna i numeričkog proračuna iz jednadžbe (6) i definicije (8). Zadane brzine strujanja zraka su 5 m/s (prvi redak) i 10 m/s (drugi redak).

Odstupanje je računato prema jednadžbi (14).

$$\Delta = \frac{|\alpha_{teor} - \alpha_{num}|}{\alpha_{teor}} \cdot 100 \tag{9}$$

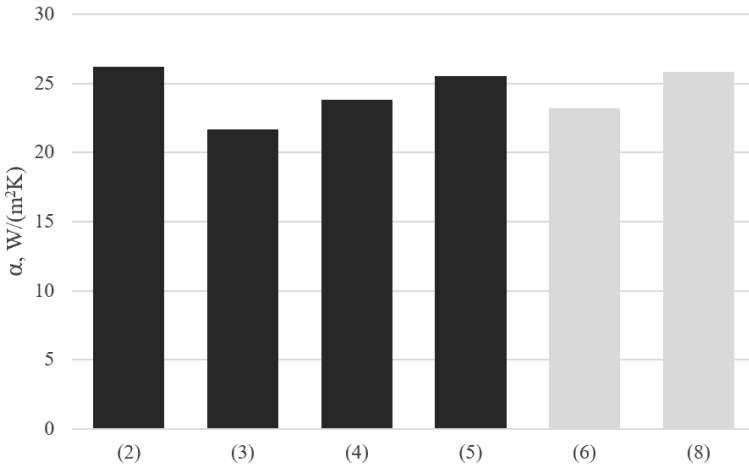
Tablica 1. Usporedba rezultata – numerički proračun (6)

w	α (6)	α (2)	e	α (3)	e	α (4)	e	α (5)	e
5 m/s	23,184	26,212	11,55%	21,692	6,88%	23,803	2,60%	25,549	9,26%
10 m/s	39,318	43,443	9,5%	37,814	3,98%	39,242	0,19%	43,817	10,27%

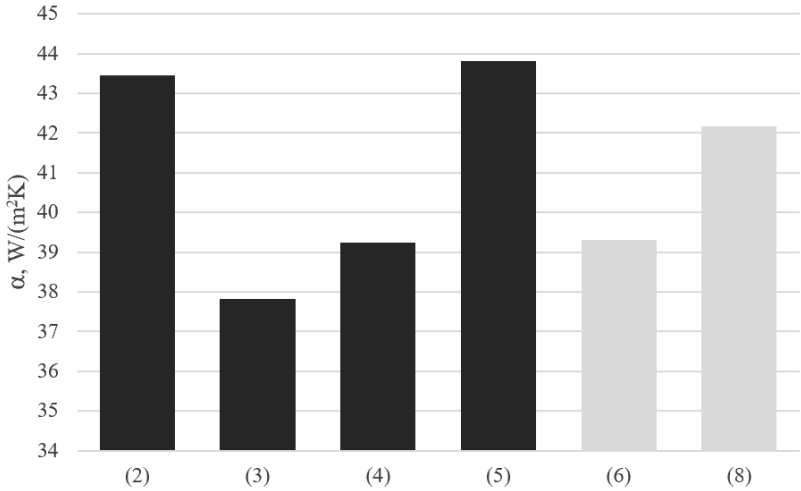
Tablica 2. Usporedba rezultata – numerički proračun (8)

w	α (8)	α (2)	e	α (3)	e	α (4)	e	α (5)	e
5 m/s	25,869	26,212	1,31%	21,692	19,26%	23,803	8,68%	25,549	1,25%
10 m/s	42,163	43,443	2,95%	37,814	11,50%	39,242	7,44%	43,817	3,78%

U nastavku, na slikama 3 i 4, je dan grafički prikaz usporedbe veličina koeficijenta prijelaza topline za zadane brzine od 5 m/s i 10 m/s.



Slika 3. Grafički prikaz veličina koeficijenta prijelaza topline – 5 m/s



Slika 4. Grafički prikaz veličina koeficijenta prijelaza topline – 10 m/s

5 Zaključak

Usporedbom rezultata, pokazalo se da numerički proračun daje dobru podudarnost s empirijskim korelacijama. Najveća i najmanja odstupanja se mijenjaju od slučaja do slučaja. Sveukupno najveće odstupanje je primjetno pri usporedbi rezultata jednadžbe analitičkog proračuna (3) i numeričkog proračuna iz jednadžbe (6) i definicije (8), gdje se da zaključiti da jednadžba (3) nije primjenjiva. Za sve ostale slučajeve, potvrđena je pouzdanost odabranog numeričkog modela: realistični *k-ε* model turbulencije sa skalabilnim zidnim funkcijama, u svrhe računanja koeficijenta prijelaza topline.

Literatura

[1] Galović, A.; Termodinamika II; 2022.; I.B; 73–121.
[2] Halasz, B.; Zbirka zadataka iz Uvoda u termodinamiku; 2012.; XVIII; 137–149.
[3] Taler, D. i Taler, J.; Simple heat transfer correlations for turbulent tube flow; International Journal of Thermal Sciences; 2017.
[4] Krizmanić, S.; Novi algoritam za povezivanje polja brzine i tlaka; Doktorska disertacija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu; Zagreb; 2011.
[5] Cindori, M.; Računalno modeliranje homogenoga atmosferskog graničnog sloja uz primjenu dodatne masene sile; Doktorska disertacija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu; Zagreb; 2021.
[6] Babar, H. et al.; Performance evaluation of nanofluid-enhanced biomimetic liquid-cooled heat sinks for efficient thermal management applications; International Journal of Heat and Mass Transfer; 2024; 221; 125096.

Utjecaj stabala na aerodinamičko opterećenje zgrade u zavjetrini

Drašković, K.[1], Vukoja, M.[2], Gromke, C.[3], Kozmar, H.[4]

Sažetak
Utjecaj vegetacije na aerodinamička opterećenja zgrade u zavjetrini je eksperimentalno istražen u zračnom tunelu s modeliranim atmosferskim graničnim slojem. Red stabala je postavljen ispred modela zgrade te su provedena mjerenja površinskog tlaka. Površinski tlak je mjeren osjetnicima tlaka. Model zgrade je izrađen u obliku kocke od akrilnog stakla, a krošnje stabala su izrađene od poroznog materijala koji je prethodno potvrđen kao prikladan aerodinamički model stvarnih krošnji stabala. Rezultati pokazuju da red stabala ima zaštitni učinak, koji se očituje nižim vrijednostima površinskog tlaka na prednjoj i bočnim zidovima te na krovu modela zgrade. Na zavjetrinskom zidu nisu uočene značajne promjene raspodjele tlaka, dok se na gornjoj polovici prednjeg zida pojavljuje zona podtlaka.

Ključne riječi: zgrada oblika kocke, stabla, površinski tlak, zračni tunel

[1] **Krunoslav Drašković, univ. mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: krunoslav.draskovic@fsb.unizg.hr
[2] **Marta Vukoja, univ. bacc. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: vukojamarta@gmail.com
[3] **Dr. -Ing. Christof Gromke**, Karlsruhe Institute of Technology, Institute of Water and Environment, , Kaiserstraße 12, 76131 Karlsruhe, e-mail: gromke@kit.edu
[4] **Dr. sc. dr. rer. nat. Hrvoje Kozmar**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: hrvoje.kozmar@fsb.unizg.hr

1 Uvod

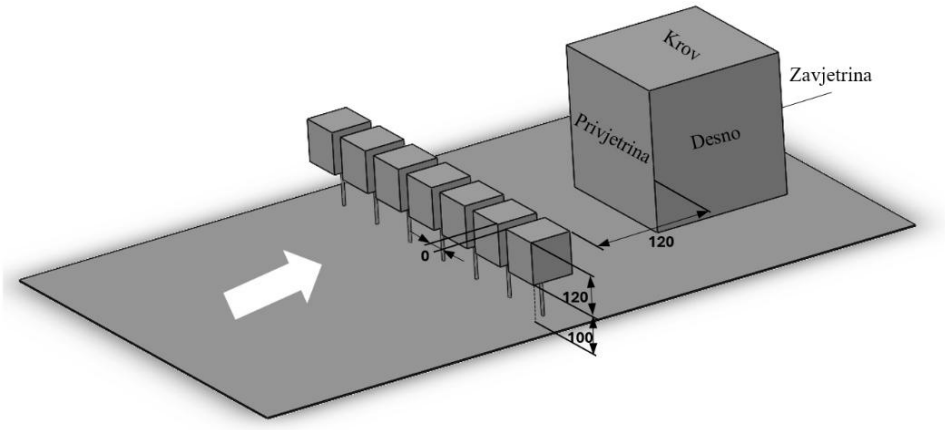
Zgrade su izložene dinamičkim djelovanjima okoliša te su posebno osjetljive na opterećenja uzrokovana vjetrom. Strateškim postavljanjem stabala u privjetrini zgrade se mogu smanjiti aerodinamička opterećenja zgrade, [1]. Ipak je nužan sustavniji pristup razumijevanju utjecaja pojedinih parametara na aerodinamičke značajke zgrada. Ključni parametri poput razmaka stabala, gustoće reda stabala te visine i veličine krošnje još uvijek nisu dovoljno istraženi. Stabla mogu utjecati na nastrujavanje zraka djelujući kao propusne prepreke koje smanjuju osrednjene brzine vjetra, dok istodobno potiču turbulenciju u vrtložnom tragu. Ispitivanja u zračnom tunelu su pokazala da broj stabala i njihova udaljenost od zgrade mogu polučiti povećanje podtlaka na privjetrinskoj strani krova, [2].

Utjecaj vegetacije na aerodinamičke značajke zgrade može biti povoljan ili nepovoljan, ovisno o položaju i geometrijskim obilježjima zgrade. To naglašava potrebu za sustavnim istraživanjem ključnih parametara, poput visine stabala, njihova međusobnog razmaka i udaljenosti od zgrade. U skladu s tim, u ovom se radu utjecaj stabala na aerodinamičko opterećenje zgrade procjenjuje na temelju mjerenja površinskog tlaka.

2 Metodologija

Eksperimenti su provedeni u zračnom tunelu za modeliranje atmosferskog graničnog sloja (AGS) u Laboratoriju za aerodinamiku zgrada i okoliša Tehnološkog Instituta Karlsruhe (KIT), Njemačka. U zračnom tunelu je modeliran AGS ruralnog područja. Simulirani AGS je usporeden s uvjetima vjetra II. kategorije terena prema EN 1991-1-4:2005, [3]. Mjerilo simulacije AGS-a S = 1:110 je određeno prema [4].

Model zgrade je kocka duljine brida 200 mm izrađena od akrilnog stakla sa 78 mjernih mjesta tlaka na zidu i krovu. Model je postavljen na okretnu ploču kako bi se ispitala raspodjela tlaka na svim površinama modela zgrade. Krošnja stabla je modelirana poroznim materijalom od poliesterske pjene poroznosti 10 PPI i širine 60 mm [5]. Mjerenja tlaka su provedena za modele stabala čiji su parametri, izraženi u milimetrima, prikazani na slici 1.



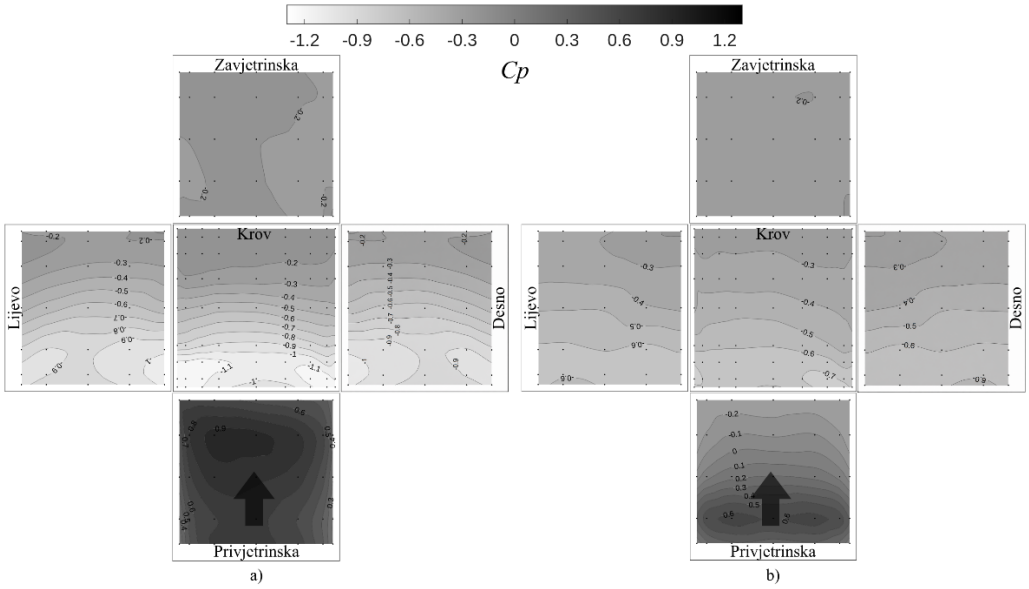
Slika 1. Eksperimentalni postav u zračnom tunelu

Vrijeme prikupljanja podataka pri mjerenju tlaka je iznosilo 120 s uz frekvenciju uzorkovanja 500 Hz, čime je dobiven dovoljno velik skup podataka za statističku analizu osrednjenih i pulsirajućih komponenti tlaka. Referentna brzina vjetra na visini zgrade je 6,78 m/s, što odgovara Reynoldsovom broju $Re = 9\times10^4$ temeljenom na duljini brida kocke. Površinski tlak je normiran dinamičkim tlakom na visini modela zgrade.

3 Rezultati

Svi eksperimenti su provedeni pri Reynoldsovom broju većem od kritične vrijednosti $Re = 5\times10^4$ karakteristične za tijela oštrih bridova [6], uz primjenu umanjenog modela stabla [5]. U eksperimentu sa stablima je ostvaren najveći stupanj začepljenosti ispitne sekcije zračnog tunela (engl. blockage), koji iznosi 4.7%, što je prihvatljivo, jer je manje od najveće dopuštene vrijednosti za ovakvu vrstu eksperimenta u iznosu od 5%, [7-9].

Raspodjela koeficijenta tlaka *Cp* za a) referentni slučaj i b) eksperiment sa stablima je prikazana na slici 2. Smjer strujanja je naznačen strelicom. Najveći koeficijent tlaka za referentni slučaj, smješten na privjetrinskom zidu, iznosi 0,95. Najmanji koeficijent tlaka, smješten uz privjetrinski brid krova, na mjestu odvajanja strujanja, iznosi -1,15. Postavljanje stabala u privjetrini može uzrokovati smanjenje tlaka i pojavu zona podtlaka na privjetrinskom zidu. Osim toga je uočeno apsolutno smanjenje podtlaka od 62% uz privjetrinski brid krova i uz privjetrinski brid bočnog zida, dok je utjecaj stabala na zavjetrinski brid neznatan. Koeficijent tlaka na zavjetrinskom zidu je ravnomjerno raspodijeljen i iznosi -0,25 za referentni slučaj i za slučaj sa stablima.



Slika 2. Raspodjela osrednjenog koeficijenta tlaka na površini modela zgrade za a) referentni slučaj i b) eksperiment sa stablima

4 Zaključak

U zračnom tunelu je eksperimentalno ispitan utjecaj stabala postavljenih u privjetrini modela zgrade na raspodjelu koeficijenata tlaka i aerodinamičko opterećenje zgrade. Model atmosferskog graničnog sloja za simulaciju ruralnih uvjeta vjetra je u skladu s EN 1991-1-4:2005, kategorija terena II .

Za promatrani eksperiment sa stablima, red stabala ima zaštitni učinak na privjetrinskom i bočnim zidovima te na krovu, gdje su zabilježene manje vrijednosti tlaka i podtlaka u odnosu na referentni slučaj. Podtlak na zavjetrinskom zidu se nije značajno promijenio. Gradijenti promjene tlaka na bočnim zidovima i krovu su manji u prisutnosti stabala.

Zahvale

Ovaj rad je podržala Hrvatska zaklada za znanost u okviru projekata HRZZ-IP-2022-10-9434 i HRZZ-DOK-NPOO-2025-02-8469. Rad je financirala Europska unija (NextGenerationEU) u okviru Nacionalnog plana oporavka i otpornosti 2021.–2026. (NPOO), putem institucijskog projekta UNIZAG FSB „Aerodinamika konstrukcija“, koji je odobrilo Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske (komponenta C3.2, izvor 581). Zahvaljujemo programu Erasmus+ na potpori boravka u Njemačkoj.

Literatura

[1] Ibrahim, H., Ahmed, F., Metwally, O., Elawady, A. i Pinelli, J.; Balancing protection and risk: Understanding the dual impact of trees on low-rise buildings during extreme wind events; Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics; 2025; 265; 106179.

[2] Kandamby, P. H., Lewangamage, C. S. i Weerasuriya, A. U.; Influence of upstream mature trees on wind loading on the gable roof of a low-rise building – a wind tunnel study. Lecture Notes in Civil Engineering; 2023; 266; 69–81.

[3] CEN; EN 1991-1-4:2005, Eurocode 1: Actions on structures – General actions, Part 1-4: Wind actions; European Committee for Standardization; 2005.

[4] Cook, N. J.; Determination of the model scale factor in wind-tunnel simulations of the adiabatic atmospheric boundary layer; Journal of Industrial Aerodynamics; 1978; 2(4); 311-321.

[5] Gromke, C.; Wind tunnel model of the forest and its Reynolds number sensitivity; Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics; 2018; 175; 53-64.

[6] Tieleman, H. W.; Wind tunnel simulation of wind loading on low-rise structures: a review; Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics; 2003; 91(12-15); 1627-1649.

[7] Simiu, E. i Scanlan, R. H.; Wind effects on structures: fundamentals and applications to design; 3. izdanje; John Wiley & Sons; New York, SAD; 1996.

[8] Dyrbye, C. i Hansen, S. O.; Wind loads on structures; John Wiley & Sons; New York, SAD; 1997.

[9] Holmes, J. D.; Wind loading of structures; 3. izdanje; CRC Press; Boca Raton, SAD; 2015.

Eksperimentalna i numerička analiza statičke nosivosti kutnih zavarenih spojeva od čelika AISI 304 s djelomičnom penetracijom

Dunđer, I.[1], Konjatić, P.[2], Gubeljak, N.[3], Kozak, D.[4], Predan, J. [5]

Sažetak

U radu je provedena eksperimentalna i numerička analiza mehaničkog ponašanja T-spojeva izrađenih od nehrđajućeg čelika AISI 304 s jednostranim i dvostranim kutnim zavarenim spojem. Istraživanje je motivirano pojavom oštećenja i zamornih pukotina na zavarenim spojevima limova kod konstrukcija izloženih dinamičkom opterećenju. Za oba tipa spoja provedena su statička vlačna ispitivanja na servo-hidrauličkom ispitnom stroju, pri čemu su određene karakteristične vrijednosti sile i pomaka. Eksperimentalni rezultati korišteni su kao osnova za definiranje numeričkih modela u programskom paketu ANSYS. Numerička analiza provedena je primjenom elasto-plastičnog modela materijala, uz odvojeno definiranje svojstava osnovnog materijala i materijala zavara. Rezultati pokazuju da jednostrani zavar karakterizira izraženije lokalno otvaranje nezavarenog dijela i koncentracija deformacije, dok se kod dvostranog spoja deformacija ravnomjernije raspodjeljuje kroz osnovni materijal. Dobivenim rezultatima će se moći omogućiti kvantificiranje utjecaja geometrije spoja na mehaničko i zamorno ponašanje zavarenih spojeva te pružiti smjernice za optimiranje projektiranja i izrade zavarenih konstrukcija kod kojih nije ostvarena potpuna provarenost zavara.

Ključne riječi: kutni zavareni spoj, numerička analiza, djelomična penetracija, AISI 304

[1] **Mag. Ing. Mech. Ivan Dunđer, asistent**, Strojarski fakultet u Slavonkom Brodu, Trg I. B. Mažuranić 2, Slavonski Brod, e-mail: idunder@unisb.hr
[2] **Dr. sc. Pejo Konjatić, redoviti profesor**, Strojarski fakultet u Slavonkom Brodu, Trg I. B. Mažuranić 2, Slavonski Brod, e-mail: pkonjatic@unisb.hr
[3] **Dr. sc. Nenad Gubeljak, redoviti profesor u trajnom zvanju**, Fakultet za strojništvo v Mariboru, Smetanova ulica 17, Maribor**, e**mail: nenad.gubeljak@um.si
[4] **Dr. sc. Dražan Kozak, redoviti profesor u trajnom zvanju**, Strojarski fakultet u Slavonkom Brodu, Trg I. B. Mažuranić 2, Slavonski Brod, e-mail: dkozak@unisb.hr
[5] **Dr. sc. Jožef Predan, izvanredni profesor**, Fakultet za strojništvo v Mariboru, Smetanova ulica 17, Maribor**, e**mail: jozef.predan@um.si

1 Uvod

Zavareni spojevi predstavljaju jedan od najčešće primjenjivanih načina spajanja metalnih elemenata u različitim industrijskim konstrukcijama [1-2]. Njihovo ponašanje posebno je važno kod konstrukcija izloženih promjenjivim i dinamičkim opterećenjima, gdje lokalne geometrijske nepravilnosti mogu imati značajan utjecaj na inicijaciju i razvoj pukotina [3].

Jedan od mogućih problema kod jednostranog kutnog zavarivanja spojeva jest postojanje nezavarenog dijela između spojenih elemenata. Takva geometrija predstavlja lokalni zarez u konstrukciji te može uzrokovati koncentraciju naprezanja [4]. Kod konstrukcija izloženih promjenjivom opterećenju navedena koncentracija naprezanja može predstavljati kritično mjesto za inicijaciju zamorne pukotine[5,6].

U ovom radu analizirani su T-spojevi izrađeni od nehrđajućeg čelika AISI 304, pri čemu su uspoređena dva konstrukcijska rješenja: jednostrani i dvostrani kutni zavar. Ispitni uzorci izrađeni su s ciljem simulacije stvarnih uvjeta na zavarenom spoju, pri čemu je posebna pažnja posvećena ponašanju nepotpunoj penetraciji spojeva.

Cilj rada je eksperimentalno i numerički analizirati mehaničko ponašanje navedenih spojeva pri statičkom vlačnom opterećenju te utvrditi utjecaj geometrije zavarenog spoja, gustoće mreže konačnih elemenata i definiranih materijalnih svojstava na dobivene rezultate. Eksperimentalni rezultati korišteni su za validaciju numeričkog modela izrađenog u programskom paketu ANSYS [7].

2 Materijal i eksperimentalna metoda

Za potrebe istraživanja izrađeni su ispitni uzorci od nehrđajućeg čelika AISI 304. Geometrija uzoraka odabrana je tako da odgovara T-spoju dvaju limova spojenih kutnim zavarenim spojem. Razmatrana su dva tipa spoja: jednostrani i dvostrani kutni zavar, pri čemu je kod oba uzorka debljina zavara iznosila a = 5 mm.

Zavarivanje se provodilo TIG postupkom zavarivanja gdje je kod jednostranog načina zavarivanja uzorka zavaren s jedne strane spojaa kod dvostranog zavarenog spoja zavarivanje s obje strane uzorka Ispitni uzorci zavareni su pod istim uvjetima i parametrima kao i stvarni spoj na konstrukciji koja je bila osnova za definiranje problema. Na početku i kraju zavarenog spoja predviđeni su dodatci koji su nakon završetka zavarivanja uklonjeni. Na taj je način osigurana ujednačenost zavarenog spoja duž ispitne duljine [8].

Statička ispitivanja provedena su na servo-hidrauličkom ispitnom stroju (slika 1.a) MTS Landmark 370. Tijekom ispitivanja kontinuirano su bilježene vrijednosti primijenjene sile i pomaka čeljusti ispitnog stroja. Zbog specifične geometrije T-spoja korišten je posebno konstruirani stezni prihvat (slika 1.b) kako bi se osigurao pravilan prijenos opterećenja te smanjila mogućnost neželjenog lokalnog savijanja i ekscentričnosti.

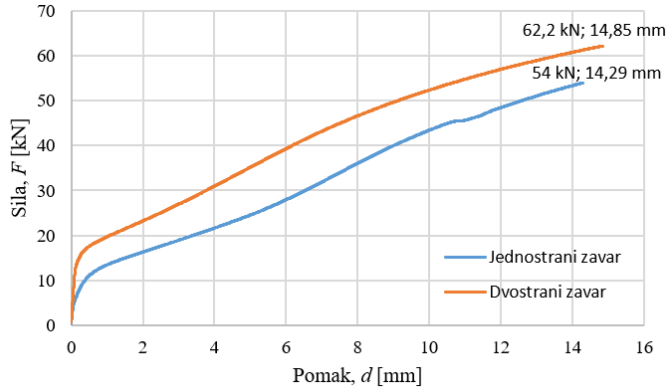
Kod jednostranog kutnog zavarenog spoja maksimalno primijenjeno opterećenje iznosilo je 54 kN, pri čemu je izmjeren ukupni pomak od približno 14,29 mm. Kod dvostranog zavarenog spoja maksimalna sila iznosila je 62,2 kN, uz ukupni pomak od približno 14,85 mm.



a) b)

Slika 1.a) Servo-hidraulička kidalica MTS 370, slika 1.b) Stezni prihvat ispitnog uzorka

Dobiveni dijagrami sila–pomak koji su prikazani na slici 2, koristit će se za određivanje elastičnog područja ponašanja uzoraka i definiranje referentne razine opterećenja za buduća dinamička ispitivanja.

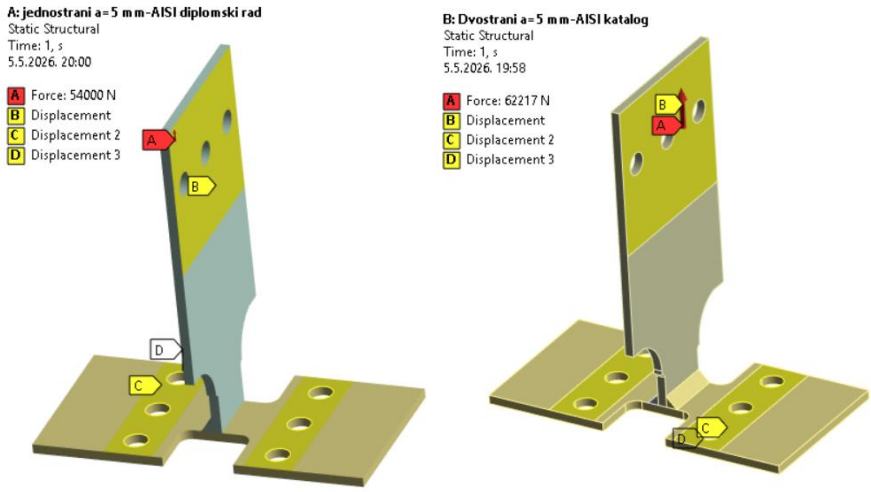


Slika 2. Dijagram sile u ovisnosti o pomaku za jednostrani i dvostrani kutni zavar

3 Numerički model

Za detaljniju analizu mehaničkog ponašanja ispitnih uzoraka razvijeni su numerički modeli primjenom metode konačnih elemenata u programskom paketu ANSYS. Geometrija numeričkih modela definirana je prema stvarnoj geometriji ispitnih uzoraka, dok su svojstva zavarenog spoja određena na temelju dostupnih eksperimentalnih podataka.

U svrhu pojednostavljenja geometrijskog modela zavar je idealiziran kao tijelo trokutastog presjeka. Izrađena su dva numerička modela, prikazana na slici 3, koji odgovaraju eksperimentalnim uzorcima s jednostranim i dvostranim kutnim zavarenim spojem.



Slika 3. Rubni uvjeti za ispitne uzorke a) jednostranog i b) dvostranog zavarenog spoja

U numeričkoj analizi definirana su dva materijala: osnovni materijal AISI 304 i materijal zavara. Za oba materijala primijenjen je elasto-plastični model s multilinearnim isotropnim očvršćivanjem. Mehanička svojstva korištena u numeričkom modelu prikazana su u tablici 1.

Tablica 1. Mehanička svojstva osnovnog materijala i zavara [8]

Materijal	Granica tečenja materijala	Vlačna čvrstoća	Poisson omjer	Modul elastičnosti
	$R_{p0,2}$; $[MPa]$	R_m; $[MPa]$	v; $[-]$	E; $[MPa]$
Osnovni materijal	290	630	0,28	200000
Zavar	329,6	623,1	0,31	149803

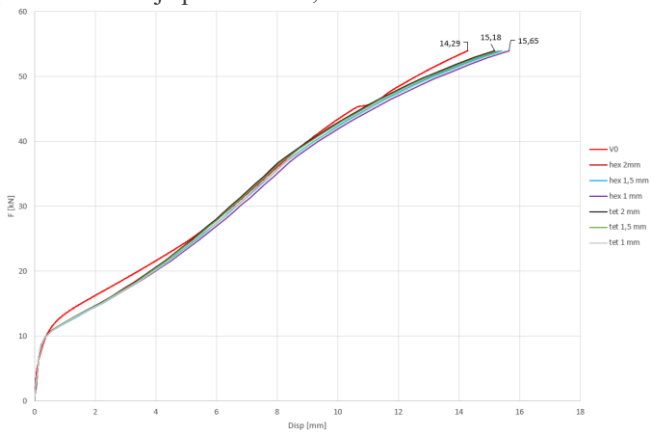
Plastična svojstva materijala zavara, prikazani u tablici 2, preuzeta su iz dostupnih eksperimentalnih podataka, dok su plastična svojstva osnovnog materijala AISI 304 u modelu preuzeta iz baze materijala ANSYS. Za dodatnu analizu korišteni su i podaci iz literature [9]. Rubni uvjeti numeričkog modela definirani su tako da odgovaraju uvjetima eksperimentalnog ispitivanja što je prikazano na slici 3. Opterećenje je primijenjeno jednoosno, definiranom silom koja odgovara maksimalnoj sili korištenoj u statičkom ispitivanju. Za jednostrani spoj primijenjena je sila od 54 kN, dok je za dvostrani spoj korištena sila od 62,2 kN. Učvršćenje je definirano u referentnim područjima modela na način kojim se sprječavaju neželjeni pomaci i rotacije, što je prikazano slikom 3.

Tablica 2. Plastičnost osnovnog materijala i zavara [8, 9]

Materijal	Plastičnost	Naprezanje
	ε_p; [−]	σ; $[MPa]$
Osnovni materijal	0	290
	0,044	376,2
	0,088	461,9
	0,133	530,8
	0,222	644,8
	0,267	697,5
	0,311	748,9
	0,356	797,2
Zavar	0	329,6
	0,134	622,49
	0,307	831,95
	0,568	1087,6
	0,8063	1318,3
	1	1506,5

3.1 Konvergencija mreže

Za određivanje gustoće mreže za daljnje numeričke analize, provedena je analiza konvergencije. Razmatrane su dvije vrste konačnih elemenata, heksaedarski i tetraedarski elementi, pri čemu su korištene veličine elemenata od 2 mm, 1,5 mm i 1 mm. Kod jednostranog zavarenog spoja numerički dobiveni pomaci pri sili od 54 kN kretali su se između 15,18 i 15,65 mm. Eksperimentalno izmjeren pomak pri istoj sili iznosio je 14,29 mm, što je prikazano na slici 4. Kod dvostranog spoja najmanji numerički pomak dobiven je za veličinu elementa od 2 mm i iznosio je 16,08 mm, dok je za veličinu elementa od 1 mm dobiven pomak od 17,6 mm. Eksperimentalni pomak iznosio je približno 14,86 mm.



Slika 4. Usporedba konvergencije mreže na dijagramu sile u ovisnosti o pomaku

4 Rezultati i rasprava

Eksperimentalni rezultati pokazuju razliku u mehaničkom odzivu jednostranog i dvostranog zavarenog spoja. Kod jednostranog spoja pri sili od 54 kN zabilježen je pomak od 14,29 mm. Tijekom ispitivanja uočeno je izraženo otvaranje dijela s nepotpunom penetracijom spoja, odnosno lokalnog zareza. Deformacija se dominantno razvija u području središnjeg dijela donje ploče, pri čemu geometrija zavara dodatno utječe na lokalizaciju deformacije.

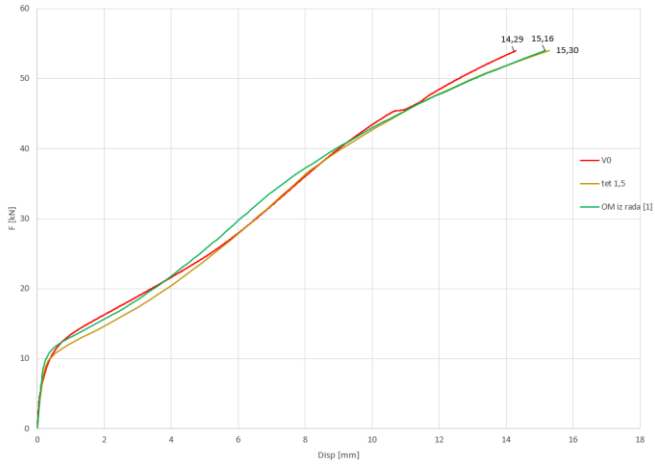
Kod dvostranog spoja maksimalna sila iznosila je 62,2 kN, uz pomak od približno 14,85 mm. U usporedbi s jednostranim spojem, deformacija je ravnomjernije raspodijeljena, a utjecaj lokalnog zareza je smanjen.

Usporedba eksperimentalnih i numeričkih rezultata pokazuje zadovoljavajuće podudaranje. Kod jednostranog spoja numerički pomaci bili su nešto veći od eksperimentalno izmjerenog pomaka, dok je kod dvostranog spoja također zabilježeno određeno odstupanje. Takva odstupanja mogu biti posljedica pojednostavljenja geometrije zavara, idealizacije rubnih uvjeta i korištenih materijalnih svojstava.

Numerička analiza pokazala je da tip konačnog elementa ima relativno mali utjecaj na konačni pomak, dok je utjecaj veličine elemenata izraženiji. Smanjenjem veličine elemenata dobiven je porast numeričkog pomaka pri istoj razini opterećenja. To ukazuje na važnost pravilnog odabira gustoće mreže kod numeričkog modeliranja zavarenih T-spojeva.

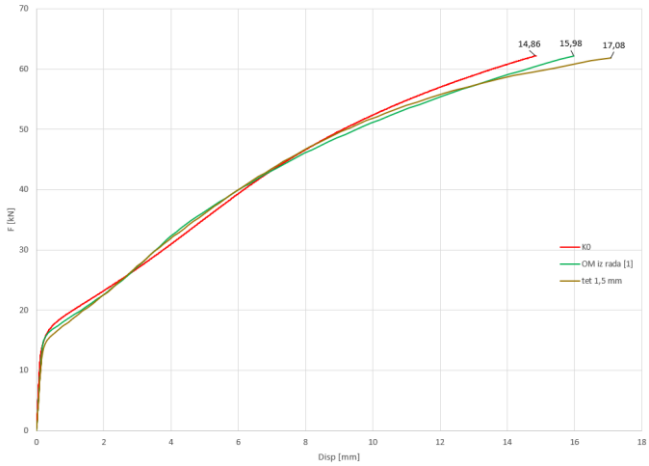
Dodatna analiza provedena je kako bi se ispitao utjecaj različitih podataka o plastičnom ponašanju osnovnog materijala AISI 304. Uspoređena su dva skupa podataka: vrijednosti iz baze materijala ANSYS i vrijednosti preuzete iz literature [9]. Za oba modela korištena je tetraedarska mreža s veličinom elementa 1,5 mm.

Kod jednostranog zavarenog spoja promjena materijalnih svojstava osnovnog materijala imala je relativno malen utjecaj na konačni pomak. Dobivene krivulje na slici 5 pokazuju sličan trend ponašanja tijekom opterećivanja. Ovakav rezultat može se povezati s izraženom lokalizacijom deformacije u području nezavarenog dijela spoja. Zbog geometrijskog zareza i njegovog utjecaja na raspodjelu deformacije, odziv spoja u većoj je mjeri određen samom geometrijom spoja.



Slika 5. Utjecaj materijala na dijagramu sile- pomak za jednostrani kutni zavar

Kod dvostranog zavarenog spoja utjecaj materijalnih svojstava bio je izraženiji. Zbog ravnomjernije raspodjele deformacije kroz osnovni materijal, razlike u definiranom plastičnom ponašanju AISI 304 rezultirale su različitim vrijednostima ukupnog pomaka, što je prikazano slikom 6.



Slika 6. Utjecaj materijala na dijagramu sile- pomak za dvostrani kutni zavar

Dobiveni rezultati pokazuju da kod numeričkog modeliranja zavarenih konstrukcija nije dovoljno definirati samo osnovna mehanička svojstva materijala, kao što su modul elastičnosti i granica tečenja. Za pouzdano predviđanje ponašanja u području plastičnih deformacija potrebno je pravilno definirati i plastična svojstva osnovnog materijala i zavara.

Razlika između jednostranog i dvostranog spoja posebno je značajna s aspekta daljnjih dinamičkih ispitivanja. Kod jednostranog spoja prisutnost nezavarenog dijela predstavlja izraženi geometrijski diskontinuitet koja može djelovati kao inicijalno mjesto koncentracije naprezanja i razvoja zamorne pukotine. Kod dvostranog spoja taj je utjecaj znatno smanjen, što ukazuje na potencijalno povoljnije ponašanje pri cikličkom opterećenju.

5 Zaključak

U ovom je radu provedena obuhvatna eksperimentalna i numerička analiza mehaničkog ponašanja T-spojeva od nehrđajućeg čelika AISI 304 s jednostranim i dvostranim kutnim zavarenim spojem.

Istraživanje je pokazalo znatne razlike u ponašanju analiziranih konfiguracija pri statičkom vlačnom opterećenju. Kod jednostranog spoja uočeno je izraženo otvaranje nezavarenog dijela te lokalizacija deformacije, pri čemu je pri sili od 54 kN eksperimentalno izmjeren pomak od 14,29 mm. S druge strane, dvostrani je spoj pokazao veću nosivost, ostvarivši pomak od 14,85 mm pri znatno višoj sili od približno 62,2 kN. Nadalje, prisutnost nezavarenog dijela kod jednostranog spoja predstavlja značajan geometrijski diskontinuitet koji uzrokuje koncentraciju naprezanja, čime ta zona postaje kritično mjesto za inicijaciju zamornih pukotina pod dinamičkim opterećenjem.

Numerički modeli pokazali su zadovoljavajuće podudaranje s eksperimentalnim rezultatima, pri čemu su uočena odstupanja posljedica usvojenih idealizacija geometrije, rubnih uvjeta i materijalnih svojstava. Provedenom analizom konvergencije utvrđeno je da veličina

konačnih elemenata ima znatno dominantniji utjecaj na izračunate pomake u odnosu na sam tip elementa, na temelju čega je za daljnje proračune usvojena tetraedarska mreža veličine elementa 1,5 mm. Naposljetku, analiza osjetljivosti ukazala je na to da variranje plastičnih svojstava osnovnog materijala ima relativno malen utjecaj na ukupni odziv jednostranog spoja, dok je kod dvostranog spoja taj utjecaj bio znatno izraženiji.

Dobiveni rezultati predstavljaju osnovu za nastavak istraživanja kroz dinamička ispitivanja jednostranih i dvostranih zavarenih spojeva. Poseban naglasak u nastavku istraživanja bit će na određivanju zamornog ponašanja spojeva i utjecaju geometrije nezavarenog dijela na inicijaciju i razvoj zamornih pukotina.

Zahvala

Autori se zahvaljuju Agenciji za istraživanja i inovacije-ARIS Republike Slovenije te Agenciji za znanost i visoko obrazovanje-AZVO Republike Hrvatske za financijsku podršku u okviru bilateralnog projekta SLO11 pod nazivom „Određivanje dinamičke i granične nosivosti jednostranog kutnog zavara od čelika AISI 304“ i programskoj grupi PS P2-0137 „Numerična in eksperimentalna analiza nelinearnih mehanskih sistemov“.

Ovaj znanstveni rad financiralo je Sveučilište u Slavonskom Brodu u sklopu institucionalnog istraživačkog projekta *Analiza utjecaja strukturnih i procesnih parametara FDM tehnologije na mehanička i vibracijska svojstva poliamidnog PA6 zuba cilindričnog čelnika s ravnim zubima u svrhu optimiranja hibridnog dizajna strukture ispune*, financiranog sredstvima Europske unije – NextGenerationEU.

Literatura

[1] Radaj,D.; Sonsino, C. ;.M, Fricke, W.; Recent developments in local concepts of fatigue assessment of welded joints; International Journal of Fatigue; 2009; 31; 1; 2-11.

[2] Tchoffo Ngoula,D.; Beier, H. Th.; Vormwald, M.; Fatigue crack growth in cruciform welded joints: Influence of residual stresses and of the weld toe geometry; International Journal of Fatigue; 2017; 101; 2; 253-262.

[3] Corigliano, P.; Crupi, V.; Review of Fatigue Assessment Approaches for Welded Marine Joints and Structures; Metals; 2022; 12;1010.

[4] Ashok, A.; Incomplete Penetration Type Flaws Detection in Weldments Using Morphological Image Processing Techniques; International Journal of Communication Systems and Network Technologies; 2016; 5; 2.

[5] Ahola, A.; Salerto, S.; Loisa, T.; Lipiäinen, K.; Björk, T.; Fatigue strength of single-sided fillet welds in overlapping ultra-high-strength steel sheets; Welding in the World; 2024; 68. 1225-1239.

[6] Damjanovic D.; Pavkovic, M.; Khan, R.; Scappatiacci, L.; Experimental and Numerical Evaluation of Residual Stresses Caused by Welding the Nozzle to the Header; Tehnički vjesnik; 2025; 32; 5; 1868-1875.

[7] ANSYS, Inc.; Ansys Mechanical Enterprise; Release 2026 R1; Verification Manual; Canonsburg.

[8] Strniša, G.; Određivanje parametara mehanike loma za zavar od čelika AISI 304; Magistarski rad; 2019.

[9] Sener, B.; Esener, E.; Firat, M.; Modeling plastic anisotropy evolution of AISI 304 steel sheets by a polynomial yield function; SN Applied Sciences; 2021; 3:181.

Numerički model za analizu izvijanja Al–SiC kompozitnih grednih nosača pri puzanju

Gašljević, R. I.[1], Lanc, D.[2] i Turkalj, G.[3]

Sažetak

U radu je prikazana formulacija konačnih elemenata za analizu izvijanja pri puzanju funkciski gradiranih Al–SiC greda i ravninskih okvirnih konstrukcija. Analizirani materijal sastoji se od aluminijske matrice ojačane česticama silicijeva karbida (SiC), pri čemu se njihov volumenski udio eksponencijalno mijenja po poprečnom presjeku grede. Puzanje materijala opisano je Nortonovim zakonom, dok su parametri puzanja određeni lokalno na temelju eksperimentalno potvrđenih relacija iz literature. Razvijena formulacija omogućava promjenu mehaničkih naterijalnih značajki po presjeku elementa. Točnost modela najprije je provjerena analizama elastičnog izvijanja i usporedbom s rezultatima dobivenim u programu MSC Nastran, pri čemu je dobiveno vrlo dobro slaganje za homogene i FG grede. Nakon toga provedene su analize izvijanja greda prouzročenog puzanjem, a ista je formulacija potom primijenjena i na ravninsku okvirnu konstrukciju izloženu dugotrajnom tlačnom opterećenju. Dobiveni rezultati pokazuju da na kritično vrijeme izvijanja utjecaj imaju kako razina opterećenja, tako i volumenski udio SiC čestica i njihova raspodjela po poprečnom presjeku. Povećanjem udjela SiC povećava se otpornost konstrukcije na izvijanje, dok način raspodjele ojačanja također značajno utječe na ponašanje konstrukcije.

Ključne riječi: FG materijali, Al–SiC kompoziti, puzanje, izvijanje, metoda konačnih elemenata, okvirne konstrukcije

[1] **univ. mag. inng. mech. Raul Ivan Gašljević, Asistent**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički Fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, e-mail: raul.ivan.gasljevic@uniri.hr
[2] **prof. dr. sc. Domagoj Lanc, Redoviti Profesor**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički Fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, e-mail: domagoj.lanc@riteh.uniri.hr
[3] **prof. dr. sc. Goran Turkalj, Redoviti Profesor**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički Fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, e-mail: goran.turkalj@riteh.uniri.hr

1 Određivanje materijalnih parametara

Mehaničke se značajke kontinuirano mijenjaju po debljini poprečnog presjeka prema eksponencijalnom zakonu:

$$E(n) = \left(E_{top} - E_{bot}\right) \cdot V_c + E_{bot} \tag{1}$$

gdje E predstavlja mehaničke parametre keramike i metala kao što su modul elastičnosti, smični modul, koeficijent toplinske rasteljivosti i sl, a indexi top i bot predstavljaju gornju i donju površinu poprečnog presjeka dok je V_c je volumni udio keramike:

$$V_c = \left(\frac{1}{2} + \frac{n}{h}\right)^p, -h/2 \leq n \leq h/2 \tag{2}$$

Ponašanje funkcionalno gradiranih Al–SiC konstrukcija pri puzanju opisano je Nortonovim zakonom

$$\dot{\varepsilon}_{cr} = B\sigma^n, \tag{3}$$

gdje je $\dot{\varepsilon}_{cr}$ brzina deformacije uslijed puzanja, σ ekvivalentno naprezanje, dok su B i n koeficijenti puzanja materijala prema Northonovu zakonu.

Vrijednosti parametara puzanja ovise o temperaturi, veličini čestica i lokalnom volumnom udjelu SiC ojačanja i određenesu na temelju eksperimentalno potvrđenih konstitutivnih relacija preuzetih iz literature [1–3]. Na taj je način zadržana usklađenost s referentnim numeričkim primjerima korištenima za provjeru razvijene formulacije.

Koeficijent puzanja B i eksponent puzanja n određuju se izrazima

$$\log B = -29 + 1729.38\log e - 274.71\log T - 1.98\log P - 15.88\log C \tag{4}$$

i

$$\log n = -21.54\log e + 3.08\log T + 0.07\log P + 0.07\log C, \tag{5}$$

gdje je T temperatura, P prosječna veličina SiC čestica, a C lokalni volumenski udio silicijeva karbida.

Budući da se kod funkcijski gradiranih materijala udio SiC čestica kontinuirano mijenja kroz debljinu presjeka, i parametri puzanja mijenjaju se od jedne do druge točke presjeka. U razvijenoj formulaciji njihove se vrijednosti određuju lokalno u nadziranom području, ovisno o lokalnom sastavu materijala.

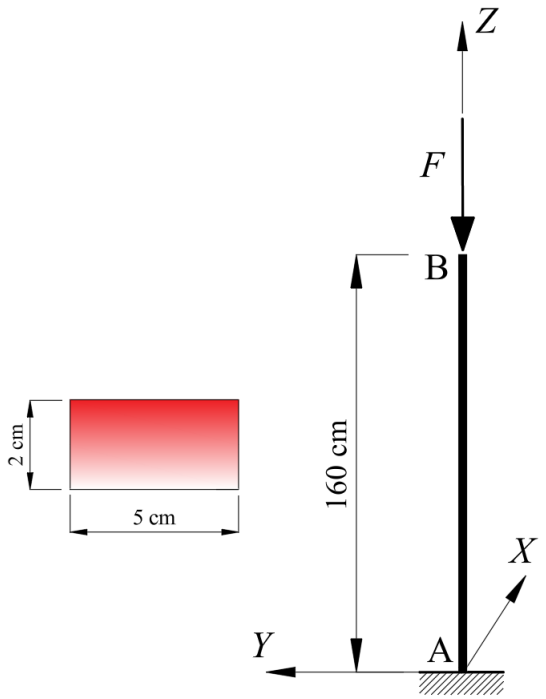
Analiza utjecaja volumnog udjela SiC čestica pokazuje da s povećanjem udjela keramičke faze raste modul elastičnosti, dok se koeficijent puzanja smanjuje. Istodobno dolazi do povećanja eksponenta puzanja, što ukazuje na veću otpornost materijala na puzanje.

Utjecaj gradacijskog indeksa *p* na raspodjelu materijalnih svojstava kroz presjek očituje se u tome da veće vrijednosti gradacijskog indeksa uzrokuju izraženiju promjenu udjela SiC čestica, a time i veću promjenu modula elastičnosti te parametara puzanja po debljini presjeka.
Nakon određivanja lokalnog volumnog udjela SiC čestica izračunavaju se odgovarajuće vrijednosti koeficijenta puzanja za svaku točku poprečnog presjeka. Na taj se način u numeričkom modelu uvažava kontinuirana promjena svojstava materijala kroz presjek te se omogućuje bolji opis ponašanja funkcijski gradiranih konstrukcija pri dugotrajnom opterećenju.

2 Analiza fleksijskog izvijanja puzajuće FG grede

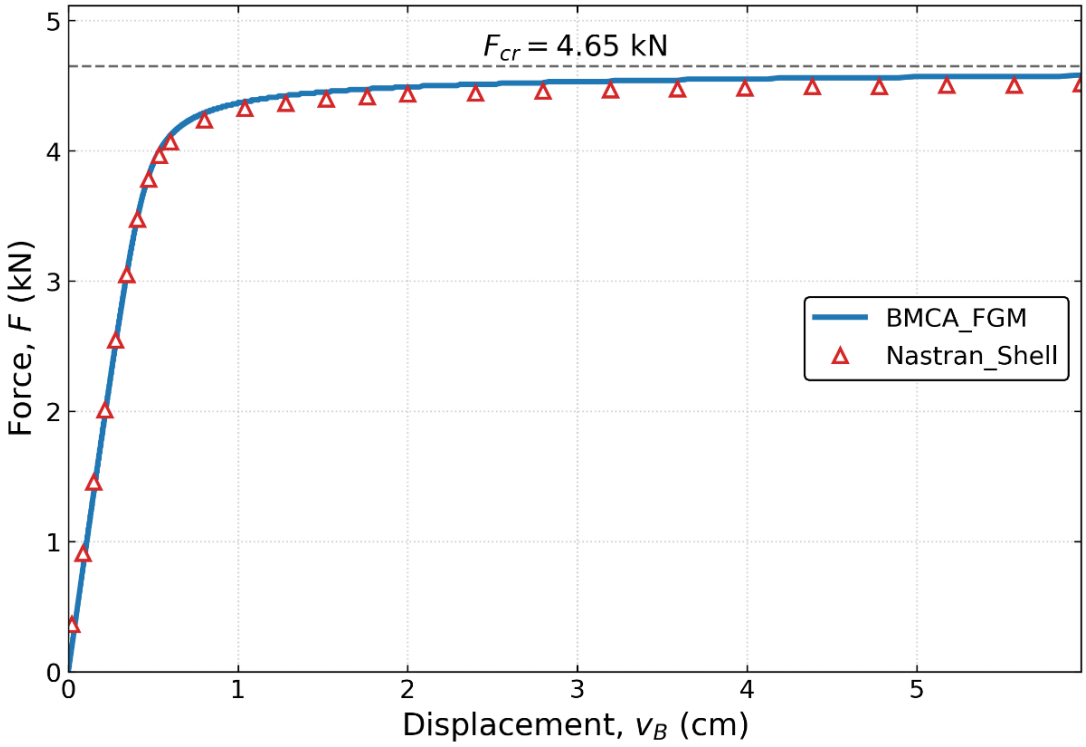
Za provjeru razvijene formulacije analizirana je konzolna Al–SiC greda pravokutnog presjeka opterećena tlačnom silom na slobodnom kraju (slika 1). Razmatran je funkcijski gradirani materijal s promjenom volumnog udjela SiC čestica od 0,1 do 0,3 kroz presjek, pri čemu je raspodjela SiC čestica opisana eksponencijalnim zakonom. Za analizu izvijanja korišten je gredni model BMCA koji je od strane autora razvijen i višekratno testiran na primjerima izvijanja pri puzanju homogenih izotropnih greda **[4,5]**.

Najprije je provedena analiza elastičkog izvijanja kako bi se provjerila točnost modela. Dobiveni rezultati uspoređeni su s rezultatima programa MSC Nastran te je u svim analiziranim slučajevima dobivena zadovoljavajuća podudarnost. Time je potvrđena ispravnost implementirane formulacije i njezina primjenjivost za analizu funkcijski gradiranih konstrukcija.



Slika 1. Geometrija i opterećenje analizirane Al–SiC grede

Na slici 2 prikazana je usporedba krivulja sila–pomak dobivenih razvijenim numeričkim modelom i programom MSC Nastran za analizirani slučaj (p=0,5). Uočava se vrlo dobro podudaranje rezultata, čime je potvrđena primjenjivost BMCA modela.

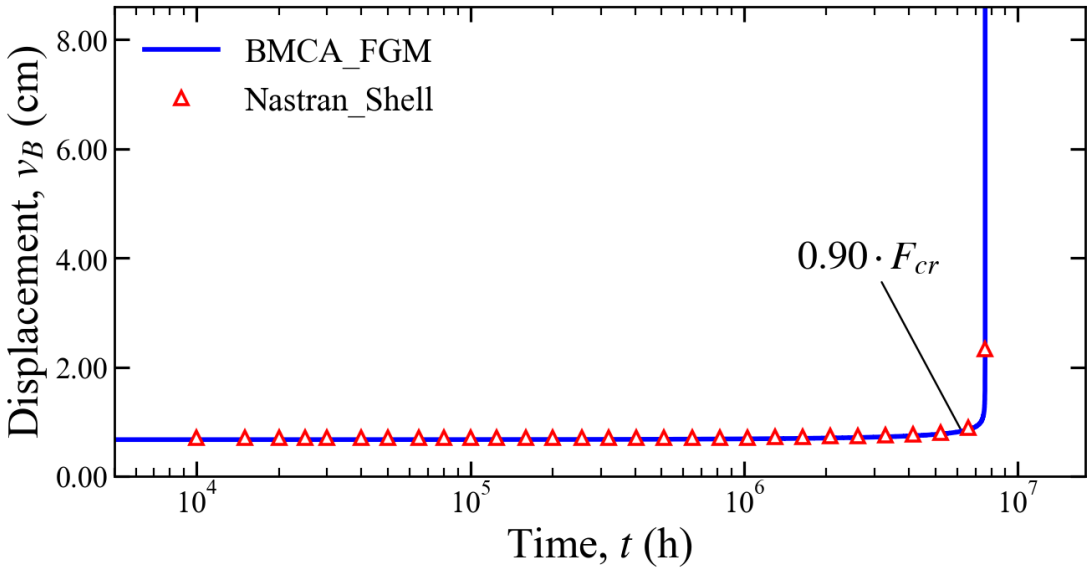


Slika 2. Krivulja sila–pomak za analiziranu Al–SiC gredu

Nakon provedene validacije analizirano je izvijanje puzajuće funkcijski gradirane grede pri dugotrajnom tlačnom opterećenju. Na slici 2 prikazane su krivulje sila–pomak dobivene primjenom razvijene BMCA formulacije i programa MSC Nastran za funkcijski gradiranu (FGM) gredu. Rezultati pokazuju vrlo dobro podudaranje tijekom cijelog procesa deformiranja. U početnoj fazi sila brzo raste s porastom pomaka, nakon čega se krivulja postupno približava graničnoj vrijednosti. Kritična sila iznosi približno $F_{cr} = 4.65$ kN, pri čemu su odstupanja između BMCA i MSC Nastran rezultata mala, što potvrđuje točnost razvijenog numeričkog modela.

Na slici 3. prikazan je pomak slobodnog kraja tijekom vremena za razinu opterećenja od 90 % kritične sile. U početnoj fazi pomaci rastu sporo, dok neposredno prije gubitka stabilnosti dolazi do njihovog naglog povećanja, što označava pojavu izvijanja.

Usporedba s rezultatima dobivenim u programu MSC Nastran pokazuje vrlo dobro podudaranje tijekom cijelog procesa deformiranja, uključujući područje neposredno prije nastupa nestabilnosti. Dobiveni rezultati potvrđuju da razvijena BMCA formulacija uspješno opisuje vremenski ovisno ponašanje funkcijski gradiranih Al–SiC greda.



Slika 3. Razvoj pomaka slobodnog kraja tijekom puzajućeg izvijanja

Rezultati provedene analize pokazuju da razvijena formulacija omogućuje pouzdano opisivanje dugotrajnog ponašanja funkcijski gradiranih Al–SiC grednih nosača izloženih tlačnom opterećenju. Uvažavanje kontinuirane promjene materijalnih svojstava kroz poprečni presjek omogućuje realniji opis utjecaja raspodjele SiC čestica na krutost i otpornost konstrukcije na puzanje. Dobiveni rezultati također potvrđuju da povećanje udjela SiC ojačanja povoljno utječe na stabilnost konstrukcije, dok njegova raspodjela kroz presjek može značajno utjecati na vrijeme nastupa izvijanja. Razvijeni pristup stoga predstavlja prikladnu osnovu za daljnju analizu stabilnosti funkcijski gradiranih konstrukcija pri dugotrajnim opterećenjima.

Daljnja istraživanja mogu biti usmjerena na proširenje razvijene formulacije na tankostjene FG poprečne presjeke, uključivanje kriterija za adaptivno određivanje vremenskog koraka (*adaptive time-stepping*) te primjenu modela na složenije konstrukcijske sustave.

Zahvale

Autori zahvaljuju Hrvatskoj zakladi za znanost (HRZZ) na financijskoj potpori istraživanju provedenom u okviru projekata HRZZ-IP-2024-05-6868 i DOK-2025-02-2236. Također, istraživanje „Financira Europska unija – NextGenerationEU" u sklopu projekta uniri-iz-25-233.

Literatura

[1] Singh S, Ray S. *Steady-state creep behavior in an isotropic functionally graded material rotating disc of Al–SiC composite.* Metallurgical and Materials Transactions A. 2001;32(7):1679–1691.

[2] Singh S, Ray S. *Creep analysis in an isotropic functionally graded Al–SiC rotating disc*. Journal of Materials Processing Technology. 2003;143–144:616–622.

[3] Pandey A, Mishra R, Mahajan Y. *Steady state creep behaviour of silicon carbide particulate reinforced aluminium composites.* Acta Metallurgica et Materialia. 1992;40(8):2045–2052.

[4] D. Lanc, G. Turkalj, J. Brnić, *Commun. Numer. Meth. Engng.* 24, 989–1008, 2008. https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/cnm.1004

[5] D. Lanc, T.P. Vo, G. Turkalj, J. Lee, *Thin-Wall. Struct.* 86, 148–156, 2015. https://doi.org/10.1016/j.tws.2014.10.006

SSAIYAN 2 – web-platforma za interaktivni proračun i dimenzioniranje elemenata konstrukcije

Goreta, M.[1]

Sažetak
U radu se prikazuje SSAIYAN (Structural Solutions for Applied Integrated Yield Analysis and Numerics) 2, besplatna web-platforma za proračun i dimenzioniranje elemenata konstrukcije prema europskim normama, s glavnim fokusom na modul Statika 2D. Modul rješava ravninske štapne sustave metodom pomaka, formuliranom primjenom direktne metode krutosti, pri čemu se cjelokupan proračun izvodi u internetskom pregledniku, bez instalacije i bez poslužiteljskog dijela. Opisana je formulacija štapnog elementa sa šest stupnjeva slobode, sastavljanje i rješavanje globalnog sustava jednadžbi te povrat reznih sila na razini štapa uz prikaz deformacijske linije. Prikazan je i tijek podataka od unosa geometrije i opterećenja prema HRN EN 1990, do prijenosa mjerodavnih reznih sila u module za dimenzioniranje betonskih, čeličnih, spregnutih i drvenih elemenata. Točnost je provjerena na višestrukim statički određenim i neodređenim sustavima. U radu je prikazan primjer kontinuiranog nosača preko dva polja, na obostrano upetom portalnom okviru i na primjeru proste grede, uz podudaranje s analitičkim rješenjem do posljednje prikazane znamenke i usporedbu s komercijalnim računalnim programom. Na kraju se razmatra primjena platforme u nastavi, gdje se pokazalo da neposredna interaktivna veza između izmjene modela i dijagrama reznih sila olakšava usvajanje utjecaja krutosti i oblika statičkog sustava.

Ključne riječi: direktna metoda krutosti, štapni sustavi, Eurokod, web-aplikacija, dimenzioniranje, edukacija

[1] Dr. sc. Marko Goreta, mag. ing. aedif., Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Matice hrvatske 15, 21000 Split, e-mail: mgoreta@gradst.hr

1 Uvod

Proračun ravninskih štapnih sustava svakodnevni je posao u projektantskoj praksi i temelj nekoliko kolegija na mnogo tehničkih fakulteta [1, 2]. Računalni programi koji taj posao obavljaju u pravilu su prema korisniku zatvoreni: unese se model, dobiju se dijagrami, a ono što se dogodilo između ostaje nedostupno. Iskusnom projektantu to ne smeta jer unaprijed zna kakav red veličine očekuje; studentu koji tu intuiciju tek gradi smeta, jer je upravo međukorak ono što bi trebao vidjeti.

Uz to, uvjeti licenciranja i instalacija čine takve programe nepraktičnima za kratke provjere. Za njih je dovoljan alat koji se otvori u pregledniku i odmah radi.

SSAIYAN 2 nastao je iz te potrebe. Riječ je o besplatnoj web-platformi koja objedinjuje proračun reznih sila i dimenzioniranje elemenata prema Eurokodu [3], s modulima za betonske [4], čelične [5], spregnute [6] i drvene konstrukcije [7], te s općim alatima poput pretvornika jedinica i tablica karakteristika presjeka. Cijeli se proračun izvodi na strani klijenta, bez prijave i bez slanja podataka na poslužitelj [8].

Modul Statika, koji je predmet ovoga rada, u arhitekturi platforme ima ulaznu ulogu: on daje rezne sile koje ostali moduli dalje koriste za proces dimenzioniranja te na kraju ispisa. U nastavku su opisani numerička osnova modula, način unosa i obrade podataka, provjera točnosti na dva referentna primjera te plan primjene u nastavi.

2 Numerička osnova modula

2.1 Štapni element i matrica krutosti

Modul se temelji na metodi pomaka, pri čemu je proračunska formulacija izvedena primjenom direktne metode krutosti [9, 10]. Ravninski štapni element ima šest stupnjeva slobode, po dva pomaka i jednu rotaciju u svakom čvoru. Uz Euler-Bernoullijevu teoriju savijanja, linearno elastičan materijal i male pomake, matrica krutosti prizmatičnog elementa u lokalnom sustavu glasi

$$\boldsymbol{k}_1^{(\mathrm{e})} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \tag{1}$$

gdje su E modul elastičnosti, A površina poprečnog presjeka, I moment tromosti i L duljina štapa. Rešetkasti štapovi obrađuju se kao poseban slučaj, s nultim članovima savijanja, a zglob na kraju štapa statičkom kondenzacijom pripadnog rotacijskog stupnja slobode.

2.2 Transformacija i globalni sustav

Prijelaz u globalni koordinatni sustav provodi se matricom rotacije, sastavljenom od kosinusa smjera osi štapa

$$\boldsymbol{k}_{\mathrm{g}}^{(\mathrm{e})} = \boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\, \boldsymbol{k}_{\mathrm{l}}^{(\mathrm{e})}\, \boldsymbol{T} \tag{2}$$

Zbrajanjem doprinosa svih štapova po pripadnim stupnjevima slobode nastaje globalna matrica krutosti i sustav jednadžbi

$$\boldsymbol{K}\,\boldsymbol{u} = \boldsymbol{F}_{\check{\mathrm{c}}} - \sum_{e} \boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\, \boldsymbol{f}_0^{(\mathrm{e})} \tag{3}$$

u kojemu su $F_{\check{\mathrm{c}}}$ izravno zadana čvorna opterećenja, a f_0 vektor ekvivalentnih čvornih sila pojedinog štapa. Za ravnomjerno raspodijeljeno opterećenje q, okomito na os štapa, taj vektor iznosi

$$\boldsymbol{f}_0^{(\mathrm{e})} = \left[0 \quad \frac{qL}{2} \quad \frac{qL^2}{12} \quad 0 \quad \frac{qL}{2} \quad \frac{-qL^2}{12}\right]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

Zatvoreni izraz vrijedi za opterećenje po cijelom štapu; za dio štapa vektor se integrira Gauss–Legendreovom kvadraturom s pet točaka nad Hermiteovim polinomima. Rubni uvjeti uvode se nuliranjem retka i stupca pripadnog stupnja slobode uz jedinicu na dijagonali, a opruge se pribrajaju dijagonali. Prije rješavanja provodi se regularizacija dijagonale, tako da nepridržan mehanizam ne ruši proračun zbog singularnosti. Sustav se rješava Gaussovom eliminacijom s djelomičnim izborom glavnog elementa.

2.3 Povrat reznih sila

Nakon rješavanja sustava, rezne sile na krajevima svakog štapa slijede iz

$$\boldsymbol{s}^{(\mathrm{e})} = \boldsymbol{k}_{\mathrm{l}}^{(\mathrm{e})}\, \boldsymbol{T}\, \boldsymbol{u}^{(\mathrm{e})} + \boldsymbol{f}_0^{(\mathrm{e})} \tag{5}$$

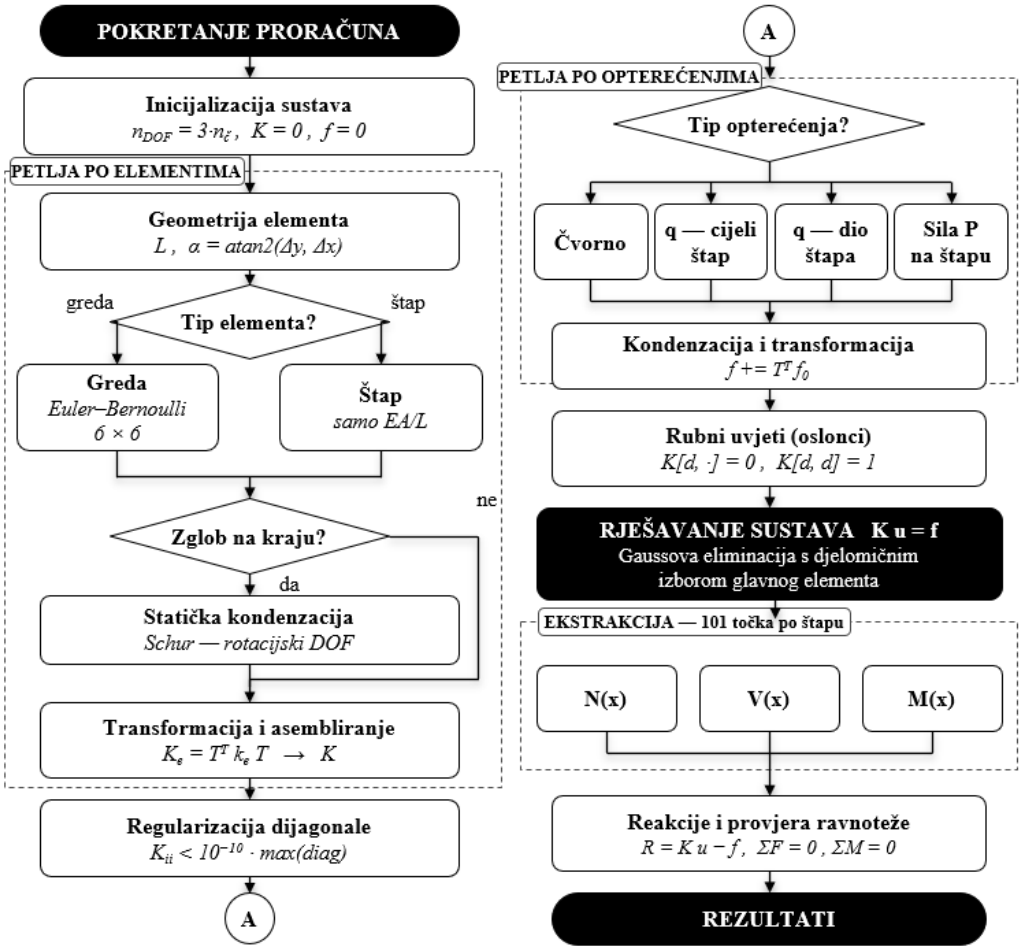
Vrijednosti duž štapa dobivaju se integracijom opterećenja od početnoga čvora u 101 točki, pa se dijagrami M, V i N crtaju bez podjele štapa na pomoćne elemente. Deformacijska linija se ne interpolira linearno nego Hermiteovim kubičnim funkcijama oblika u 21 točki, čime poprima fizikalno točan oblik; kod štapa s unutarnjim zglobom zaokret kraja rekonstruira se iz uvjeta $M = 0$.

3 Implementacija i tijek podataka

Model se zadaje čvorovima i štapovima, uz zglobne, klizne i upete oslonce, a hvatanje na mrežu i na karakteristične točke štapa ubrzava unos. Opterećenja mogu biti u obliku koncentrirane sile, koncentriranog momenta te ravnomjerno ili trapezno raspodijeljena, po cijelom štapu ili po njegovu dijelu. Za tipične sustave pripremljeni su predlošci.

Svaka izmjena ulaznog podatka automatski pokreće ponovni proračun i osvježavanje crteža; koraka „pokreni proračun” nema. Utjecaj promjene, primjerice povećanja momenta tromosti prečke okvira, vidi se istoga trenutka na dijagramu.

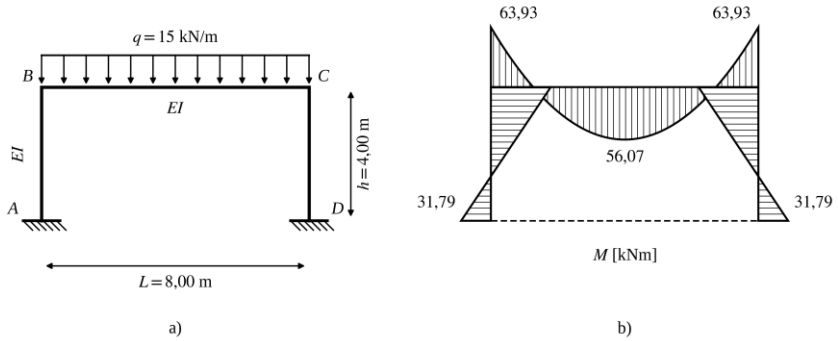
Opterećenja se razvrstavaju na stalna i promjenjiva, a kombinacije se tvore prema HRN EN 1990 [3]. Mjerodavne rezne sile prenose se naredbom „Koristi u modulu" izravno u modul za dimenzioniranje, čime se izbjegava prepisivanje vrijednosti, u studentskim radovima čest izvor pogrešaka. Rezultati se izvoze u DXF, SVG i PNG. Cjelokupan tijek proračuna prikazan je dijagramom toka na slici 1.



Slika 1. Dijagram toka proračuna u modulu Statika 2D

4 Verifikacija

Točnost je provjerena na trima sustavima sa zatvorenim analitičkim rješenjem: kontinuiranom nosaču preko dva jednaka polja raspona 5,00 m uz q = 20 kN/m, obostrano upetom portalnom okviru raspona 8,00 m i visine 4,00 m s prečkom opterećenom s q = 15 kN/m (slika 2), te prostoj gredi raspona 6,00 m s trapeznim opterećenjem 10 → 30 kN/m na dijelu štapa i koncentriranom silom, kojom se provjerava put kvadrature iz poglavlja 2.2. Svi štapovi imaju jednaku krutost, EI = 10 000 kNm^2 i EA = 1 000 000 kN. Isti su sustavi zatim izgrađeni u programu SCIA Engineer [11], uz S235 i profil IPE 240, pa je uspoređen i taj rezultat.



Slika 2. Verifikacijski primjer: a) statički model portalnog okvira; b) dijagram momenata savijanja

Tablica 1. Usporedba rezultata modula Statika 2D s analitičkim rješenjem i s programom SCIA Engineer

Veličina	**Analitički**	**Statika 2D**	**SCIA**
Kontinuirani nosač 2 × 5,00 m, q = 20 kN/m			
Moment nad srednjim osloncem, M_B [kNm]	−62,500	−62,500	−62,010
Portalni okvir L = 8,00 m, h = 4,00 m, q = 15 kN/m			
Moment u čvoru prečke i stupa, M_B [kNm]	63,928	63,928	63,464
Vodoravna reakcija, H_A [kN]	23,928	23,928	23,464
Prosta greda 6,00 m, trapez 10 → 30 kN/m na dijelu 1,00–4,00 m i P = 40 kN na x = 5,00 m			
Najveći moment u polju, M_{max} [kNm]	89,324	89,324	89,302

Vrijednosti u tablici 1 podudaraju se s analitičkim rješenjem do posljednje prikazane znamenke; preostalo odstupanje potječe od zaokruživanja i relativno je manje od 10^{-8} % što je i očekivano, jer je za prizmatične štapove formulacija točna, pa je ovo provjera implementacije, a ne metode. Odstupanje od rezultata programa SCIA Engineer ostaje ispod 2 %, a potječe od posmične deformacije, koju taj program uključuje po zadanim postavkama, dok je Euler–Bernoullijev element iz poglavlja 2.1 zanemaruje.

5 Primjena

Platforma je razvijena s ciljem automatizacije procesa od definiranja proračunskog modela do konačnog rezultata, pri čemu objedinjuje stručnu, znanstvenu i edukativnu komponentu. Osim u projektantskoj praksi, može se koristiti kao nadopuna nastavi na tehničkim fakultetima, osobito u kolegijima vezanim uz konstrukcije.

Visoka razina interaktivnosti omogućuje neposredno povezivanje promjene ulaznih parametara s ponašanjem konstrukcijskog sustava. Primjerice, promjenom oslonca iz zglobnog u upeti korisnik odmah može uočiti smanjenje momenta u polju i pojavu momenta u ležaju. Takav način rada omogućuje intuitivnije usvajanje teorijskih principa u odnosu na statične prikaze ili klasične matematičke izvode. Dodatna prednost je rad putem web-preglednika, bez potrebe za instalacijom komercijalnog programskog paketa, čime se olakšava dostupnost platforme studentima.

Trenutačna verzija ima dva osnovna ograničenja. Prvo, za pregledan interaktivni rad potreban je zaslon minimalne širine od 1000 piksela, budući da je potrebno istodobno prikazati

model, dijagrame i rezultate. Drugo, proračun je ograničen na linearne ravninske sustave kako bi se zadržala brzina izračuna i trenutno ažuriranje rezultata. Iako to isključuje složene 3D modele, velik broj inženjerskih problema moguće je odgovarajućim pretpostavkama svesti na ravninske proračunske modele.

Navedena ograničenja ne predstavljaju nužno nedostatke platforme, već su posljedica svjesnog odabira prioriteta u razvoju sustava. Naglasak je stavljen na jednostavnost korištenja, brzinu proračuna, dostupnost i prije svega interaktivnost, kako bi platforma istodobno mogla odgovoriti potrebama stručne prakse i edukacijskog procesa.

6 Zaključak

Modul Statika pokazuje da je potpuni proračun ravninskih štapnih sustava moguće provesti izravno u web-pregledniku, bez poslužiteljskog dijela i instalacije dodatnog programskog paketa. Na referentnim primjerima dobiveni rezultati podudaraju se s analitičkim rješenjima, čime je potvrđena točnost implementiranog postupka.

Provođenjem proračuna direktno u web pregledniku ostvareni su kratko vrijeme odziva i visoka razina interaktivnosti, uz istodobno izbjegavanje potrebe za prijenosom proračunskih podataka na poslužitelj. U usporedbi s trenutno dostupnim komercijalnim programima, koji često zahtijevaju složeniju instalaciju, konfiguraciju i radno okruženje, ovakav pristup omogućuje značajnu uštedu vremena potrebnog za pripremu i provođenje proračuna. Time modul predstavlja praktično i vremenski učinkovito rješenje koje povezuje proračunsku funkcionalnost s edukativnim pristupom, uz mogućnost daljnjeg razvoja platforme prema složenijim modelima i dodatnim područjima primjene.

Literatura

[1] Šimić, V.; Otpornost materijala I; Školska knjiga; Zagreb; 1992.
[2] Alfirević, I.; Linearna analiza konstrukcija; Fakultet strojarstva i brodogradnje; Zagreb; 1999.
[3] HRN EN 1990:2011 – Eurokod: Osnove projektiranja konstrukcija; CEN; Bruxelles; 2002.
[4] HRN EN 1992-1-1:2013 – Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija - Dio 1-1: Opća pravila i pravila za zgrade.
[5] HRN EN 1993-1-1:2014 – Eurokod 3 - Projektiranje čeličnih konstrukcija - Dio 1-1: Opća pravila i pravila za zgrade.
[6] HRN EN 1994-1-1:2012 – Eurokod 4: Projektiranje spregnutih čelično-betonskih konstrukcija - Dio 1-1: Opća pravila i pravila za zgrade.
[7] HRN EN 1995-1-1:2013 – Eurokod 5: Projektiranje drvenih konstrukcija - Dio 1-1: Općenito - Opća pravila i pravila za zgrade.
[8] Goreta, M.; SSAIYAN 2 – proračuni prema Eurokodu; https://www.ssaiyan2-mg.com/statika ; pristupljeno 23. kolovoza 2026.
[9] Przemieniecki, J. S.; Theory of Matrix Structural Analysis; McGraw-Hill; New York; 1968.
[10] McGuire, W., Gallagher, R. H. i Ziemian, R. D.; Matrix Structural Analysis; 2. izd.; John Wiley & Sons; New York; 2000.
[11] SCIA; SCIA Engineer 2026; SCIA nv, 2026.

Eksperimentalno određivanje konstitutivnih parametara polimernih materijala izrađenih SLA 3D ispisom

Grbac, L.[1], Papa Dukić, E.[2], Gračanin, N.[3], Jelenić, G.[4], Grbčić Erdelj, S.[5], Labar, L.[6] i Gljušćić, P.[7]

Sažetak
U ovom radu provodi se eksperimentalno određivanje konstitutivnih parametara polimernih materijala Clear Resin V5 i Elastic 50A Resin V2 na uzorcima izrađenima SLA 3D ispisom pomoću pisača Formlabs Form 4L, koji koristi Low Force Display (LFD) tehnologiju. Za Clear Resin V5 određuju se parametri linearno-elastičnog modela na temelju normiranih jednoosnih vlačnih ispitivanja, dok se za Elastic 50A Resin V2 razmatra i uspoređuju više hiperelastičnih konstitutivnih modela radi što vjernijeg opisa eksperimentalnih podataka dobivenih jednoosnim vlačnim i ekvibijaksijalnim ispitivanjem. Posebno se analizira utjecaj orijentacije ispisa na mehanički odziv te mogući doprinos istodobnog očvršćivanja cijelog sloja, karakterističnog za LFD tehnologiju. Dobiveni rezultati uspoređuju se s tehničkim podatcima proizvođača i rezultatima iz literature za usporedive materijale izrađene prethodnim generacijama pisača.

Ključne riječi: SLA 3D ispis, materijalni parametri, polimeri, vlačni test, ekvibijaksijalno ispitivanje, hiperelastični modeli.

[1] **Dr. sc. Laura Grbac**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: laura.grbac@uniri.hr
[2] **Doc. dr. sc. Edita Papa Dukić**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: edita.papa@uniri.hr
[3] **Nika Gračanin**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: ngracanin@student.uniri.hr
[4] **Prof. dr. sc. Gordan Jelenić**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: gordan.jelenic@uniri.hr
[5] **Doc. dr. sc. Sara Grbčić Erdelj,** Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: sara.grbcic@uniri.hr
[6] **Luka Labar, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10 002 Zagreb, e-mail: luka.labar@fsb.hr
[7] **Dr. sc. Petar Gljušćić**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za konstruiranje, Vukovarska ul. 58, 51000 Rijeka, e-mail: pgljuscic@uniri.hr

1 Metodologija ispitivanja i konstitutivno modeliranje

U svrhu određivanja konstitutivnih parametara materijala Clear Resin V5 [1] izrađene su standardizirane epruvete tipa I za jednoosno vlačno ispitivanje plastika prema normi ASTM D638-14 [2], pri čemu su uzorci ispisani SLA 3D pisačem Formlabs Form 4L, koji primjenjuje Low Force Display (LFD) tehnologiju, odnosno naprednu implementaciju maskirane stereolitografije (MSLA). Uzorci su ispisani u više odabranih orijentacija u odnosu na radnu platformu (0°, 30°, 60° i 90° u vertikalnom te 0° i 90° u horizontalnom položaju plohe epruvete) kako bi se ispitao utjecaj orijentacije ispisa na mehanički odziv te procijenila ujednačenost odziva i moguća izotropnost materijala proizvedenog LFD/MSLA tehnologijom u odnosu na prethodnu Formlabsovu LFS tehnologiju temeljenu na laserskom iscrtavanju pojedinog sloja. Nakon ispisa provedeno je naknadno očvršćivanje (post-curing) uzoraka prema preporukama proizvođača za odabrani materijal.

Jednoosna vlačna ispitivanja provedena su u Laboratoriju za precizno inženjerstvo i tehnologiju mikro i nanosustava Tehničkog fakulteta u Rijeci na kidalici Shimadzu Autograph AGS-X, uz optički sustav GOM ARAMIS 3D 12M temeljen na digitalnoj korelaciji slike (DIC) za beskontaktno praćenje deformacija. Modul elastičnosti određen je iz nagiba linearnog dijela dijagrama naprezanje–deformacija, uz regresijsku analizu u rasponu deformacije 0,05–0,25 %, dok je Poissonov omjer određen iz uzdužnih i poprečnih deformacija dobivenih DIC mjerenjem u odabranom linearno-elastičnom području [3]. Dobiveni konstitutivni parametri uspoređeni su s podatcima proizvođača i rezultatima iz literature [1, 4]. Vrlo male razlike između srednjih vrijednosti modula elastičnosti uzoraka ispisanih u dva međusobno okomita horizontalna smjera upućuju na ujednačen mehanički odziv i moguću izotropiju u ispitanim smjerovima.

Za karakterizaciju hiperelastičnog materijala Elastic 50A Resin V2 izrađene su epruvete prema normi ASTM D412 za jednoosno vlačno ispitivanje vulkaniziranih guma te križni uzorci za ekvibijaksijalno ispitivanje. Jednoosna ispitivanja provedena su na Tehničkom fakultetu u Rijeci, dok su ekvibijaksijalna ispitivanja provedena u laboratoriju Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Na temelju eksperimentalnih podataka definirani su i uspoređeni neo-Hookeov, Mooney–Rivlinov i Ogdenov model, a identificirani konstitutivni parametri poslužit će za daljnje numeričko modeliranje uzoraka definirane mikrostrukture i virtualne eksperimente uz primjenu mikropolarne teorije.

Zahvale

Prezentirano istraživanje financirala je HRZZ u sklopu rada na projektu HRZZ-IP-2024-05-9904 te je dodatno podržano projektom Sveučilišta u Rijeci (*MICROTOR* uniri-mz-25-19).

Literatura

[1] Formlabs Clear Resin V5 –Technical data sheet, EN-US, Formlabs Inc., 2024.
[2] ASTM D638-14. Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics. ASTM Int.
[3] Gračanin N. Karakterizacija 3D printanih uzoraka. Završni rad. Rijeka: Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet; 2026.
[4] Cosmi F, Dal Maso A. A mechanical characterization of SLA 3D-printed specimens for low-budget applications. Materials Today: Proceedings. 2020; 32, str. 194–201.

Analiza Saint-Venantova principa pri čistom savijanju u linearnoj mikropolarnoj elastičnosti

Grbčić Erdelj, S.[1], Mudrić, T.[2] i Hadžalić, E.[3]

Sažetak
U radu se razmatra primjenjivost Saint-Venantovog principa na čisto savijanje u okviru linearne mikropolarne elastičnosti. Za razliku od klasičnog ili Cauchyjevog kontinuuma, mikropolarni ili Cosseratov model uključuje dodatno nezavisno polje mikrorotacije i pripadne zakrivljenosti i momentna naprezanja, zbog čega je modeliranje problema čistog savijanja (bez posmičnih efekata) povezano sa složenijim rubnim uvjetima. Cilj rada je procijeniti u kojoj se mjeri takvi rubni uvjeti mogu zamijeniti jednostavnijim, statički ekvivalentnim načinima nanošenja momenta savijanja. Problem je analiziran metodom konačnih elemenata korištenjem prostornih mikropolarnih elemenata prvog i drugog reda, uz variranje karakteristične duljine na savijanje za više različitih, statički ekvivalentnih načina nanošenja opterećenja. Usporedbom s dostupnim analitičkim rješenjem pokazuje se da se razlike između različitih načina opterećenja smanjuju udaljavanjem od opterećenog ruba. Međutim, uočeno je i da brzina prigušenja koncentracije naprezanja (smanjenja greške) ovisi o odabranim rubnim uvjetima te da je područje utjecaja rubnog opterećenja izraženije kada su mikropolarni efekti veći. Preliminarni rezultati pokazuju da se složeni rubni uvjeti za modeliranje čistog savijanja mogu zamijeniti jednostavnijim statički ekvivalentnim opterećenjem, pri čemu su razlike u poljima naprezanja i momentnih naprezanja izražene u blizini opterećenog ruba i smanjuju se s udaljenošću od mjesta primjene opterećenja.

Ključne riječi: mikropolarna elastičnost, Saint-Venantov princip, čisto savijanje, metoda konačnih elemenata

[1]**doc. dr. sc. Sara Grbčić Erdelj**, **univ. mag. ing. aedif.**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: sara.grbcic@uniri.hr
[2]**doc. dr. sc. Teo Mudrić**, **univ. mag. ing. aedif.**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: teo.mudric@uniri.hr
[3]**izv. prof. Emina Hadžalić**, **dipl. ing. građ.,** Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: emina.hadzalic@uniri.hr

1 Uvod i metodologija

Saint-Venantovo načelo polazi od činjenice da se razlike između polja naprezanja nastalih djelovanjem dvaju statički ekvivalentnih opterećenja smanjuju s udaljenošću od područja njihove primjene [1]. U klasičnoj elastičnosti je ovaj princip detaljno analiziran i često se upotrebljava i u numeričkoj i u eksperimentalnoj analizi, jer omogućava pojednostavljenje lokalnih rubnih uvjeta. U generaliziranim teorijama kontinuuma takva je pretpostavka posebno zanimljiva, jer prisutnost dodatnih kinematičkih polja može povećati osjetljivost rješenja na način zadavanja opterećenja, međutim potrebno ga je dodatno istražiti.
U mikropolarnoj teoriji [2,3], svakoj materijalnoj točki, uz pomake, pripada i neovisno polje mikrorotacije. Posljedično se, uz uobičajeni tenzor naprezanja, pojavljuje i dodatni tenzor momentnih naprezanja, kao i dodatni tenzor zakrivljenosti. Takav opis omogućuje modeliranje utjecaja unutarnje strukture koji uključuje tzv. poznati, eksperimentalno uočeni efekt veličine (*eng. size effect*), ali istodobno zahtijeva identifikaciju dodatnih materijalnih parametara. Mogućnost pojednostavljenja rubnih uvjeta je osobito važna u eksperimentalnim postupcima identifikacije mikropolarnih parametara, gdje složen način nanošenja sila i površinskih momenata može biti teško reproducirati.
Čisto savijanje pogodan je primjer za ovu analizu jer je analitičko rješenje u linearnoj mikropolarnoj kontinuum dostupno u literaturi, a karakteristična duljina savijanja predstavlja materijalni parametar koji je moguće jedinstveno identificirati iz ovog problema [4,5]. Prema analitičkom rješenju, ukupni moment savijanja na rubu prenosi se jedinstvenom kombinacijom linearno promjenjivog površinskog opterećenja i konstantnog površinskog momenta [4]. U praksi je, međutim, često jednostavnije primijeniti samo jedan od tih doprinosa ili moment ostvariti koncentriranim rubnim djelovanjima. Stoga se u ovom radu razmatra koliko takva pojednostavljenja utječu na rješenje i na kojoj se udaljenosti od opterećenog ruba njihov utjecaj može zanemariti.

Zahvale

Prva autorica financirana je sredstvima Europske unije – NextGenerationEU – ENAMT NL – uniri-mz-25-1.

Literatura

[1] Saint-Venant, A. J. C. B.; Mémoire sur la torsion des prismes; Mémoires des Savants Étrangers; 1855; 14; 233–560.
[2] Cosserat, E. i Cosserat, F.; Théorie des corps déformables; Hermann; Paris; 1909.
[3] Eringen, A. C.; Microcontinuum Field Theories. I. Foundations and Solids; Springer; New York; 1999.
[4] Gauthier, R. i Jahsman, W. E.; A quest for micropolar elastic constants; Journal of Applied Mechanics; 1975; 42(2); 369–374.
[5] Grbčić, S., Ibrahimbegović, A. i Jelenić, G.; Variational formulation of micropolar elasticity using 3D hexahedral finite-element interpolation with incompatible modes; Computers and Structures; 2018; 205; 1–14.

Utjecaj omjera brzina na vrhu lopatice na aerodinamičke i konstrukcijske značajke rotora horizontalne vjetroturbine snage 5 kW

Grigić, K.[1], Barac, A.[2] i Živić, M.[3]

Sažetak

U radu je provedena numerička analiza aerodinamičkih i konstrukcijskih značajki rotora horizontalne vjetroturbine nazivne snage 5 kW. Geometrija lopatice određena je Schmitzovom metodom uz primjenu aeroprofila serije NACA 24XX. CFD proračuni provedeni su pri konstantnoj brzini vjetra od 7 m/s za pet brzina vrtnje, odnosno omjera brzina na vrhu lopatice od 4,06 do 7,53. Aerodinamičke značajke ocijenjene su na temelju momenta, snage, potiska te koeficijenata snage i potiska. Najveći koeficijent snage od 0,4845 ostvaren je pri omjeru brzine vrtnje 5,79, uz snagu rotora od 4,71 kW. Aerodinamička opterećenja za tri reprezentativna režima prenesena su u FEM model radi određivanja ukupne deformacije i ekvivalentnog von Misesova naprezanja. Rezultati pokazuju dobru podudarnost CFD proračuna s projektiranom snagom te zadovoljavajuću strukturnu sigurnost lopatice u svim analiziranim režimima rada.

Ključne riječi: horizontalna vjetroturbina, CFD, FEM, omjer brzina vrtnje na vrhu lopatice, Schmitzova metoda

[1] **Karlo Grigić, univ. mag. ing. mech.**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski Fakultet u Slavonskom Brodu, Zavod za energetiku, Ulica I. Gundulića 20A, 35000 Slavonski Brod, e-mail: karlo.grigic123@gmail.com, kgrigic@unisb.hr

[2] **dr. sc. Antun Barac, Viši asistent.**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski Fakultet u Slavonskom Brodu, Zavod za energetiku, Ulica I. Gundulića 20A, 35000 Slavonski Brod, e-mail: abarac@unisb.hr

[3] **prof. dr. sc. Marija Živić**, **Redovita profesorica u trajnom zvanju**., Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski Fakultet u Slavonskom Brodu, Zavod za energetiku, Ulica I. Gundulića 20A, 35000 Slavonski Brod, e-mail: mzivic@unisb.hr

1 Uvod

Horizontalne vjetroturbine predstavljaju dominantnu izvedbu sustava za pretvorbu energije vjetra zbog visoke aerodinamičke učinkovitosti i tehnološke zrelosti [1,2]. Kod malih vjetroturbina konačna učinkovitost u velikoj mjeri ovisi o geometriji lopatice i usklađenosti brzine vrtnje s brzinom vjetra.

Jedan od ključnih bezdimenzijskih parametara rada rotora jest omjer brzina na vrhu lopatice λ, definiran kao omjer obodne brzine vrha lopatice i brzine slobodnog strujanja. Promjena omjera brzina na vrhu lopatice mijenja lokalne kutove strujanja, raspodjelu tlaka, nastanak vrtloga i razvoj zavjetrine, a time i moment, snagu i potisak rotora [3,4]. Za svaku geometriju postoji područje optimalnog omjera brzina na vrhu lopatice u kojem rotor ostvaruje najveći koeficijent snage.

Cilj rada je ispitati utjecaj omjera brzina na vrhu lopatice na aerodinamičke i konstrukcijske značajke rotora horizontalne vjetroturbine nazivne snage 5 kW. CFD proračuni provedeni su za pet režima rada, dok je za tri reprezentativna režima tlak s površine lopatice prenesen u FEM model. Time se istodobno procjenjuju aerodinamička učinkovitost i konstrukcijski odziv lopatice.

2 Numerički model i metodologija

2.1 Geometrija rotora i radni režimi

Geometrija rotora određena je Schmitzovom metodom, koja povezuje teoriju elementa lopatice s idealiziranim energetskim razmatranjima te omogućuje određivanje raspodjele tetive i uvijanja duž raspona. Primijenjen je trokraki rotor s aeroprofilima NACA 2424, 2421, 2418, 2415 i 2412, pri čemu su deblji profili smješteni u području korijena, a tanji prema vrhu lopatice. Trodimenzijski model izrađen je u programu Autodesk Inventor.

Tablica 1. Analizirani radni režimi rotora

Broj okretaja, min^{-1}	**Kutna brzina, s^{-1}**	**Omjer brzina na vrhu lopatice, -**
70	7,33	4,06
85	8,9	4,93
100	10,47	5,79
115	12,04	6,66
130	13,61	7,53

Omjer brzina na vrhu lopatice izračunan je prema izrazu

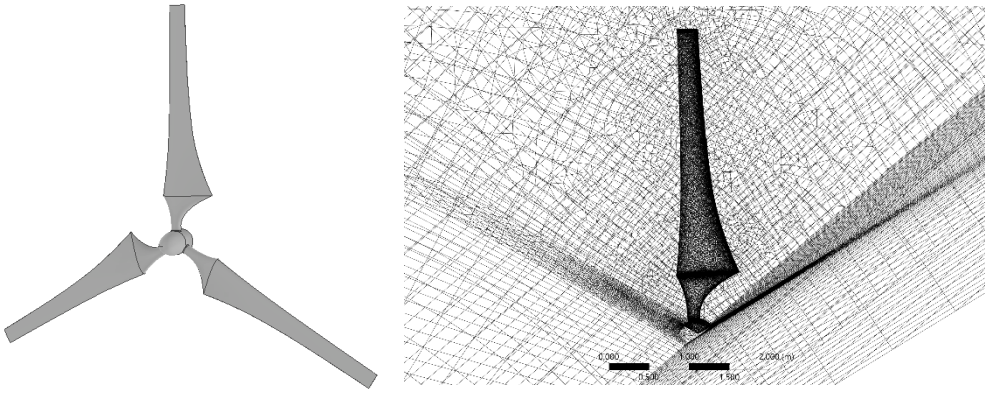
$$\lambda = \frac{\omega R}{v} \tag{1}$$

gdje je ω kutna brzina rotora, R polumjer rotora koji iznosi 3,872 m, a v brzina slobodnog strujanja. Raspon λ = 4,06–7,53 obuhvaća rad ispod, u blizini i iznad očekivanog optimalnog režima.

2.2 CFD model

Zbog periodične simetrije trokrakog rotora u CFD proračunu korišten je sektor od 120° s jednom lopaticom, čime su smanjeni računalni zahtjevi uz očuvanje karakteristika cijelog rotora. Strujanje zraka modelirano je kao stacionarno i nestlačivo. Rotacija je opisana MRF pristupom, a na lopatici i glavčini primijenjen je uvjet neklizanja. Na ulazu je zadana jednolika brzina od 7 m/s, dok je na izlazu primijenjen tlačni rubni uvjet.

Turbulencija je opisana k–ω SST modelom, pogodnim za strujanja s nepovoljnim gradijentima tlaka i mogućim odvajanjem strujanja [5]. Za diskretizaciju su primijenjene sheme drugog reda, a konvergencija je praćena rezidualima te stabilizacijom momenta, potiska i snage. Konačna mreža sadržavala je približno 5,94 milijuna ćelija.



Slika 1. CAD model rotora i detalj računalne mreže u području lopatice

2.3 FEM model

Strukturni odziv određen je jednosmjernim CFD–FEM povezivanjem. Raspodjela tlaka dobivena CFD proračunom preslikana je na model lopatice u ANSYS Mechanicalu. Analizirani su režimi λ = 4,06, 5,79 i 7,53, koji predstavljaju donji, optimalni i gornji dio promatranog raspona. Korijen lopatice modeliran je kao potpuno ukliješten, a procjena odziva provedena je prema ukupnoj deformaciji i ekvivalentnom von Misesovu naprezanju. Materijal je u modelu pretpostavljen homogenim, izotropnim i linearno elastičnim, uz modul elastičnosti 35 GPa, Poissonov omjer 0,28 i dopuštenu/graničnu vrijednost naprezanja 85 MPa.

3 Rezultati

3.1 Aerodinamičke značajke

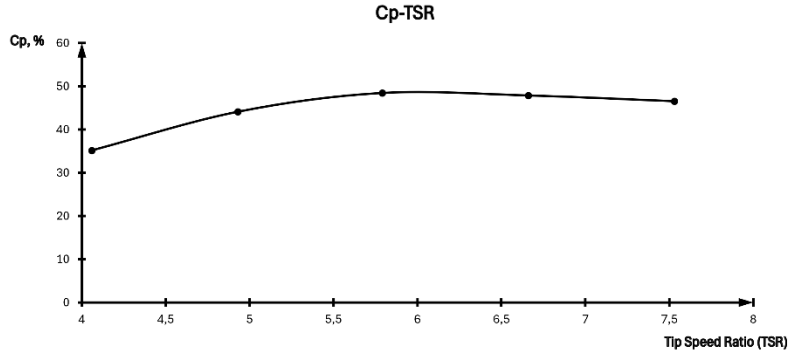
Dobiveni rezultati za svih pet režima prikazani su u tablici 2. Promjenom brzine vrtnje mijenjaju se moment, snaga i potisak, pri čemu se maksimumi pojedinih veličina ne pojavljuju pri istom koeficijentu brzohodnosti.

Tablica 2. Aerodinamičke značajke rotora pri analiziranim radnim režimima

n, min^{-1}	λ, -	M, Nm	F_t, N	P, W	C_P, -	C_t, -
70	4,06	466,71	864,39	3421,05	0,3517	0,6219
85	4,93	482,04	1064,73	4290,24	0,4411	0,7660
100	5,79	450,12	1207,59	4712,67	0,4845	0,8687
115	6,66	386,70	1277,07	4655,95	0,4787	0,9187
130	7,53	331,58	1356,68	4526,46	0,4654	0,9760

Moment najprije raste s povećanjem λ te najveću vrijednost od 482,04 Nm postiže pri λ = 4,93. Daljnjim povećanjem brzine vrtnje moment opada, ali zbog porasta kutne brzine snaga nastavlja rasti do optimalnog područja. Najveća snaga od 4712,67 W ostvarena je pri λ = 5,79 i 100 min^{-1}. Pri većim koeficijentima brzohodnosti snaga se blago smanjuje, što upućuje na porast aerodinamičkih gubitaka i nepovoljnije lokalne uvjete strujanja.

Najvažniji pokazatelj aerodinamičke učinkovitosti je koeficijent snage C_p. Njegova ovisnost o λ prikazana je na slici 2. Vrijednost C_p raste od 0,3517 pri λ = 4,06 do maksimuma 0,4845 pri λ = 5,79, nakon čega se smanjuje. Dobiveni oblik krivulje potvrđuje postojanje optimalnog režima rada rotora.



Slika 2. Ovisnost C_p o omjeru brzina na vrhu lopatice

Za razliku od koeficijenta snage, potisak i koeficijent potiska rastu kroz cijeli analizirani raspon. Potisak se povećava s 864,39 N pri λ = 4,06 na 1356,68 N pri λ = 7,53. To pokazuje da povećanje

brzine vrtnje, i nakon prolaska aerodinamičkog optimuma, nastavlja povećavati aksijalno opterećenje rotora, što je važno pri procjeni strukturnih zahtjeva.

Usporedbom rezultata CFD proračuna s vrijednostima dobivenima Schmitzovom metodom utvrđeno je odstupanje maksimalne snage od 5,75 %, što ukazuje na dobru podudarnost numeričkog i analitičkog proračuna.

3.2 Konstrukcijski odziv lopatice

Aerodinamička opterećenja iz CFD proračuna prenesena su na FEM model za tri reprezentativna režima. Rezultati ukupne deformacije i ekvivalentnog von Misesova naprezanja prikazani su u tablici 3.

Tablica 3. Konstrukcijski odziv lopatice pri odabranim radnim režimima

λ, -	Maks. deformacija, mm	Maks. von Mises, MPa
4,06	1,906	5,279
5,79	2,818	8,612
7,53	3,293	14,288

Maksimalna deformacija javlja se na vrhu lopatice, što odgovara ponašanju konzolno učvršćene konstrukcije, dok se najveća von Misesova naprezanja javljaju u području korijena i spoja s glavčinom gdje je moment savijanja najveći. Obje veličine rastu s povećanjem brzine vrtnje. Maksimalno naprezanje u najvišem analiziranom režimu iznosi 14,288 MPa i ostaje znatno ispod vrijednosti od 85 MPa korištene kao granični kriterij u strukturnom modelu.

Rezultati pokazuju da aerodinamički optimum ne predstavlja istodobno i maksimum strukturnog opterećenja. Pri λ = 5,79 rotor ostvaruje najveću učinkovitost, dok deformacija i naprezanje nastavljaju rasti prema λ = 7,53 zbog povećanog aerodinamičkog i rotacijskog opterećenja. Zbog toga izbor radnog područja mora uz aerodinamičku učinkovitost uključivati i strukturna ograničenja [6,7].

3.3 Promjene strujnog polja i raspodjele opterećenja

Analiza strujnog polja pokazuje da se s promjenom omjera brzina na vrhu lopatice mijenja intenzitet ubrzanja zraka oko lopatice i oblik zavjetrine. Pri manjim vrijednostima λ rotor izdvaja manji udio energije iz strujanja, dok se približavanjem optimalnom režimu povećava deficit brzine iza rotora. Pri višim vrijednostima λ zavjetrina poprima izraženiji rotacijski karakter zbog većih tangencijalnih komponenti brzine.

Raspodjela aerodinamičkog opterećenja nije jednolika duž raspona lopatice. U području korijena sile su manje zbog niže lokalne obodne brzine, zatim rastu prema srednjem i vanjskom dijelu lopatice gdje je doprinos momentu najveći, a neposredno uz vrh ponovno se smanjuju uslijed vrtloga vrha i drugih trodimenzijskih učinaka. Takva raspodjela objašnjava dio razlike između idealiziranog Schmitzova proračuna i CFD rezultata.

4 Zaključak

Provedenom CFD–FEM analizom ispitan je utjecaj omjera brzina na vrhu lopatice na rotor horizontalne vjetroturbine nazivne snage 5 kW. U rasponu λ = 4,06–7,53 utvrđena je izražena promjena aerodinamičkih značajki. Najveća snaga od 4,71 kW i najveći koeficijent snage C_p = 0,4845 dobiveni su pri λ = 5,79 i brzini vrtnje 100 min^{-1}. Pri višim vrijednostima λ koeficijent snage se smanjuje, dok potisak nastavlja rasti.

Usporedba optimalnog CFD režima s projektiranim vrijednostima pokazuje odstupanje snage od 5,75 %, što potvrđuje primjenjivost Schmitzove metode za preliminarno projektiranje. CFD pritom omogućuje obuhvaćanje trodimenzijskih pojava i gubitaka koji nisu uključeni u idealizirani analitički pristup.

FEM analiza pokazala je porast deformacije i von Misesova naprezanja s povećanjem brzine vrtnje. Najveće deformacije pojavljuju se na vrhu lopatice, a najveća naprezanja u području korijena. U svim analiziranim režimima naprezanja ostaju ispod granične vrijednosti korištene u modelu. Kombinirani pristup stoga daje koristan okvir za istodobnu procjenu aerodinamičke učinkovitosti i strukturne pouzdanosti malih horizontalnih vjetroturbina.

Zahvale

Ovaj znanstveni rad financiralo je Sveučilište u Slavonskom Brodu u sklopu institucionalnog istraživačkog projekta Napredno modeliranje i optimizacija kompaktnih izmjenjivača topline za integraciju u sustave obnovljivih izvora energije (MOKIT), financiranog sredstvima Europske unije – NextGenerationEU. Izneseni stavovi i mišljenja samo su autorova i ne odražavaju nužno službena stajališta Europske unije ili Europske komisije. Ni Europska unija ni Europska komisija ne mogu se smatrati odgovornima za njih.

Literatura

[1] Sørensen, J.N.; Aerodynamic Aspects of Wind Energy Conversion; Annual Review of Fluid Mechanics; 2011; 43; 427–448.

[2] Tummala, A.; Velamati, R.K.; Sinha, D.K.; Indraja, V.; Krishna, V.H.; A Review on Small Scale Wind Turbines; Renewable and Sustainable Energy Reviews; 2016; 56; 1351–1371.

[3] Kumar, D.; Soltani, M.; Knudsen, T.; Real-Time Estimation of the Optimal Tip-Speed Ratio for Wind Turbines under Blade Degradation; Wind Energy Science; 2024; 9; 2133–2150.

[4] Biswas, N.; Buxton, O.R.H.; Effect of Tip Speed Ratio on Coherent Dynamics in the Near Wake of a Model Wind Turbine; Journal of Fluid Mechanics; 2024; 979; A34.

[5] Menter, F.R.; Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications; AIAA Journal; 1994; 32(8); 1598–1605.

[6] Bazilevs, Y.; Hsu, M.C.; Scott, M.A.; et al.; Isogeometric Fluid–Structure Interaction Analysis with Applications to Wind Turbines; Computational Mechanics; 2012; 50; 1–14.

[7] Grinderslev, C.; Sørensen, N.N.; Zahle, F.; et al.; Fluid–Structure Interaction Simulations of a Wind Turbine Rotor in Complex Atmospheric Flows; Wind Energy Science; 2021; 6; 93–108.

Ocjenjivanje konstrukcijske očuvanosti sakralne građevine iz 18. stoljeća uzimajući u obzir međudjelovanje tla i konstrukcije te izloženost potresima

Grlić, I.[1], Majurec, A.[2], Vrban, A.[3], Penava, D. [4], Minažek, K.[5], Uzair, A.[6] i Abrahamczyk, L.[7]

Sažetak

Na primjeru Crkve Preslavnoga Imena Marijina u Osijeku ocjenjuje se konstrukcijska očuvanost zaštićenoga sakralnog dobra iz 18. stoljeća uz uvažavanje međudjelovanja tla i konstrukcije te potresne izloženosti svojstvene području istočne Slavonije i Baranje. Objedinjavanjem spoznaja o građevnom razvoju i kulturno-povijesnih vrijednosti građevine s primjenom unaprijeđenih proračunskih postupaka radi prepoznavanja konstrukcijskih nedostataka i slabosti te određivanja primjerenih mjera obnove, cilj je upotpuniti znanstveno utemeljeni okvir primjenjiv i na druge povijesne građevine palačne i sakralne arhitekture.

Ključne riječi: obnova povijesnih građevina; palačna i sakralna arhitektura; međudjelovanje tla i konstrukcije; potresna izloženost; proračunski postupci

[1] **Ivan Grlić, univ. bacc. ing. aedif., student**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: igrlic@gfos.hr

[2] **Anja Majurec, mag. phys.-geophys, doktorand**, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet Osijek, Geofizički odsjek, Horvatovac 95, 10000 Zagreb, e-mail: anja.majurec@gfz.hr

[3] **Ante Vrban, dipl. ing. arh., doktorand**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: avrbam@gfos.hr

[4] **prof. dr. sc. Davorin Penava, redoviti profesor**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: dpenava@gfos.hr

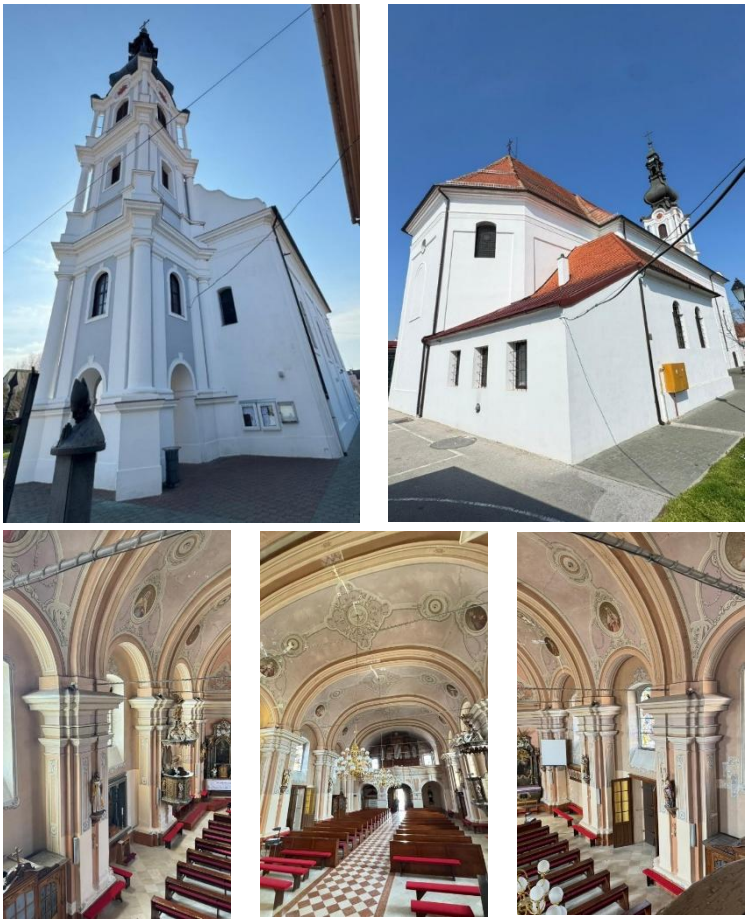
[5] **prof. dr. sc. Krunoslav Minažek, redoviti profesor**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za geotehniku, prometnice i geodeziju, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: krumin@gfos.hr

[6,7] **Aanis Uzair, mag. ing. aedif., doktorand** i **Jun.-Prof.-Dr.-Ing. Lars Abrahamczyk, docent**, Bauhaus-Unversität Weimar, Fakultät Bau und Umwelt, Professur Komplexe Tragwerke, Marienstraße 13, 99423 Weimar, Njemačka, e-mail: aanis.uzair@uni-weimar.de; lars.abrahamczyk@uni-weimar.de

1 Uvod

Povijesne zidane sakralne građevine Slavonije i Baranje, nastale u razdoblju od druge polovice 17. do prve polovice 20. st., predstavljaju osobito vrijedan i konstrukcijski zahtjevan dio graditeljskog nasljeđa. Njihov nosivi sustav čine masivni zidovi, lukovi i svodovi povezani s temeljima i tlom u jedinstvenu cjelinu (slika 1).

Ocjenjivanje očuvanosti takvih građevina zahtijeva podrobno poznavanje njihova povijesnog razvoja i građevnih cjelina, načina gradnje, uporabljenih gradiva, geometrijskih odnosa, temeljenja i međusobnog povezivanja pojedinih dijelova konstrukcije. Posebnosti povijesnih konstrukcijskih sustava i elemenata, nastalih prema graditeljskim pravilima i iskustvima svojstvenima vremenu njihove izgradnje, pritom ograničavaju neposrednu primjenu današnjih normiranih postupaka te zahtijevaju prilagođen i interdisciplinaran pristup određivanju primjerenih mjera očuvanja i obnove [1].



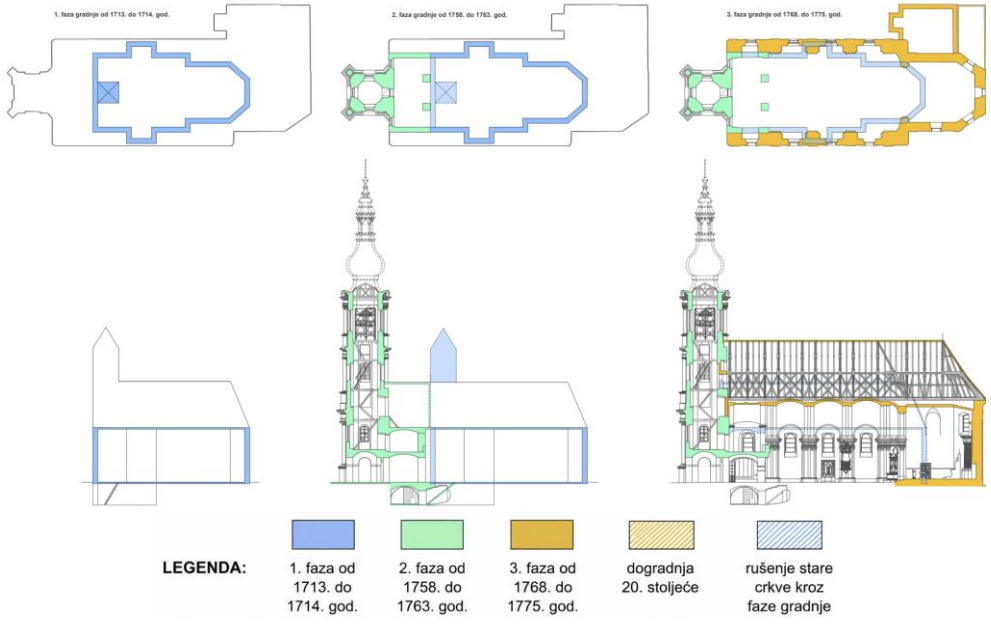
Slika 1. Crkva Preslavnoga Imena Marijina u Osijeku: vanjski izgled i unutrašnjost sa svođenim nosivim sustavom

Pri ocjeni potresnog ponašanja važan je i odnos konstrukcije s temeljnim tlom. Svojstva tla utječu na obilježja potresnog djelovanja na razini temeljenja, dok nejednolika slijeganja mogu izazvati dodatne pomake i oštećenja povijesnih zidanih nosivih sustava [2, 3].

Navedeni se utjecaji razmatraju na primjeru Crkve Preslavnoga Imena Marijina u osječkom Donjem gradu, zaštićenoga sakralnog dobra iz 18. stoljeća, povezivanjem povijesnih i konzervatorsko-restauratorskih saznanja s terenskim mjerenjima te unaprijeđenim proračunskim postupcima radi prepoznavanja konstrukcijskih slabosti i nedostataka i ocjene utjecaja međudjelovanja tla i konstrukcije na cjelokupni odziv građevine.

2 Povijesni građevni razvoj i konstrukcijska obilježja

Crkva Preslavnoga Imena Marijina u osječkom Donjem gradu oblikovana je tijekom više razdoblja gradnje od početka 18. stoljeća nadalje [4, 5]. Prvotna crkva dvoranskog tipa s užim svetištem i drvenim zvonikom izgrađena je 1713. i 1714. godine, dok su između 1758. i 1763. dograđeni kor, kripta i zidani zvonik. Današnji oblik građevina je najvećim dijelom dobila od 1768. do 1775. godine, kada su uklonjeni brod i svetište prvotne crkve te izgrađeni nova lađa, svetište i sakristija, uz zadržavanje dijela starijih konstrukcija. Konzervatorsko-restauratorskim istraživanjima potvrđene su razlike između pojedinih razdoblja gradnje, uključujući starije zidove kora i kripte uklopljene u današnju građevinu te povezanost zvonika sa sjevernim zidom starije crkve (slika 2) [6, 7]. Ti su podaci važni za razumijevanje današnjega konstrukcijskog sklopa i uzeti su u obzir pri oblikovanju proračunskog modela.



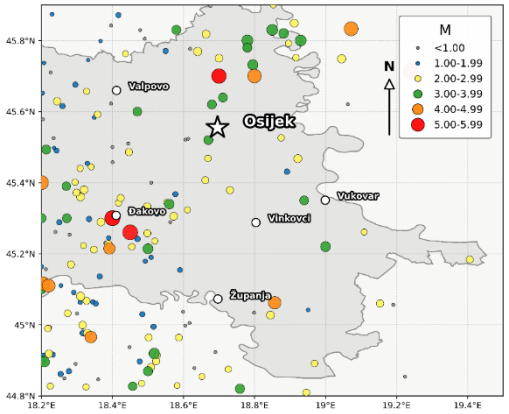
Slika 2. Kronološki prikaz izgradnje i kasnijeg građevnog razvoja crkve Preslavnog Imena Marijina u Osijeku [6]

Crkva je slobodnostojeća jednobrodna zidana građevina s lađom približnih tlocrtnih dimenzija 26 × 15 m i zvonikom visine oko 46 m. Nosivi sustav čine masivni zidovi, piloni, lukovi i svodovi izvedeni od opeke u vapnenom mortu; lađa je nadsvođena kupolastim i bačvastim svodovima koji se preko pojasnih lukova oslanjaju na pilone, uz čelične zatege u njihovim petama.

Pregledom postojećeg stanja uočene su pukotine u donjim dijelovima kupolastih svodova, krunama pojasnih lukova te iznad i oko otvora, kao i lokalno spljoštavanje intradosa lukova i svodova. Raspored i oblik tih oštećenja, uz terenska mjerenja, predstavljaju važnu podlogu za usporedbu sa dijelovima povećanih vlačnih naprezanja i pomacima dobivenima proračunskim postupcima [8].

3 Potresna izloženost područja

Hrvatski katalog potresa obuhvaća povijesno i instrumentalno zabilježene potrese od 373. god. pr. Kr., dok se od početka instrumentalne ere 1908. godine njihova lokacija i vrijeme nastanka određuju na temelju analize zapisa seizmografa (slika 3) [9]. Istočna Slavonija pripada među seizmički manje aktivna područja Republike Hrvatske [10], ali su u široj regiji zabilježeni i potresi značajnije jakosti. Među njima se izdvajaju đakovački potres iz 1884., koji je prouzročio znatnu materijalnu štetu [11], potresi kod Grabovca u Baranji 1922. godine magnituda 5,1 i 4,8 te potres kod Bošnjaka 1972. godine magnitude 4,4. Najjači recentni događaj zabilježen je 5. svibnja 2026. na području Kopačkog rita, približno 30 km sjeverno-sjeveroistočno od Osijeka, magnitude 4,1.



Slika 3. Prostorna raspodjela epicentara potresa u istočnoj Slavoniji s pripadajućim magnitudama od 373. god. pr. Kr. do 2024. godine, izrađena prema nadopunjenoj verziji Hrvatskog kataloga potresa [9]

Procjena seizmičke opasnosti temelji se na poznavanju seizmičnosti područja te geoloških i geomehaničkih obilježja terena. Prema novijoj Karti potresnih područja Republike Hrvatske (slika 4) [12], srednja vrijednost vršnog ubrzanja tla za područje Osijeka iznosi približno 0,04 g za povratno razdoblje od 95 godina, dok za povratno razdoblje od 475 godina ne prelazi približno 0,10 g.



Slika 4. Karta potresnih područja Rep. Hrv. za povratna razdoblja od 95 godina (lijevo) i 475 godina (desno), sa srednjim vrijednostima vršnog ubrzanja tla za stvarnu površinu terena [12]

4 Razvoj prostornog proračunskog modela

4.1 Prostorni proračunski model

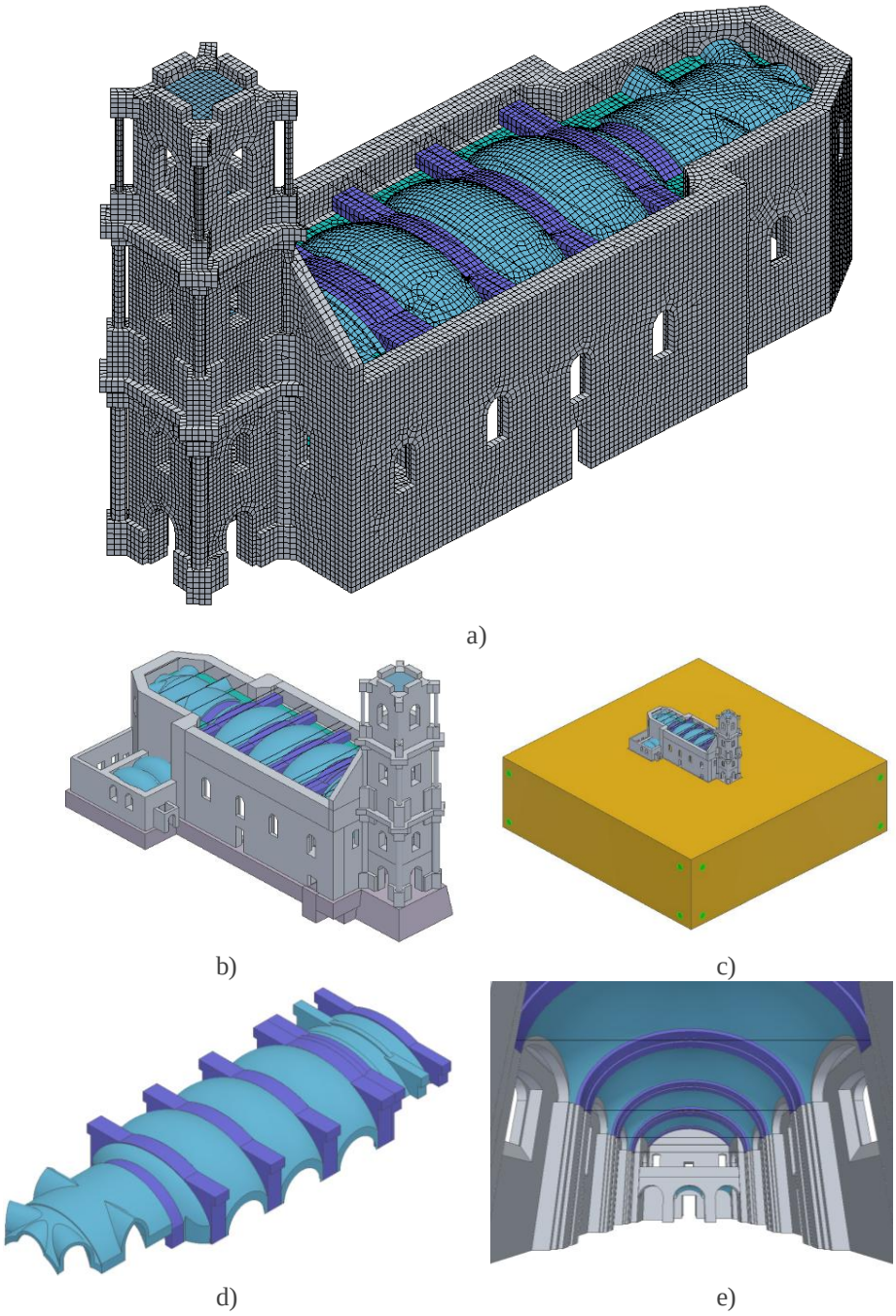
Geometrija građevine određena je na temelju arhitektonske i konzervatorske dokumentacije, terenskih mjerenja i 3D laserskog skeniranja. Srodni pristupi potresnom ocjenjivanju povijesnih građevina, primijenjeni su na primjerima Isusovačkog kolegija i Kneževa dvora u Dubrovniku te dvorca Trakošćan [13–16]. Geometrijski model izrađen je u programu Autodesk Revit 2025, a numerički model u programu DIANA FEA v11.0 [17] (slika 5). Zidovi, masivni zidani oslonci, temelji i svodovi modelirani su trodimenzionalnim kontinuumskim elementima, dok su čelične zatege i drvene vezne grede prikazane linijskim elementima. Ispuna iznad svodova modelirana je kao deformabilni materijal radi obuhvaćanja njezina utjecaja na ponašanje sustava svod–ispuna–nadozid [18]. Konstrukcija je diskretizirana heksahedralnim konačnim elementima najveće veličine 0,30 m.

4.2 Svojstva gradiva i vibracijska svojstva konstrukcije

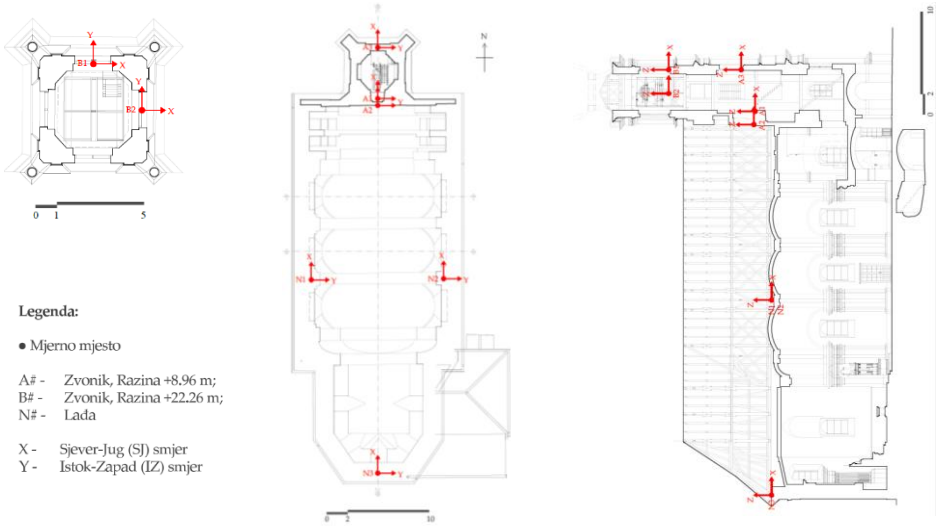
Kako razorna ispitivanja ziđa nisu provedena, početna mehanička svojstva određena su na temelju literature i metode indeksa kvalitete ziđa (MQI) [1]. Time su odabrane početne vrijednosti mehaničkih parametara potrebnih za izradu proračunskog modela, koje su potom dodatno provjerene i prilagođene na temelju eksperimentalno određenih dinamičkih svojstava građevine.

Nelinearno ponašanje ziđa opisano je modelom Total Strain Crack [17], uz tlačnu i vlačnu čvrstoću od 3,40 MPa odnosno 0,34 MPa te gustoću od 1850 kg/m³. Kalibracija modela provedena je na temelju mjerenja ambijentalnih vibracija uređajem SYSCOM MR3000C na mjernim mjestima prikazanima na slici 6. Obzirom na heterogenost građevine, proizašlu iz njezina složenog povijesnog razvoja, različitih razdoblja gradnje i pripadajućih konstrukcijskih cjelina, mjerenja ambijentalnih vibracija provedena su na više karakterističnih mjesta unutar građevine. Usporedba mjerenih i putem proračunskog modela dobivenih vrijednosti vlastitih frekvencija (i perioda), zasebno za zvonik i lađu te za smjerove X i Y, dana je u Tablici 1.

U konačnom modelu usvojen je modul elastičnosti od 1100 MPa za ziđe zvonika i kora te 900 MPa za ziđe lađe i svodova, pri čemu su odstupanja izmjerenih i numerički dobivenih dinamičkih svojstava iznosila 1,24–8,24 %.



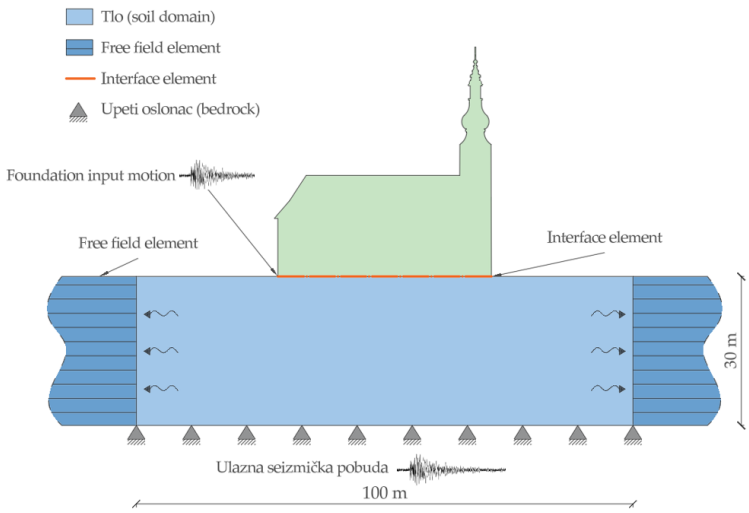
Slika 5. Prostorni proračunski model: a) sj.-zap. dio građevine i diskretizacija modela; b) sj.-ist. dio građevine; c) model građevine s tlom; d) izdvojeni stropni konstrukcijski sustav; d) unutrašnjost građevine iz modela



Slika 6. Položaj mjernih mjesta za mjerenje vibracija građevine

4.3 Djelovanja na građevinu i model tla

Uz vlastitu težinu konstrukcije uzeta su u obzir stalna i promjenjiva djelovanja te mase krovišta i pet zvona ukupne mase 2843 kg. Nelinearnim statičkim proračunom bez i s uključenim tlom (slika 7) procijenjeni su utjecaji gravitacijskih djelovanja i slijeganja. Potresni odziv određen je metodom spektra odgovora prema EN 1998-1 [19], za referentno ubrzanje od 0,049 g i povratno razdoblje od 95 godina [20], usporedbom tla tipa A (S = 1,0) i lokalnog tla tipa D (S = 1,35).



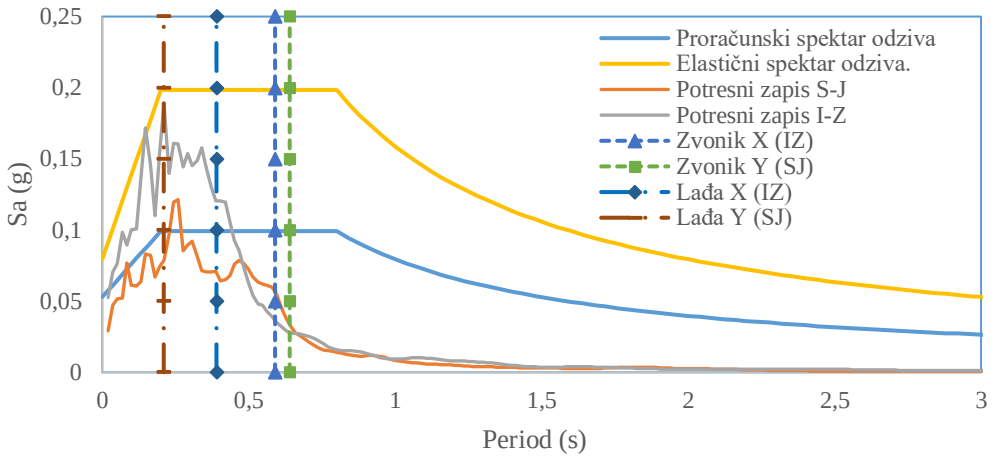
Slika 7. Proračunski model s uključenim tlom

Nelinearni dinamički proračun proveden je primjenom 35-sekundnog zapisa potresa od 5. svibnja 2026., zabilježenog na postaji u Batini i skaliranog na 0,049 g [21]. U modelu bez tla pobuda je zadana u osloncima temelja, dok je u modelu s tlom zadana na donjoj granici tla, čime je omogućeno razmatranje promjene potresnog gibanja pri širenju kroz tlo. Tlo je modelirano područjem 100 × 100 × 30 m, s modulom elastičnosti 25 MPa, Poissonovim koeficijentom 0,30, gustoćom 1900 kg/m³ i prigušenjem od 5 %. Na bočnim granicama primijenjeni su Free-Field elementi [13], a kontakt temelja i tla oblikovan je tako da omogućuje prijenos tlaka i posmika te lokalno odizanje temelja.

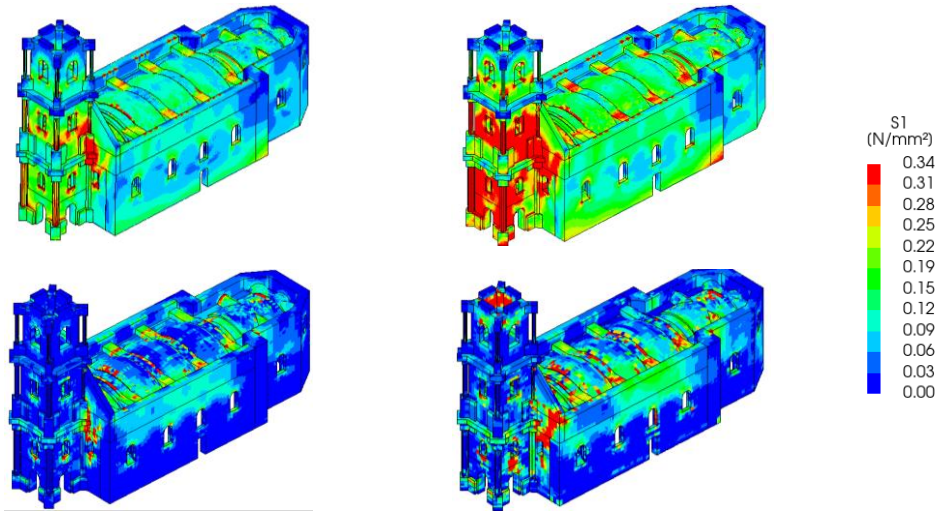
5 Konstrukcijski odziv i utjecaj tla

Nelinearni statički proračun s upetim temeljima pokazao je da se najveća tlačna naprezanja pojavljuju u donjim dijelovima zidova, masivnim zidanim osloncima, područjima oslanjanja svodova i podnožju zvonika, pri čemu su njihove vrijednosti znatno manje od pretpostavljene tlačne čvrstoće ziđa. Vlačna naprezanja koncentrirana su iznad otvora, u donjim dijelovima svodova i krunama pojasnih lukova, na mjestima na kojima su pregledom građevine uočene pukotine. Deformirani oblik upućuje na spljoštavanje lukova i razmicanje uzdužnih zidova, što je također u skladu sa zatečenim stanjem.

Spektralnim pristupom za tlo tipa A dobiven je najveći pomak vrha zvonika od približno 20 mm, dok se za tlo tipa D povećao na 31,01 mm. Razlika proizlazi iz položaja dominantnih perioda zvonika unutar područja većih spektralnih vrijednosti za tlo tipa D (slika 8). Najizraženija vlačna naprezanja pojavljuju se u krunama lukova, podnožju zvonika i području njegova spoja s lađom. Nelinearni proračun vremenskim zapisom na modelu s upetim temeljima dala je manje vrijednosti naprezanja od spektralne analize, uz zadržavanje istih kritičnih područja konstrukcije (slika 9). Najveći relativni pomak vrha zvonika iznosio je 9,73 mm.



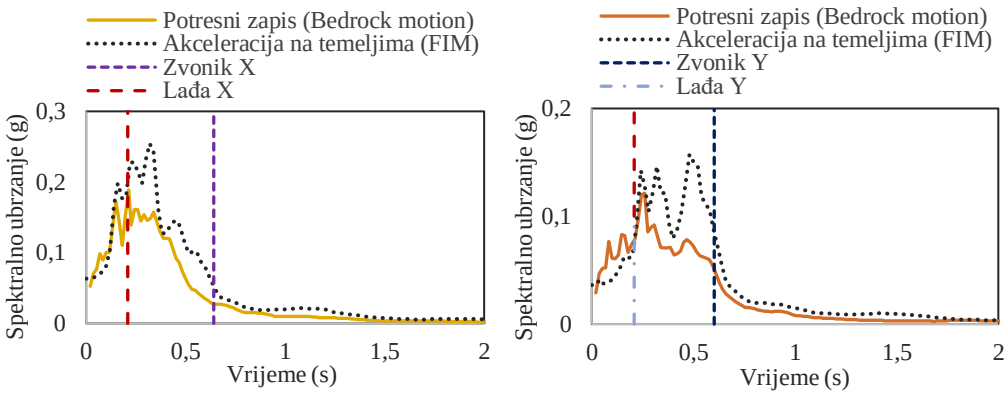
Slika 8. Usporedba elastičnog i proračunskog spektra odgovora za tlo tipa D sa spektrima odgovora horizontalnih komponenti primijenjenoga potresnog zapisa i dominantnim vlastitim periodima zvonika i lađe



Slika 9. Raspodjela glavnih vlačnih naprezanja: a) RSA za tlo tipa A; b) RSA za tlo tipa D; c) THA na modelu s upetim temeljima; d) THA s uključenim međudjelovanjem tla i konstrukcije.

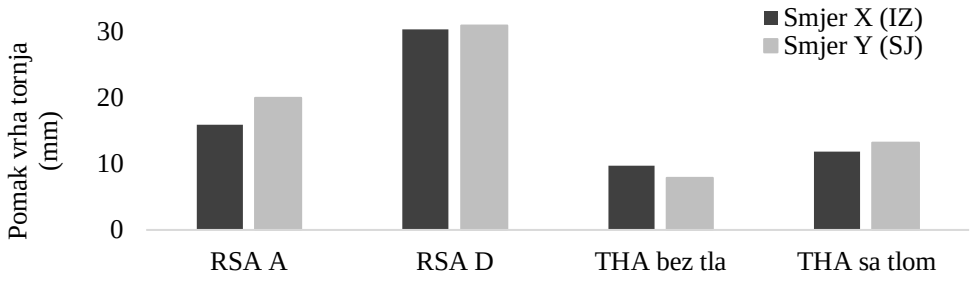
Statičkim proračunom s uključenim tlom dobiveno je najveće slijeganje od 4,57 cm ispod zvonika, a 2,44 cm na suprotnom dijelu građevine. Nejednolika slijeganja uzrokuju naginjanje prema pročelju i povećanje vlačnih naprezanja u lukovima, svodovima ispod kora i području sakristije. Dobivene vrijednosti predstavljaju procjenu osjetljivosti sustava zbog nedostatka detaljnih geotehničkih istraživanja i podataka o temeljenju.

Dinamički proračun s uključenim tlom pokazala je promjenu amplitudnih i frekvencijskih obilježja potresne pobude između stijenske podloge i razine temeljenja (slika 10).



Slika 10. Usporedba spektara odgovora potresnog zapisa na stijenskoj podlozi i na razini temeljenja nakon prolaska kroz model tla, uz dominantne vlastite periode zvonika i lađe: smjer X (I–Z) lijevo i smjer Y (S–J) desno

U odnosu na model s upetim temeljima povećana su vlačna naprezanja u svodovima, lukovima i zvoniku, dok se najveći relativni pomak vrha zvonika povećao s 9,73 na 13,23 mm, odnosno približno 36 % (slika 11). Usporedba svih provedenih analiza pokazuje izraženu osjetljivost odziva zvonika na način prikaza temeljnog tla i primijenjenu potresnu pobudu.



Slika 11. Usporedba najvećih pomaka vrha zvonika u smjerovima X i Y dobivenih analizama RSA za tlo tipa A i D te analizama THA bez i s uključenim tlom

Tablica 1. Usporedba izmjerenih i proračunom dobivenih vlastitih frekvencija i perioda titranja građevine

Dio građevine i smjer	Izmjerena vrijednost				Proračunski model				Oblik	Razlika
Zvonik Y (SJ)	1,66	Hz	0,60	s	1,57	Hz	0,64	s	1	-5,73%
Zvonik X (IZ)	1,56	Hz	0,64	s	1,70	Hz	0,59	s	2	+8,24%
Lađa Y (SJ)	4,79	Hz	0,21	s	4,85	Hz	0,21	s	14	+1,24%
Lađa X (IZ)	2,50	Hz	0,40	s	2,59	Hz	0,39	s	4	+3,47%

6 Zaključak

Provedeno istraživanje pokazuje da je za cjelovito ocjenjivanje konstrukcijske očuvanosti povijesnih sakralnih građevina potrebno uvažiti potresnu izloženost i međudjelovanje tla i konstrukcije, uz povezivanje zatečenog stanja s eksperimentalnim i proračunskim rezultatima. Rezultati pritom potvrđuju važnost promatranja građevine kao cjelovitoga konstrukcijskog sustava, u kojem su ponašanje svodova i zidova neposredno povezani s načinom temeljenja i svojstvima temeljnog tla.

Takav pristup doprinosi ciljevima radnog paketa „Stropne konstrukcije graditeljstva Slavonije i Baranje od druge polovice 17. do prve polovice 20. stoljeća”, osobito stvaranju znanstvene podloge za sustavno proučavanje, ocjenjivanje i očuvanje povijesnih svođenih konstrukcija. Dobivene spoznaje mogu poslužiti i kao osnova za pouzdanije određivanje primjerenih i održivih mjera obnove srodnih građevina sakralne i palačne arhitekture Slavonije i Baranje.

Zahvale

Ovaj je rad izrađen u okviru *projekta* Europske unije u okviru programa NextGenerationEU *naslova IPOO: Integrirani pristup održivoj obnovi graditeljskog nasljeđa Slavonije i Baranje*, oznake NPOO-581-UNIOS-74.

Autori zahvaljuju Ireni Pauk Sili iz Restauratorskog odjela Osijek Hrvatskog restauratorskog zavoda te Dini Koprolčec iz Konzervatorskog odjela u Osijeku, Uprave za zaštitu kulturne baštine Ministarstva kulture i medija Republike Hrvatske, na stručnoj suradnji, ustupljenoj građi i podacima važnima za provedbu istraživanja.

Posebno zahvaljuju vlč. Filipu Perkoviću, župniku Župe Preslavnog Imena Marijina u Osijeku, na susretljivosti i omogućavanju pristupa građevini radi pregleda i mjerenja.

Literatura

[1] Borri, A., Corradi, M., Castori, G. i De Maria, A.; A method for the analysis and classification of historic masonry; Bulletin of Earthquake Engineering; 2015.

[2] Kramer, S. L.; Geotechnical Earthquake Engineering; Washington: University of Washington; 1996.

[3] de Miranda, S., Castellazzi, G., Theodossopoulos, D., Sarhosis, V., Hudson, J. i D'Altri, A. M.; Historic barrel vaults undergoing differential settlements; International Journal of Architectural Heritage; 2020.

[4] Župa Preslavnog Imena Marijina – Osijek; Hrvatski institut za povijest; Tri stotine godina župne crkve Preslavnog Imena Marijina; Osijek – Slavonski Brod: Hrvatski institut za povijest; 2016.

[5] Damjanović, D.; Župna crkva Preslavnog Imena Marijina u osječkom Donjem gradu: izgradnja, stilsko rješenje, oprema; u: Tri stotine godina župne crkve Preslavnog Imena Marijina; 2016; str. 207.

[6] Hrvatski restauratorski zavod; Osijek, Crkva Preslavnog Imena Marijina; Osijek; 2025.

[7] Konzervatorski projektni atelje j.d.o.o.; Obnova župne crkve Preslavnog Imena Marijina u Osijeku; Osijek; 2017.

[8] Grlić, I.; Utjecaj međudjelovanja tlo–konstrukcija na ponašanje povijesnih zidanih sakralnih građevina pri potresnom djelovanju; diplomski rad; Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek; u izradi; 2026.

[9] Herak, M., Herak, D. i Markušić, S.; Revision of the earthquake catalogue and seismicity of Croatia, 1908–1992; Terra Nova; 1996; 8; 86–94.

[10] Dasović, I., Herak, D., Herak, M., Latečki, H., Mustać, M. i Tomljenović, B.; O potresima u Hrvatskoj; Vijesti Hrvatskoga geološkog društva; 2020; 57; 4–27.

[11] Pilar, Gj.; Djakovački potres dne 24. ožujka 1884.; pretiskano iz LXXVIII. knjige Rada JAZU; Zagreb; 1886; 27.

[12] Markušić, S., Stanko, D., Žilić, I., Fiket, T., Majurec, A. i Korbar, T.; Probabilistic Seismic Hazard Analysis for Croatia: Hazard Mapping and Eurocode 8 Implications; u pripremi.

[13] Uzair, A., Abrahamczyk, L., Gómez, D., Elias, K., Vrban, A., Penava, D. i Markušić, S.; Earthquake Performance of a Cultural Heritage Building: The Jesuit College in Dubrovnik,

Croatia; Proceedings of the 2nd Croatian Conference on Earthquake Engineering – 2CroCEE; Zagreb, Croatia; 2023; 394–405; https://doi.org/10.5592/CO/2CroCEE.2023.23.
[14] Uzair, A., Abrahamczyk, L., Vrban, A. i Penava, D.; Seismic Performance Assessment of the 18th Century Jesuit College in Dubrovnik's Old City; Buildings; 2023; 13(8); 1904; https://doi.org/10.3390/buildings13081904.
[15] Penava, D., Vrban, A., Valinčić, M., Abrahamczyk, L., Guljaš, I. i Kraus, I.; Insights from Rector's Palace in Dubrovnik's Old City Earthquake Performance Assessment w.r.t. Structural Evolution and Interventions; Proceedings of the 18th World Conference on Earthquake Engineering (WCEE 2024); Milan, Italy; 30 June–5 July 2024; 1–14.
[16] Uzair, A., Qayyum, I., Abrahamczyk, L. i Penava, D.; Identification of Seismic Deficiencies in Cultural Heritage Buildings Using Finite Element Analysis: A Case Study of Castle Trakošćan (Croatia); Structural Analysis of Historical Constructions; RILEM Bookseries; 2026; 68; 1053–1062; https://doi.org/10.1007/978-3-032-16767-5_83.
[17] DIANA FEA BV.; DIANA 11 User's Manuals; DIANA FEA BV; mrežna dokumentacija.
[18] Gobbin, F. i Malena, M.; Evaluation of Different Computational Modelling Strategies of a Masonry Vault with Buttresses and Backfill; 14th World Congress in Computational Mechanics (WCCM); Lisbon, Portugal; 2021.
[19] European Committee for Standardization (CEN); Eurokod 8 – Projektiranje potresne otpornosti konstrukcija – Dio 1-1: Opća pravila i potresna djelovanja; Hrvatski zavod za norme; 2024.
[20] Herak, M., Allegretti, I., Ivančić, I., Kuk, V., Markušić, S., Marić, K. i Sović, I.; Karte potresnih područja Republike Hrvatske; Geofizički odsjek PMF-a Sveučilišta u Zagrebu; mrežni izvor.
[21] Penava, D.; 8V (2021–2031): Educational Network of Seismographic Stations of Eastern Slavonia (Croatia); Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Civil Engineering and Architecture Osijek; 2021; mrežni izvor.

Analiza utjecaja geometrije poprečnog presjeka na statičku i dinamičku efektivnu krutost laminiranih staklenih panela

Grozdanić, G. [1]; Galić, M.[1]; Divić, V.[1]

Sažetak
U radu je prikazana preliminarna analiza za eksperimentalno testiranje parametara potrebnih za proračun efektivne debljine laminiranih staklenih panela. Analiza se provodi na numeričkim modelima koji su izrađeni na temelju geometrije uzoraka za eksperimentalna ispitivanja savijanjem u četiri točke (4PB). Uzorci su dvoslojni stakleni laminirani paneli dimenzije 330 x 1000 mm s različitim geometrijama poprečnih presjeka. Iz numeričkih rezultata statičke analize određuju se vrijednosti progiba za zadane sile na temelju kojih je definirana efektivna savojna krutost panela te pripadajuća statička efektivna debljina poprečnog presjeka. Na jednakoj geometriji i rubnim uvjetima provedena je i dinamička analiza za određivanje vlastitih frekvencija panela. Iz dobivenih prvih vlastitih frekvencija definirana je dinamička efektivna debljina poprečnog presjeka. Za statičke i dinamičke vrijednosti efektivnih debljina analizirani su koeficijenti prijenosa posmika prema dva različita izraza iz literature. Dobiveni rezultati pokazuju razliku između statički i dinamički određene efektivne debljine, pri čemu su u promatranom numeričkom modelu dinamičkom analizom dobivene niže vrijednosti koeficijenta sprezanja staklenih slojeva. U okviru analiza utvrđene su razlike između simetričnih i nesimetričnih dispozicija panela. U statičkoj analizi simetrična dispozicija pokazuje veću efektivnu krutost, dok je u dinamičkoj analizi dobiven suprotan trend, odnosno neznatno veća efektivna krutost nesimetričnih dispozicija.

Ključne riječi: laminirano staklo, efektivna debljina, statička analiza, dinamička analiza

[1] Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Katedra za otpornost materijala, Matice hrvatske 15, 21000 Split,

1 Uvod

Laminirani stakleni paneli se u suvremenom graditeljstvu primjenjuju za izvedbu pročelja, krovova, nadstrešnica, podova, stubišta i zaštitnih ograda, pri čemu tijekom uporabnog vijeka mogu biti izloženi različitim vrstama statičkih i dinamičkih djelovanja. Zbog posmične deformabilnosti međusloja pojedini stakleni slojevi ne djeluju potpuno neovisno, ali se ne ostvaruje ni potpuna spregnutost karakteristična za monolitni presjek. Stvarna savojna krutost laminiranog panela nalazi se između graničnih vrijednosti koje odgovaraju potpuno nespregnutom i monolitnom ponašanju. Za dimenzioniranje ovih elemenata često se primjenjuje koncept efektivne debljine [1][2], kojim se laminirani panel zamjenjuje ekvivalentnim monolitnim elementom odgovarajuće savojne krutosti. Takav koncept potječe iz istraživanja [2][3] koja su (s primarnim fokusom na staklo) provedena zadnjih 15 godina te je potom implementiran u radne i aktualne verzije propisa za dimenzioniranje staklenih elemenata [2][4].

Određivanje efektivne debljine nije jednoznačno već je složeno zbog vremenski ovisnog i viskoelastičnog ponašanja polimernog međusloja. Posmična krutost međusloja ovisi o temperaturi i trajanju opterećenja, zbog čega laminirani panel ne mora imati jednaku efektivnu savojnu krutost pri statičkim i dinamičkim djelovanjima [5]. Očekivano je da se pri dugotrajnijem ili kvazistatičkom opterećenju međusloj izraženije posmično deformira, dok bi se pri kratkotrajnim i dinamičkim djelovanjima ostvarila veća razina sprezanja između staklenih slojeva. Posljedično se postavlja pitanje može li se efektivna debljina određena iz statičkog odziva bez prethodne provjere izravno primijeniti za opis dinamičkog ponašanja panela [6][7].

Potreba za usporednom analizom proizlazi i iz male debljine te relativno velike vitkosti staklenih elemenata, zbog čega njihova deformabilnost, masa i rubni uvjeti mogu značajno utjecati na statički odziv i vlastite frekvencije. Istodobno, krto ponašanje stakla i ograničena mogućnost preraspodjele naprezanja zahtijevaju pouzdanu procjenu deformacija i savojne krutosti. Budući da isti element tijekom uporabe može biti izložen statičkim djelovanjima, vibracijama, udarima i drugim kratkotrajnim pobudama, za cjelovitu procjenu njegova ponašanja potrebno je razmotriti oba oblika odziva.

U ovom je radu provedeno preliminarno numeričko istraživanje statičke i dinamičke efektivne debljine slobodno oslonjenih laminiranih staklenih panela. Analizirane su tri dispozicije staklenih slojeva jednake ukupne debljine stakla. Statički odziv određen je u modulu Static Structural programskog paketa ANSYS, dok su u modulu Modal, za jednake geometrijske i rubne uvjete, određeni prva vlastita frekvencija i pripadajući oblik titranja. Na temelju dobivenih rezultata uspoređuju se efektivne savojne krutosti i efektivne debljine određene statičkim i dinamičkim pristupom te se razmatra utjecaj rasporeda pojedinih staklenih slojeva.

2 Opis analiziranih panela i numeričkog modela

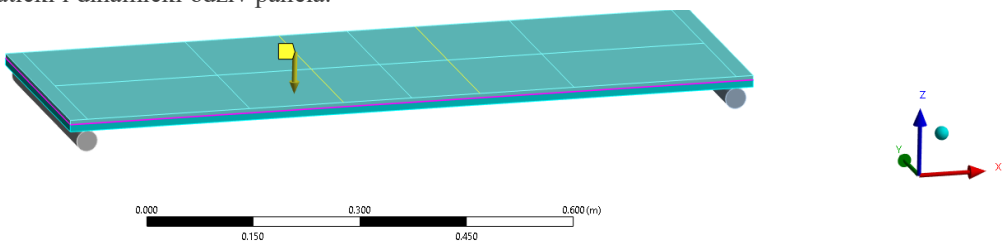
2.1 Geometrija i materijalna svojstva

Numerička analiza provedena je na dvoslojnim laminiranim staklenim panelima ukupne duljine 1000 mm i širine 330 mm. Paneli su postavljeni na dva oslonca, pri čemu je raspon između oslonaca 950 mm. Između dvaju staklenih slojeva nalazi se polimerni međusloj od PVB-a *(polyvinyl butyral)* debljine 0.76 mm. Analizirane su tri geometrijske konfiguracije poprečnog presjeka TG_PVB _6_10, TG_PVB _10_6 i TG_PVB _8_8. Ukupna debljina stakla u svim analiziranim konfiguracijama iznosi 16 mm, dok je ukupna nominalna debljina laminiranog

panela, zajedno s međuslojem, jednaka 16,76 mm. Na taj je način omogućena usporedba panela jednake ukupne količine stakla i približno jednake mase, ali različite raspodjele materijala po visini (debljini) poprečnog presjeka. Stakleni slojevi modelirani su kao homogen, izotropan i linearno-elastičan materijal. U analizi su primijenjeni modul elastičnosti stakla $E_G = 70GPa$, Poissonov koeficijent $\nu_G = 0.23$ i gustoća $\rho_G = 2525\ kg/m^3$. Polimerni međusloj također je u ovoj analizi opisan linearno-elastičnim materijalnim modelom, s diskretno definiranim modulom posmika u ovisnosti o temperaturi i trajanju opterećenja. Za statičku analizu primijenjeni su modul posmika $G_I = 131MPa$, Poissonov koeficijent $\nu_I = 0.476$ i gustoća $\rho_I = 1080\ kg/m^3$, dok je za dinamičku analizu modul posmika $G_{I,d} = 265MPa$. Materijalna svojstva međusloja odabrana su za temperaturu 25°C i odgovarajuće trajanje odnosno brzinu opterećenja.

2.2 Numerički modeli

Trodimenzionalni numerički modeli laminiranih panela izrađeni su u programskom paketu ANSYS Workbench. Svaki je sloj panela modeliran kao zasebno tijelo, pri čemu su stakleni slojevi i polimerni međusloj zadani u njihovim stvarnim geometrijskim debljinama. Veza između stakla i polimernog međusloja ostvarena je kontaktom tipa Bonded, kojim je onemogućeno odvajanje susjednih slojeva na njihovim dodirnim plohama. Posmična deformacija ostvaruje se unutar volumena polimernog međusloja što predstavlja idealiziranu potpunu adheziju između stakla i međusloja, dok se međusobno posmično pomicanje ostvaruje deformacijom međusloja. Panel je modeliran kao slobodno oslonjen na valjkaste oslonce na rasponu 950 mm. Rubni uvjeti definirani su tako da se omogući zakretanje panela na osloncima i spriječi pomak krutog tijela, bez ograničavanja uzdužne deformacije. Na jednom je osloncu ograničen vertikalni pomak i pomaci potrebni za stabilizaciju modela, dok je na drugom osloncu ograničen vertikalni pomak uz dopušteno uzdužno pomicanje panela. Time su numerički približeni uvjeti zglobnog i pomičnog oslonca. Prikaz numeričkog modela je na slici 1. Za sve tri konfiguracije primijenjene su jednake tlocrtne dimenzije panela, položaji oslonaca, način povezivanja slojeva i diskretizacija sustava. Razlikovale su se isključivo debljine i položaji pojedinih staklenih slojeva. Jednake postavke modela omogućile su izravnu usporedbu utjecaja geometrije poprečnog presjeka na statički i dinamički odziv panela.



Slika 1. Prikaz modela TG_PVB _6_10

2.3 Statička i modalna analiza

U modulu Static Structural simulirano je statičko ispitivanje savijanjem. Panel je opterećen zadanim silama koje se nanose linijski simetrično duž širine panela. Kao karakteristična veličina statičkog odziva promatran je odnos sila - progib u sredini raspona. Na temelju poznate geometrije sustava i numerički određene sile izračunana je efektivna savojna krutost panela

$E_G I_{eff}$. Statička efektivna debljina zatim je određena iz uvjeta jednakosti savojne krutosti laminiranog panela i ekvivalentnog monolitnog staklenog panela. Za određivanje efektivne statičke debljine primijenjen je izraz (1), pri čemu se vrijednost parametra η određuje na jedan od dva načina, prema izrazima (2) i (3). Izraz (2) se temelji na tehničkoj specifikaciji CEN/TS 19100-2:2021 [1] koja je trenutno u fazi razvoja dok je izraz (3) preuzet iz istraživanja Galuppija i Royer-Carfagnija [2] iz 2012. godine.

$$h_{eff,w} = \sqrt[3]{\frac{1}{\frac{\eta}{\sum_i h_i^3 + 12\sum_i\left(h_i \cdot d_i^2\right)} + \frac{1-\eta}{\sum_i h_i^3}}} \tag{1}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{h_{int} \cdot E \cdot n \cdot h^3 \cdot (n+1) \cdot \Psi_B}{12 G_{int} \cdot h^2 + (h + h_{int})^2 \cdot (n^2 - 1)}} \tag{2}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{I_1 + I_2}{\frac{G_{int} \cdot b}{E \cdot h_{int}} \cdot I_{tot}} \cdot \frac{A_1 \cdot A_2}{A_1 + A_2} \Psi} \tag{3}$$

U prikazanim jednadžbama, h_i predstavlja debljine staklenih slojeva, h_{int} je debljina međusloja, d_i predstavlja udaljenost srednje ravnine odnosno težišta staklenog sloja od težišne ravnine laminiranog presjeka, $I_{1,2}$ je moment tromosti, Ψ/Ψ_B parametar koji ovisi o opterećenju i rubnim uvjetima. Veličina G_{int} predstavlja modul posmika međusloja, a E je Youngov modul stakla. Predložene metodologije su vrlo slične, a budući da je metoda poboljšane efektivne debljine (engl. *Enhanced Effective Thickness,* EET) objavljena približno desetljeće prije nacrta norme, može se smatrati teorijskom osnovom predloženog normiranog postupka. Iako su osnovne jednadžbe u velikoj mjeri ekvivalentne, glavna razlika odnosi se na definiciju parametra sprezanja, odnosno koeficijenta prijenosa posmika η. Ovaj parametar kvantificira stupanj posmičnog sprezanja između staklenih slojeva te je analogan koeficijentu prijenosa posmika Γ iz [3] i koeficijentu prijenosa posmika ω iz [4]. EET metoda daje zasebne izraze za određivanje koeficijenta prijenosa posmika η za grede i ploče.

Dinamička svojstva panela analizirana su u modulu Modal. U modalnoj analizi nisu primijenjena vanjska opterećenja, već su na temelju matrica mase i krutosti sustava određene vlastite frekvencije i pripadajući oblici titranja. Posebna je pozornost posvećena prvoj vlastitoj frekvenciji f_1, koja odgovara prvom globalnom savojnom obliku titranja panela. Prije uporabe dobivene frekvencije provjeren je pripadajući oblik titranja kako bi se isključila mogućnost da je kao prvi relevantni rezultat identificiran lokalni, torzijski ili drugi neželjeni oblik.

Za slobodno oslonjenu gredu konstantnoga poprečnog presjeka, prema Euler–Bernoulli teoriji, prva vlastita frekvencija može se izraziti prema izrazu (4):

$$f_1 = \frac{\pi}{2L^2}\sqrt{\frac{EI_{eff,din}}{\mu}} \tag{4}$$

gdje je L raspon panela, a μ masa panela po jedinici duljine. Iz (4) je određena pripadajuća dinamička efektivna savojna krutost. Iz savojne krutosti određena je efektivna monolitna debljina koristeći modul elastičnosti stakla. Dobivene vrijednosti međusobno su uspoređene za svaku analiziranu konfiguraciju. Analiziran je utjecaj rasporeda staklenih slojeva usporedbom panela.

Budući da konfiguracije imaju jednaku masu po jedinici duljine te jednake vanjske dimenzije, razlike u vlastitim frekvencijama prvenstveno odražavaju razlike u efektivnoj savojnoj krutosti.

3 Rezultati

U tablici 1. prikazani su rezultati statičke analize za jednu od tri testirane geometrije. Korišten je numerički model za određivanje pripadnog pomaka uz zadanu silu te se potom odredila efektivna savojna krutost (EI_{eff}) te efektivna debljina monolitnog panela ($h_{eff,N}$) prema izrazu (1). Iz numerički određene $h_{eff,N}$ određeni su i koeficijent prijenosa posmika η_N i parametar Ψ_N (prema [2]). Prikazani koeficijent η_N pokriva obje teorije ([1] i [2]).

Tablica 1. Rezultati statičke analize za panel TG_PVB _6_10

Ukupna sila P [N]	Pomak na sredini [mm]	$h_{eff,N}$ [mm]	η_N	Ψ_N [m-2]
2000	3,7713	16,6511	0,9960	10,1485
4000	7,5426	16,6511	0,9960	10,1485
6000	11,314	16,6510	0,9960	10,1565

Usporedbom analitičkih iznosa efektivne debljine prema [1] i [2] ($h_{eff,CEN}$ i $h_{eff,GAL}$) te srednje vrijednosti numeričkih rezultata $h_{eff,\mathrm{N},sr}$ u Tablici 2., može se vidjeti poklapanje numeričkih vrijednosti s analitičkim vrijednostima. Najveće odstupanje u h_{eff} je ≈1,6% za analizu simetrične dispozicije prema [1], dok je kod [2] greška manja od 0,1%. Analitički izrazi daju neznatno niže vrijednosti efektivne debljine od numeričkog modela. Zanimljivo je primijetiti da se rezultati nesimetričnih dispozicija 6–10 mm i 10–6 mm međusobno podudaraju, dok simetrična dispozicija 8 - 8 ima blago povećanu krutost. Efektivna debljina prema normi [1] nije definirana za nesimetrične dvoslojne panele.

Tablica 2. Usporedba rezultata numeričke analize i analitičkog proračuna

Oznaka panela	$h_{eff,N,sr}$ [mm]	$h_{eff,CEN}$ [mm]	$h_{eff,GAL}$ [mm]	$\eta_{N,sr}$	η_{CEN}	η_{GAL}
TG_PVB _6_10	16,6510	/	16,646	0,9960	/	0,9957
TG_PVB _10_6	16,6509	/	16,646	0,9960	/	0,9957
TG_PVB _8_8	16,6866	16,422	16,682	0,9983	0,9825	0,9961

Tablica 3. Rezultati dinamičke (modalne) analize za panele

Oznaka panela	Frekvencija [Hz]	$h_{eff,N,din}$ [mm]	$\eta_{N,din}$	$\Psi_{N,din}$ [m^{-2}]
TG_PVB _6_10	44,677	16,5868	0,9918	41,9861
TG_PVB _10_6	44,675	16,5863	0,9918	42,1534
TG_PVB _8_8	44,404	16,5192	0,9877	71,3544

Za dinamičku analizu, prikazanu u Tablici 3., određeni su modalni oblici panela te su iz dobivenih vlastitih frekvencija izračunane efektivna savojna krutost i efektivna debljina ekvivalentnog monolitnog panela. Rezultati nesimetričnih dispozicija 6–10 mm i 10–6 mm gotovo se u potpunosti podudaraju, dok simetrična dispozicija pokazuje blago odstupanje. Za nesimetrične dispozicije dobiven je jednak koeficijent prijenosa posmika $\eta_{N,din}$, dok je za simetričnu dispoziciju dobivena nešto niža vrijednost. Simetrični panel ima približno 1,23% manju efektivnu savojnu krutost ($EI_{eff,din}$) u odnosu na nesimetrične dispozicije.

4 Zaključak

Provedene preliminarne numeričke analize pokazale su razliku između efektivnih svojstava laminiranog stakla određenih iz statičkog i dinamičkog odziva. Statički numerički odziv pokazuje da nema odstupanja u srednjim vrijednostima efektivne debljine za nesimetrične dispozicije, tj. kada je deblji sloj u tlaku ili u vlaku. Razlika se javlja kod simetrične dispozicije staklenih panela koja u statičkoj analizi ima kruće ponašanje. Ovaj zaključak odgovara i analitičkim rezultatima koji predviđaju jednaku efektivnu debljinu za dispozicije 6 - 10 mm i 10 - 6 mm te veću efektivnu debljinu za simetričnu dispoziciju 8 - 8 mm. Razlika u numerički određenoj efektivnoj savojnoj krutosti (EI_{eff}) između dispozicija 6–10 mm i 8–8 mm je minimalna i iznosi približno 0,65%, pri čemu je veća krutost dobivena za simetričnu dispoziciju. Rezultati modalne analize za analizirane geometrije daju niže vrijednosti koeficijenta sprezanja, te jednaku zakonitost vezanu uz dispozicije staklenih panela uz napomenu da je kod dinamike simetrična dispozicija manje kruta od nesimetričnih. U modalnoj analizi nesimetrične dispozicije pokazuju neznatno veću dinamički određenu efektivnu debljinu od simetrične dispozicije. Budući da je razlika mala, ovaj rezultat zahtijeva dodatnu provjeru eksperimentalnim ispitivanjem i analizom utjecaja primijenjenih analitičkih izraza za određivanje dinamičke efektivne krutosti. Za nesimetrične dispozicije 6–10 mm i 10–6 mm dobivene su gotovo jednake vrijednosti parametra $\Psi_{N,din}$ što je u skladu s njihovim gotovo identičnim modalnim odzivom. Simetrična dispozicija 8–8 mm pokazuje veću vrijednost parametra $\Psi_{N,din}$ i pripadajuću nižu vrijednost koeficijenta sprezanja $\eta_{N,din}$. Dobivena razlika ukazuje na različito tretiranje analiziranih dispozicija pri povratnom određivanju parametara sprezanja te zahtijeva dodatnu provjeru eksperimentalnim ispitivanjima. Ako se uspoređuju vrijednosti statičke efektivne debljine i dinamičke vidljivo je da se kod dinamičkog odgovora dobila manja efektivna debljina što sugerira mekše ponašanje konstrukcije. Takav rezultat nije očekivan na temelju samog ulaznog parametra posmične krutosti međusloja, budući da je u modalnoj analizi primijenjena veća vrijednost modula posmika. Dobivena razlika upućuje na potrebu dodatne analize utjecaja načina određivanja efektivne krutosti iz vlastite frekvencije te primijenjenih teorijskih pretpostavki. Dobiveni rezultati upućuju na blagi utjecaj dispozicije staklenih slojeva na odziv i efektivnu krutost panela, pri čemu analitički pristup prema [2] pokazuje vrlo dobro podudaranje sa statičkim numeričkim rezultatima. U nastavku istraživanja numeričke rezultate potrebno je usporediti s eksperimentalnim statičkim i dinamičkim odzivom panela te analizirati primjenjivost analitičkih izraza za određivanje koeficijenta sprezanja.

Literatura

[1] CEN/TS 19100-2, *Design of glass structures - Part 2: Design of out-of-plane loaded glass components*. 2021.
[2] L. Galuppi and G. F. Royer-Carfagni, Effective thickness of laminated glass beams: New expression via a variational approach, *Engineering Structures*, 2012, vol. 38, pp. 53–67.
[3] I. Calderone, P. S. Davies, S. J. Bennison, H. Xiaokun, and L. Gang, Effective laminate thickness for the design of laminated glass, *Glass Processing Days*, 2009, pp. 1–3.
[4] CEN EN 16612, *EN 16612 - Glass in building —*. 2019.
[5] M. Galic, G. Grozdanic, V. Divic, and P. Marovic, Parametric Analyses of the Influence of Temperature, Load Duration, and Interlayer Thickness on a Laminated Glass Structure Exposed to Out-of-Plane Loading, 2022
[6] G. Vergassola and D. Boote, A simplified approach to the dynamic effective thickness of laminated glass for ships and passenger yachts, *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, 2020, vol. 14, no. 1, pp. 123–135.
[7] M. López-Aenlle and F. Pelayo, "Dynamic effective thickness in laminated-glass beams and plates," *Composites : Part B*, 2014, vol. 67, pp. 332–347.

Značajke strujanja u zavjetrini četverostranih prizmi

Gržan, A.[1], Vanderwel, C.[2], Ganapathisubramani, B.[3], Marušić, I.[4] i Kozmar, H.[5]

Sažetak

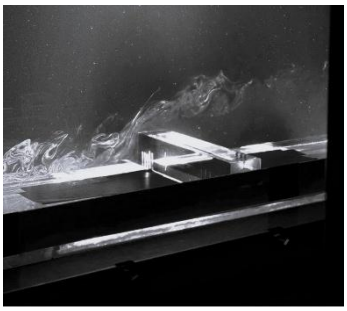
Urbana okruženja znatno mijenjaju značajke strujanja u atmosferskom graničnom sloju, što se očituje izraženim miješanjem u strujanju zraka. Strujanje u neposrednoj okolini građevina pritom može uzrokovati nakupljanje čestica i povećanje koncentracije onečišćenja iznad dopuštenih vrijednosti, pa je razumijevanje prijenosa i miješanja čestica u zavjetrini građevina bitno za procjenu kvalitete zraka. Cilj je ovog istraživanja pojasniti značajke strujanja i disperziju čestica u zavjetrini kvadratne prizme i kocke, koje predstavljaju modele građevina. Disperzija čestica i njihove putanje eksperimentalno će se odrediti u vodenom kanalu Sveučilišta u Southamptonu, Ujedinjeno Kraljevstvo.

Ključne riječi: Kvadratne prizme, Disperzija čestica, Lagrangeove koherentne strukture, Aerodinamika okoliša, Vodeni kanal.

[1] **Ante Gržan, univ. mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10000 i Zagreb, e-mail: ante.grzan@fsb.unizg.hr
[2] **Prof. dr. sc. Christina Vanderwel**, University of Southampton, Department of Aeronautical and Astronautical Engineering, University Road, SO17 1BJ, Southampton, United Kingdom, e-mail: C.M.Vanderwel@soton.ac.uk
[3] **Prof. dr. sc. Bharath Ganapathisubramani**, University of Southampton, Department of Aeronautical and Astronautical Engineering, University Road, SO17 1BJ, Southampton, United Kingdom, e-mail: G.Bharath@soton.ac.uk
[4] **Prof. dr. sc. Ivan Marušić**, The University of Melbourne, Department of Mechanical Engineering, Parkville, VIC 3010, Melbourne, Australia, e-mail: imarusic@unimelb.edu.au
[5] **Prof. dr. sc. dr. rer. nat. Hrvoje Kozmar**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10000, Zagreb, e-mail: hrvoje.kozmar@fsb.unizg.hr

1 Opis istraživanja

Strujanje u zavjetrini građevina je znatno drugačije od neporemećenog strujanja uzvodno, prije svega zbog pojačanog miješanja [1]. Koncentracija onečišćenja ima znatan utjecaj na zdravlje ljudi u gradovima [2]. Značajke strujanja u zavjetrini građevina mogu prouzročiti porast koncentracije onečišćenja. Strukture koje organiziraju prijenos i miješanje čestica nazivaju se Lagrangeove koherentne strukture To su materijalne površine koje razdvajaju strujanje na područja s različitim dinamičkim ponašanjem i posljedično sprječavaju prijenos čestica [3]. Primjer eksperimentalnog postava koji će se koristiti u ovom radu je prikazan na slici 1.



Slika 1. Eksperimentalni postav za mjerenje disperzije čestica

Mjerenja će se provesti u vodenom kanalu Sveučilišta u Southamptonu, Ujedinjeno Kraljevstvo. Primjenjivat će se napredne optičke metode poput Planar Laser Induced Fluorescence (PLIF) za mjerenje disperzije i Shake-The-Box (STB) za praćenje putanje čestica. Cilj je istraživanja razjasniti značajke Lagrangeovih koherentnih struktura, koncentracije čestica u zavjetrini prizme i putanje čestica.

Zahvale

Ovaj rad je financirala Hrvatska zaklada za znanost projektom HRZZ-IP-2022-10-9434. Ovaj rad je financiran sredstvima Europske unije (NextGenerationEU) u sklopu Nacionalnog plana oporavka i otpornosti 2021. – 2026. (NPOO), kroz institucionalni projekt Sveučilišta u Zagrebu Fakulteta strojarstva i brodogradnje „Aerodinamika konstrukcija“, odobrenog od Ministarstva znanosti, obrazovanja i mladih (komponenta C3.2., izvor 581).

Literatura

[1] Rich, T. i Vanderwel, C.; Pollutant dispersion around a single tall building; Boundary-Layer Meteorology; 2024; 190; 34.
[2] European Environment Agency; Harm to human health from air pollution in Europe: burden of disease status, 2025; European Environment Agency; Copenhagen; 2025.
[3] Haller, G. i Yuan, G.; Lagrangian coherent structures and mixing in two-dimensional turbulence; Physica D: Nonlinear Phenomena; 2000; 147; 352-370.

Inverzna numerička identifikacija parametara poliuretanskog ljepila na temelju eksperimentalnih ispitivanja

Hadžalić, E.[1], Kovaček, E.[2] i Čeh, N.[3]

Sažetak
Primjena poliuretanskih (PU) ljepila predstavlja alternativni način povezivanja zidnih elemenata koji omogućuje bržu i jednostavniju izvedbu u odnosu na tradicionalne cementne mortove. Za numeričku analizu zidanih konstrukcija PU spoj može se, između ostalog, opisati modelima kohezivne zone ili diskretnim modelima s ugrađenim diskontinuitetima, pri čemu je potrebno odrediti parametre odgovarajućeg konstitutivnog zakona. Njihovo izravno eksperimentalno određivanje otežano je zbog porozne strukture PU ljepila i poteškoća pri izradi standardiziranih uzoraka samog materijala. Kao alternativa mogu se koristiti ispitivanja metalnih elemenata povezanih PU ljepilom, čime se smanjuje utjecaj deformabilnosti i heterogenosti podloge na izmjereni odziv. Eksperimentalno dobivene krivulje sila–pomak mogu se koristiti za inverznu numeričku identifikaciju parametara konstitutivnog zakona usporedbom eksperimentalnog i numeričkog odziva. Identificirani parametri predstavljaju polaznu osnovu za modeliranje mehaničkog ponašanja PU spojeva u zidanim konstrukcijama.

Ključne riječi: poliuretansko ljepilo; zidane konstrukcije; inverzna numerička identifikacija; konstitutivni model; eksperimentalna ispitivanja; kohezivna zona

[1] **Izv. prof. dr. sc. Emina Hadžalić, dipl. ing. građ.**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: emina.hadzalic@uniri.hr
[2] **Erik Kovaček, univ. mag. ing. aedif.,** Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: erik.kovacek@gmail.com
[3] **Izv. prof. dr. sc. Nina Čeh, univ. mag. ing. aedif.,** Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: nina.ceh@uniri.hr

1 Uvod

Suvremeni zahtjevi za bržom, jednostavnijom i energetski učinkovitijom gradnjom potaknuli su razvoj alternativnih načina povezivanja zidnih elemenata. Jedno od mogućih rješenja predstavlja primjena poliuretanskih (PU) ljepila, koja se u zidanim konstrukcijama nanose u tankom sloju između zidnih elemenata [1,2]. U usporedbi s klasičnim cementnim mortovima, njihova primjena ne zahtijeva pripremu mokre mješavine na gradilištu, čime se pojednostavljuje postupak izvedbe i skraćuje vrijeme potrebno za zidanje. Osim tehnoloških prednosti, zbog male toplinske vodljivosti PU ljepila mogu doprinijeti smanjenju toplinskih mostova [3].

Dosadašnja eksperimentalna istraživanja pokazuju da mehanički odziv ziđa s PU ljepilom može značajno odstupati od odziva ziđa izvedenog primjenom tradicionalnog morta [4]. Posebno je značajno ponašanje sljubnice pri opterećenju, budući da upravo lokalno ponašanje spoja u velikoj mjeri određuje nastanak i razvoj pukotina te konačni mehanizam sloma zidane konstrukcije. Za pouzdanu numeričku analizu takvih konstrukcija stoga nije dovoljno poznavati samo globalne veličine, poput čvrstoće ziđa, već je potrebno definirati odgovarajući konstitutivni zakon kojim se opisuje ponašanje PU spoja od početnog elastičnog odziva do inicijacije i razvoja oštećenja.

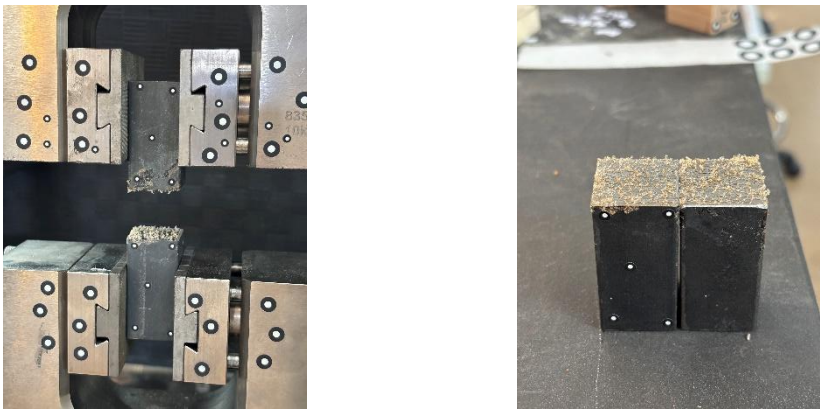
Numeričko modeliranje spojeva može se provesti primjenom različitih pristupa. Kod kontinuumskih modela zidnih elemenata ponašanje sljubnice može se opisati modelima kohezivne zone (*eng*. cohesive zone models, CZM), u kojima se odnos između naprezanja i relativnog pomaka definira odgovarajućim zakonom naprezanja–otvaranje (*eng*. traction-seperation law) [5,6]. Alternativno, PU spoj može se opisati diskretnim modelima, primjerice mrežom grednih elemenata s ugrađenim diskontinuitetima (*eng*. embedded discontinuities) [7,8]. U tom slučaju nelinearni konstitutivni zakon diskontinuiteta određuje pojavu i razvoj lokaliziranih deformacija i pukotina. Neovisno o odabranom numeričkom pristupu, ključni problem predstavlja određivanje parametara takvog konstitutivnog zakona na temelju eksperimentalno izmjerenog ponašanja PU spoja.

Izravno određivanje mehaničkih svojstava PU ljepila pritom nije jednostavno. Nakon nanošenja i očvršćivanja materijal ima izraženu poroznu strukturu, zbog čega je izrada standardiziranih uzoraka sastavljenih isključivo od ljepila otežana. S druge strane, ispitivanje spojeva izrađenih izravno između zidnih elemenata uvodi dodatnu nesigurnost povezanu s heterogenošću i varijabilnošću samog zidnog materijala. Izmjereni odziv tada predstavlja zajednički doprinos ljepila, podloge i njihove međusobne interakcije, zbog čega je otežano izdvojiti parametre koji karakteriziraju samo PU spoj.

S tim u vezi, kao polazište za karakterizaciju mehaničkog odziva PU ljepila u ovom istraživanju korištena su eksperimentalna ispitivanja spojeva između metalnih elemenata [9], kao što je prikazano na Slici 1. Zbog znatno veće krutosti i čvrstoće metalnih elemenata u odnosu na PU ljepilo, njihov doprinos ukupnoj deformaciji uzorka je zanemarivo malen. Na taj se način eksperimentalni odziv u većoj mjeri može povezati s deformacijom i oštećenjem samog PU sloja, čime se omogućuje pouzdanija identifikacija njegovih efektivnih mehaničkih parametara. Ispitivanjima pri različitim načinima opterećenja moguće je dobiti informacije potrebne za opis ponašanja spoja pri normalnom i posmičnom opterećenju.

Međutim, ni primjena metalnih podloga ne omogućuje potpuno izravno određivanje svojstava samog PU materijala. Eksperimentalno registrirani slom može nastati unutar sloja ljepila, na kontaktu između ljepila i metalne podloge ili kombinacijom kohezivnog i adhezivnog mehanizma. Zbog toga identificirane parametre nije uvijek moguće interpretirati kao čista

materijalna svojstva PU ljepila. Utvrđivanje mjesta i načina sloma stoga predstavlja važan dio interpretacije eksperimentalnih rezultata i njihove primjene pri kalibraciji numeričkog modela.



(a) (b)

Slika 1. Uzorak s PU spojem pri ispitivanju na vlak: (a) izgled uzorka nakon loma, (b) izgled površine loma [9].

2 Inverzna identifikacija konstitutivnih parametara PU spoja

Eksperimentalno dobivene krivulje sila–pomak predstavljaju osnovu za određivanje parametara konstitutivnog modela PU spoja. Budući da se pojedini parametri, posebice oni povezani s razvojem oštećenja i disipacijom energije, ne mogu uvijek jednoznačno odrediti iz pojedinačnih karakterističnih vrijednosti eksperimentalne krivulje, njihova se procjena može formulirati kao problem inverzne numeričke identifikacije.

U tu se svrhu izrađuje numerički model koji odgovara geometriji i rubnim uvjetima eksperimentalnog ispitivanja. Metalni dijelovi uzorka mogu se modelirati kao elastični kontinuum, dok se PU spoj opisuje odabranim konstitutivnim zakonom. Skup nepoznatih parametara PU spoja definira se u skladu s odabranim konstitutivnim modelom te može uključivati početnu normalnu i posmičnu krutost, granična naprezanja povezana s inicijacijom oštećenja te parametre koji opisuju razvoj oštećenja i disipaciju energije do potpunog sloma spoja. Identificirani konstitutivni zakon zatim se može prenijeti na numerički model stvarnog ziđa. Time eksperimentalna ispitivanja jednostavnih spojeva predstavljaju polaznu osnovu za modeliranje složenijeg ponašanja zidane konstrukcije.

Potrebno je, međutim, razlikovati identifikaciju i validaciju modela. Eksperimentalni rezultati korišteni za određivanje parametara ne predstavljaju istodobno neovisnu potvrdu prediktivne sposobnosti modela. Nakon identifikacije parametara na metalnim uzorcima potrebno je provesti dodatna ispitivanja na spojevima stvarnih zidnih elemenata te usporediti numerički predviđen i eksperimentalno izmjeren odziv. Takav postupak omogućuje procjenu u kojoj se mjeri efektivni zakon identificiran na jednostavnijem sustavu može prenijeti na stvarnu sljubnicu, u kojoj hrapavost, poroznost i heterogenost zidnog elementa mogu značajno utjecati na mehanizam prijenosa opterećenja.

Predloženi pristup stoga predstavlja poveznicu između eksperimentalne karakterizacije PU spojeva i numeričkog modeliranja zidanih konstrukcija. Primjena metalnih elemenata omogućuje smanjenje utjecaja deformabilnosti i heterogenosti podloge te bolje izdvajanje mehaničkog odziva spoja, dok inverzna numerička analiza omogućuje određivanje parametara potrebnih za formuliranje njegovog konstitutivnog zakona. Daljnja istraživanja trebaju biti usmjerena na validaciju dobivenog modela na spojevima i konstrukcijskim elementima izvedenim od stvarnih zidnih jedinica.

Zahvale

Ovaj rad financirala je Hrvatska zaklada za znanost u okviru projekta „Resilient Engineering of Ductile Bonded Masonry: Understanding Dynamic Behavior and Seismic Response Across Scales” (ResiBOND, HRZZ-UIP-2025-02-2749), Hrvatska.

Literatura

[1] Walliman, N., Baiche, B. i Ogden, R.; Thin-joint glued brickwork: Building in the British context; Construction and Building Materials; 2008; 22; 1081–1092.
[2] Kanyeto, O. J. i Fried, A.; Flexural behaviour of thin joint concrete blockwork: Experimental results; Construction and Building Materials; 2011; 25; 3639–3647.
[3] Grinfeld, G. I., Gorshkov, A. S. i Vatin, N. I.; Tests results strength and thermophysical properties of aerated concrete block wall samples with the use of polyurethane adhesive; Advanced Materials Research; 2014; 941–944; 786–799.
[4] Jäger, A., Habian, E., Kasa, M., Kuhlemann, C. i Lu, S.; Verklebung von Planziegelmauerwerk mit Polyurethanklebern; Mauerwerk; 2011; 15; 223–231.
[5] Alfano, G.; On the influence of the shape of the interface law on the application of cohesive-zone models; Composites Science and Technology; 2006; 66; 723–730.
[6] Alfano, G. i Crisfield, M. A.; Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: Mechanical and computational issues; International Journal for Numerical Methods in Engineering; 2001; 50; 1701–1736.
[7] Hadzalic, E., Ibrahimbegovic, A. i Nikolić, M.; Failure mechanisms in coupled poro-plastic medium; Coupled Systems Mechanics; 2018; 7; 43–59.
[8] Hadzalic, E., Ibrahimbegovic, A. i Dolarević, S.; Theoretical formulation and seamless discrete approximation for localized failure of saturated poro-plastic structure interacting with reservoir; Computers & Structures; 2019; 214; 73–93.
[9] Kovaček, E.; Utjecaj debljine sloja i atmosferskih prilika na mehaničke karakteristike veziva od poliuretanske pjene u građevinarstvu; Diplomski rad; Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet; 2025.

Slom uzgona na aeroprofilima s generatorima vrtloga i Gurneyevim zakrilcima

Ivanković, M.[1], Jentzsch, M.[2], Großmann, A. F. R.[3], Zimmermann, V.[4], Manolesos, M.[5], Nayeri, C. N.[6] i Kozmar, H.[7]

Sažetak
Dinamički slom uzgona uzrokuje nestacionarna aerodinamička opterećenja lopatica vjetroturbina, što povećava zamor materijala i smanjuje radni vijek lopatica. Pulsacije opterećenja se mogu ublažiti pasivnim uređajima za kontrolu strujanja, poput generatora vrtloga (GV) i Gurneyevih zakrilca (GZ). Iako su njihovi pojedinačni učinci prethodno istraženi, njihov zajednički učinak još nije dovoljno razjašnjen. Clark Y aeroprofil s GV i GZ je ispitan u uvjetima dinamičkog sloma uzgona. Ispitivanja u zračnom tunelu su provedena pri Reynoldsovu broju *Re* = 180000 i bezdimenzijskim frekvencijama do k = 0,15, koje su karakteristične za male vjetroturbine. Ispitane su različite veličine i položaji GV i GZ, pojedinačno i u kombinaciji. Optimalna kombinacija GV i GZ uzrokuje povećanje kuta nastrujavanja dinamičkog sloma od 9% i maksimalni koeficijent uzgona od 6%, uz smanjenje oscilacija koeficijenta uzgona od 68%.

Ključne riječi: eksperimenti, zračni tunel, vjetroturbine, generatori vrtloga, Gurneyevo zakrilce, slom uzgona.

[1] **Marin Ivanković, asistent**, [7] **Prof. dr. sc. dr. rer. nat. Hrvoje Kozmar**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: marin.ivankovic@fsb.unizg.hr, hrvoje.kozmar@fsb.unizg.hr.

[2] **Dr.-Ing. Marvin Jentzsch**, **asistent**, [3] **Anna Friederike Rahel Großmann**, **asistent**, [4] **Vladimir Zimmermann**, **asistent**, [6] **Dr.-Ing. Christian Navid Nayeri, voditelj grupe za aerodinamiku**, Technische Universität Berlin, Hermann-Föttinger-Institut, Straße des 17. Juni 135, 10623 Berlin, Njemačka, e-mail: marvin.jentzsch@tu-berlin.de, a.grossmann.1@tu-berlin.de, vladimir.zimmermann@campus.tu-berlin.de, christian.nayeri@tu-berlin.de.

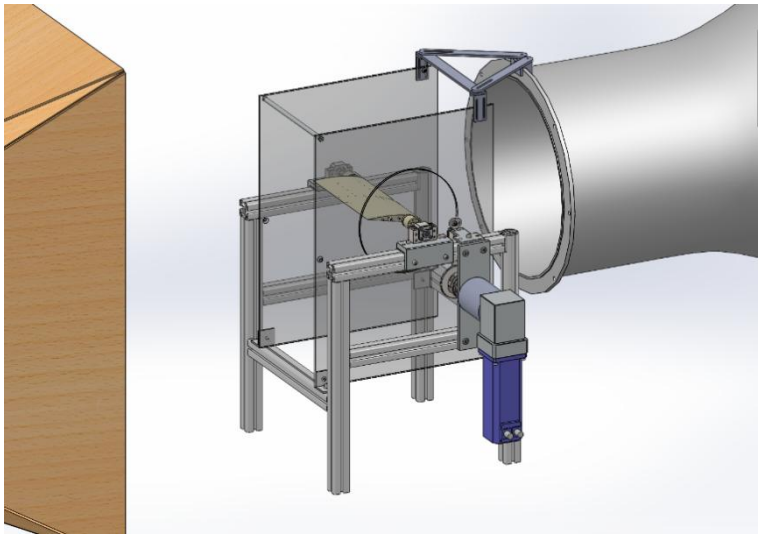
[5] **Dr. sc. Marinos Manolesos, Docent**, National Technical University of Athens, School of Mechanical Engineering, Section of Fluids, Heroon Polytechniou 9, 15780 Zografou, Atena, Grčka, e-mail: marinos@fluid.mech.ntua.gr.

1 Uvod

Dinamički slom uzgona nastaje kada pri dinamičkoj promjeni napadni kut prijeđe kritičnu vrijednost, a prati ga pojava vrtloga dinamičkog sloma uzgona. Kod vjetroturbina takve promjene napadnog kuta uzrokuju povećanje zamora materijala te mogu smanjiti radni vijek i pogoršati aerodinamičke značajke vjetroturbine. Generatori vrtloga mogu odgoditi slom uzgona i povećati maksimalni uzgon [1], dok Gurneyeva zakrilca također mogu poboljšati aerodinamičke značajke lopatica vjetroturbina [2]. Iako su GV i GZ pojedinačno dobro istraženi, njihov zajednički utjecaj još nije dovoljno razjašnjen. Prethodna istraživanja ukazuju na činjenicu da njihova zajednička primjena može poboljšati aerodinamičke značajke aeroprofila i lopatica vjetroturbina [3,4]. Cilj ovog rada je istraživanje učinka istodobne primjene GV i GZ u uvjetima dinamičkog sloma uzgona.

2 Metodologija

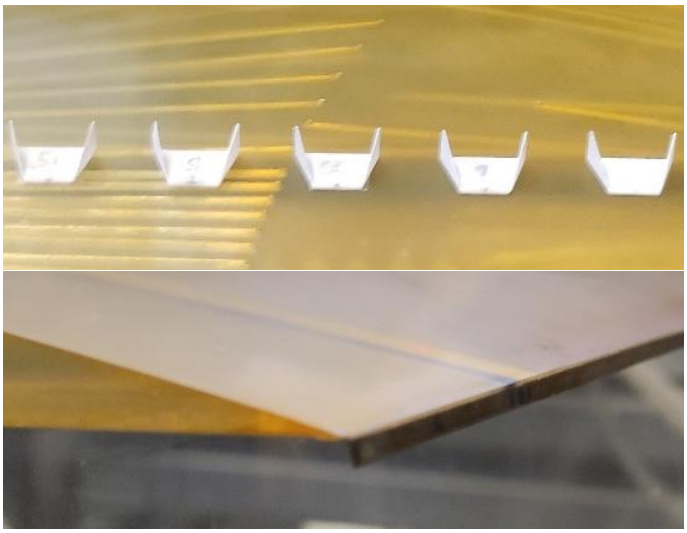
Clark Y aeroprofil je eksperimentalno ispitan u zračnom tunelu pri Reynoldsovu broju Re = 180000, koji je uobičajen za male vjetroturbine, Slika 1.



Slika 1. Eksperimentalni postav za ispitivanje dinamičkog sloma uzgona oscilirajućeg aeroprofila u ispitnoj sekciji zračnog tunela.

Krilo ima konstantnu duljinu tetive c = 0,14 m, a omjer raspona i tetive je 2. Intenzitet turbulencije strujanja je manji od 1%. Ispitivanja su provedena za kuteve nastrujavanja od 0° do 30° i bezdimenzijske frekvencije od k = 0,00 do 0,15, čime su obuhvaćeni uvjeti karakteristični za promjene kuta nastrujavanja lopatica malih vjetroturbina.
Ispitani su GV visine od 0,011c do 0,037c, Slika 2 gore, postavljeni na podtlačnoj strani aeroprofila na udaljenostima od 0,05c do 0,15c nizvodno od naletnog brida. GZ visine od 0,0014c do 0,0143c su postavljeni na pretlačnoj površini aeroprofila na stražnji brid, duž cijelog raspona

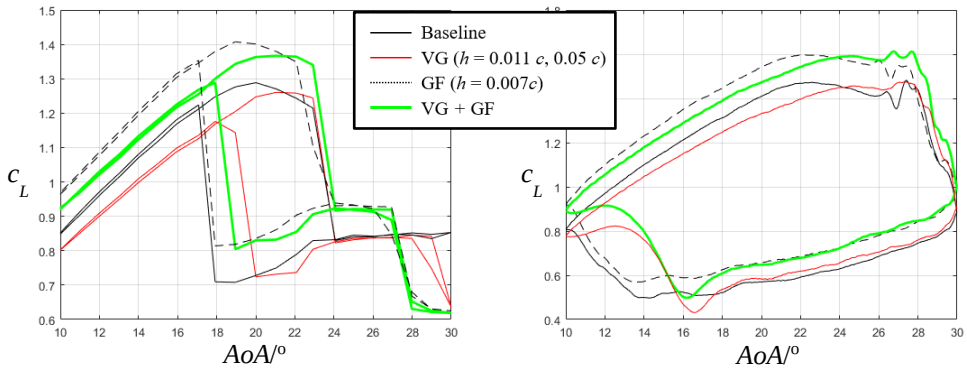
krila, Slika 2 dolje. Učinci GV i GZ su ispitani pojedinačno i zajedno. Koeficijenti uzgona, otpora i momenta propinjanja su određeni iz raspodjele površinskog tlaka na aeroprofilu.



Slika 2. Pasivni uređaji za kontrolu strujanja: generatori vrtloga i Gurneyevo zakrilce.

3 Rezultati

Najbolje aerodinamičke značajke su ostvarene s GV visine 0,011*c*, postavljenima na udaljenosti 0,05*c*, te GZ visine 0,007*c*. GV uzrokuju pomak pojave najvećeg koeficijenta uzgona prema većim kutevima nastrujavanja, pospješuju ponovno priljubljivanje strujanja te smanjuju oscilacije koeficijenta uzgona povezane s vrtlogom dinamičkog sloma uzgona. Glavni učinak GZ je povećanje koeficijenta uzgona pri statičkoj i dinamičkoj promjeni kuta nastrujavanja.



Slika 3. Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za aeroprofil Clark Y: a) statički slučaj, k = 0,0; b) dinamički slučaj, k = 0,05.

Zajednička primjena GV i GZ objedinjuje povoljne učinke oba uređaja. Napadni kut dinamičkog sloma povećan je za 9 %, napadni kut ponovnog priljubljivanja strujanja za 15 %, a maksimalni koeficijent uzgona za 6 %, uz zadržavanje jednakog omjera koeficijenata uzgona i otpora. Istodobno su oscilacije koeficijenta uzgona uzrokovane vrtlogom dinamičkog sloma uzgona smanjene za 68 %.

4 Zaključak

Rezultati ukazuju na činjenicu da GV i GZ poboljšavaju aerodinamičke značajke aeroprofila pojedinačno, a osobito pri istovremenoj primjeni. GV prvenstveno odgađaju pojavu dinamičkog sloma uzgona i smanjuju oscilacije opterećenja, dok GZ povećavaju koeficijent uzgona. Njihovom zajedničkom primjenom se ostvaruje povećanje maksimalnog koeficijenta uzgona, odgoda pojave dinamičkog sloma i znatno smanjenje oscilacija opterećenja povezanih s vrtlogom dinamičkog sloma uzgona. Dobiveni rezultati pokazuju da kombinacija GV i GZ može biti učinkovita pasivna metoda kontrole strujanja na aeroprofilima vjetroturbina. Smanjenje oscilacija aerodinamičkog opterećenja ukazuje na mogućnost smanjenja zamornih opterećenja i produljenja radnog vijeka vjetroturbina.

Zahvale

Ovaj rad je financirala Hrvatska zaklada za znanost projektom HRZZ-IP-2022-10-9434. Ovaj rad je financiran sredstvima Europske unije (NextGenerationEU) u sklopu Nacionalnog plana oporavka i otpornosti 2021. – 2026. (NPOO), kroz institucionalni projekt Sveučilišta u Zagrebu Fakulteta strojarstva i brodogradnje „Aerodinamika konstrukcija“, odobrenog od Ministarstva znanosti, obrazovanja i mladih (komponenta C3.2., izvor 581)

Literatura

[1] Zhu, C. Y., Qiu, Y. N., Feng, Y. H., Wang, T. G., Li, H. Combined effect of passive vortex generators and leading-edge roughness on dynamic stall of the wind turbine airfoil. Energy Conversion and Management, 2022., 251, 115015.
[2] Yang, J., Yang, H., Wang, X. Experimental study of turbulent inflow on the aerodynamic performance of a wind turbine with Gurney flaps. Journal of Renewable and Sustainable Energy, 2024., 16, 033305.
[3] Alber, J., Manolesos, M., Weinzierl-Dlugosch, G., Fischer, J., Schönmeier, A., Nayeri, C. N., Paschereit, C. O., Twele, J., Fortmann, J., Melani, P. F., Bianchini, A. Experimental investigation of mini Gurney flaps in combination with vortex generators for improved wind turbine blade performance. Wind Energy Science, 2022., 7, 943-965.
[4] Chng, L., Alber, J., Ntouras, D., Papadakis, G., Kaufmann, N., Ouro, P., Manolesos, M. On the combined use of Vortex Generators and Gurney Flaps for turbine airfoils. Journal of Physics: Conference Series, 2022., 2265, 032040.

Razvoj materijalno nelinearnog modela s uključenim oštećenjem za tanke adhezivne spojeve u zidanim konstrukcijama

Janković, A.[1], Škec, L.[2], Hatilip, K.[3] i Čeh, N.[4]

Sažetak
U radu se razvija materijalno nelinearan model tankog adhezivnog spoja u zidanim konstrukcijama, s naglaskom na jednokomponentno poliuretansko vezivo. Model opisuje normalno otvaranje i tangencijalno klizanje, omekšavanje te nepovratni gubitak krutosti i nosivosti pomoću skalarnog parametra oštećenja, uz mješovito djelovanje normalne i tangencijalne komponente. Parametri će se kalibrirati iz vlačnih, tlačnih i posmičnih ispitivanja spojeva pune opeke uz DIC mjerenja, a model neovisno validirati na statičkom i dinamičkom primjeru krutog bloka vezanog za podlogu tankim PU slojem.

Ključne riječi: adhezivni spoj, zidane konstrukcije, materijalna nelinearnost, oštećenje, mixed-mode, rocking

[1] **Anđela Janković, univ. bacc. ing. aedif.**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Katedra za tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: ajankovic2@student.uniri.hr
[2] **Prof. dr. sc. Leo Škec**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Katedra za tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: leo.skec@uniri.hr
[3] **Ketura Hatilip, BSc Civil Engineering**, CESI, Engineering School, Nanterre, France, e-mail: ketura.hatilip@viacesi.fr
[4] **Izv. prof. dr. sc. Nina Čeh**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Katedra za tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: nina.ceh@uniri.hr

1 Uvod

Tankoslojna poliuretanska (PU) veziva omogućuju brzo izvođenje ziđa i vrlo tanke sljubnice, ali njihov mehanički odziv razlikuje se od odziva klasičnih mortova [1]. U ovom radu promatra se jednokomponentno PU vezivo između pune opeke i podloge. Cilj je razvoj makroskopskog materijalnog zakona koji može opisati ključne nelinearne pojave tankog spoja. Kod duktilnih polimernih ljepila važni su i debljina sloja, brzina opterećenja te kombinacija normalne i tangencijalne deformacije [2].

2 Materijalno nelinearni model

Spoj se modelira kao distribuirani kontakt duž donje plohe krutog bloka. Lokalni odziv ovisi o normalnom i tangencijalnom deformiranju kontakta: nakon početno elastične grane i dosezanja vršnog naprezanja slijedi omekšavanje i postupni gubitak nosivosti. Nepovratnost se uvodi skalarnom varijablom oštećenja koja pamti najveću prethodno dosegnutu deformaciju duž kontakta i pri rasterećenju zadržava razvijeni gubitak krutosti. Tlačna krutost kontakta pritom ostaje nepromijenjena. Normalna i tangencijalna komponenta povezane su *mixed-mode* kriterijem, pa model može opisati kombinirano otvaranje i klizanje. Formulacija je implementirana u Pythonu; eksperimentalno se određuju početne krutosti, vršna vlačna i posmična naprezanja, karakteristični pomaci i razvoj oštećenja [2].

3 Eksperimentalna kalibracija i validacija

Kalibracija je provedena na uzorcima pune opeke 65 × 120 × 250 mm spojenima jednokomponentnim PU vezivom. Promatraju se dvije debljine spoja, prva ona ostvarena pod vlastitom težinom gornjeg elementa i druga kontrolirana debljina od 1 mm, te vlačno, tlačno i posmično opterećenje, uz četiri ponavljanja po kombinaciji. Lokalni relativni pomaci u spoju mjere se sustavom GOM ARAMIS 12M metodom digitalne korelacije slike, čime se odvaja deformacija veznog sloja od deformabilnosti stroja i prihvata [3]. Identificirani parametri zatim se bez ponovne prilagodbe provjeravaju na primjeru krutog bloka zalijepljenog za podlogu. Statička validacija obuhvaća pokuse s rotacijom, a dinamička pobuđivanje na potresnoj platformi Quanser ST-III uz optičko mjerenje sustavom GOM ARAMIS 4M. Uspoređuju će se translacije i rotacije bloka te relativni pomaci spoja; eventualna odstupanja u dinamici poslužit će kao osnova za uvođenje parametara ovisnih o brzini. Time se provjerava može li se jednom identificirani skup parametara prenijeti s osnovnog ispitivanja spoja na složeniji statički i dinamički konstrukcijski odziv.

Zahvale
Ovaj rad podržan je od Hrvatske zaklade za znanost u okviru projekta ResiBOND (HRZZ-UIP-2025-02-2749).

Literatura
[1] A. Jäger et al., Verklebung von Planziegelmauerwerk mit Polyurethanklebern, Mauerwerk 15(4), 223–231 (2011). doi:10.1002/dama.201100504.
[2] M. Lißner et al., Experimental characterisation and numerical modelling of the influence of bondline thickness, loading rate, and deformation mode on the response of ductile adhesive interfaces, J. Mech. Phys. Solids 130, 349–369 (2019). doi:10.1016/j.jmps.2019.06.011.
[3] L. Collin et al., Identification of non linear parameters from masonry triplet shear tests using digital image correlation, Mater. Struct. 59, 193 (2026). doi:10.1617/s11527-026-03052-1.

Eksperimentalno istraživanje prirodne ventilacije terminala u zračnoj luci

Jelašić, M.[1], Irrenfried, C.[2], Brenn, G.[3], Kozmar, H.[4]

Sažetak
Prirodna ventilacija zraka predstavlja izmjenu zraka u prostoru bez uporabe mehaničkih uređaja. Značajna je zamjena mehaničkoj ventilaciji s obzirom na smanjenu potrošnju energije i održavanje čistoće zraka u javnim prostorima. U ovom radu su u zračnom tunelu provedena mjerenja učinkovitosti prirodne ventilacije na umanjenim modelima zgrada u zračnim lukama pri osrednjenoj brzini nastrujavanja zraka $\bar{u}_{\mathrm{ref}} = 7$ m/s. Duljina modela terminala je 300 mm, a visina je 150 mm, pri čemu su na krovu smještena četiri prozora kroz koja se provodi izmjena zraka. Za mjerenje učinkovitosti se koristi metoda praćenja koncentracije plina, a mjereni parametar je ACH (eng. Air CHange rate). Prije samog mjerenja je bilo potrebno razviti eksperimentalni postav u zračnom tunelu s ciljem simulacije strujanja zraka u atmosferskom graničnom sloju. Za mjerenje profila brzine strujanja zraka i značajki turbulencije se koristi metoda mjerenja užarenom žicom. Provedena su mjerenja za različite kuteve nastrujavanja $0° < \beta < 360°$. Rezultati ukazuju na značajan utjecaj kuta nastrujavanja vjetra na učinkovitost prirodne ventilacije terminala zračnih luka.

Ključne riječi: Terminali zračnih luka, Prirodna ventilacija, Laboratorijski eksperimenti, Zračni tunel.

[1] **Mag. ing. aeroing. Matko Jelašić, Doktorand i asistent**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ulica Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, matko.jelasic@fsb.unizg.hr
[2] **Dr. techn. Christoph Irrenfried, Docent**, Tehničko sveučilište u Grazu, Zavod za mehaniku fluida i prijenos topline, Inffeldgasse 25 F, 8010 Graz, c.irrenfried@tugraz.at
[3] **Dr.-Ing. Günter Brenn, Profesor**, Tehničko sveučilište u Grazu, Zavod za mehaniku fluida i prijenos topline, Inffeldgasse 25 F, 8010 Graz, guenter.brenn@tugraz.at
[4] **Dr. sc. Dr. rer. nat. Hrvoje Kozmar, Profesor**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ulica Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, hrvoje.kozmar@fsb.unizg.hr

1 Uvod

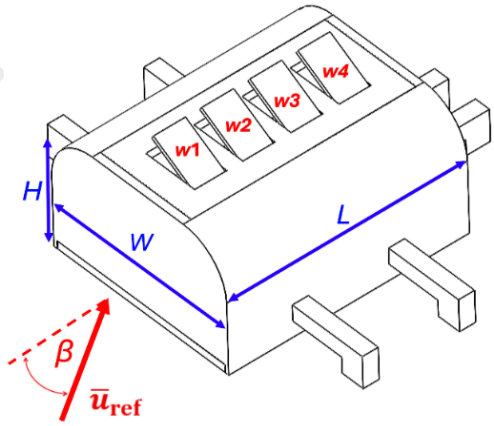
Prirodna ventilacija predstavlja održivu strategiju ventilacije zgrada koja koristi prirodne sile vjetra za izmjenu zraka bez primjene mehaničkih HVAC sustava. Time se smanjuje potrošnja energije i operativni troškovi uz istodobno poboljšanje kvalitete zraka i ugodnosti boravka korisnika, [1]. Posebno je važna u zgradama zračnih luka, gdje velik broj putnika boravi tijekom duljeg vremenskog razdoblja. U ovom radu se istražuje utjecaj smjera vjetra na učinkovitost prirodne ventilacije pojednostavljenog modela terminala zračne luke s četiri krovna prozora, čime se proširuju dosadašnja saznanja koja su se uglavnom temeljila na jednostavnim modelima s otvorima na bočnim zidovima.

2 Metodologija

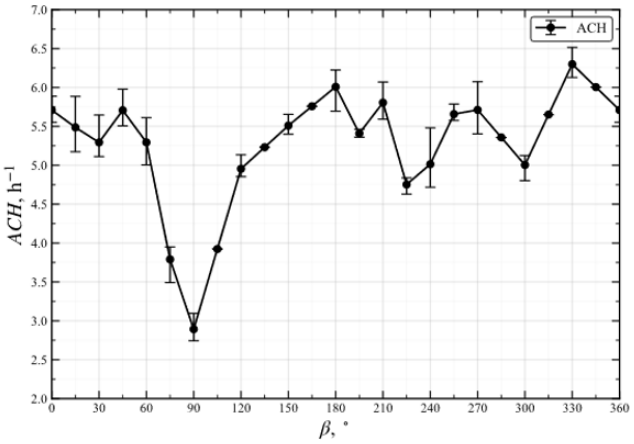
Eksperimentalna istraživanja su provedena u zračnom tunelu Instituta za mehaniku fluida i prijenos topline Tehničkog sveučilišta u Grazu, Austrija. Ispitna sekcija zračnog tunela je duga 8,6 m, a za modeliranje ruralnog atmosferskog graničnog sloja su korišteni generatori turbulencije, rešetka sa štapićima i nazubljena pregrada. Model je postavljen na zakretnu kružnu ploču, čime je omogućeno ispitivanje različitih kutova nastrujavanja zraka.
Ispitivani model predstavlja terminal zračne luke dimenzija 300 mm × 250 mm × 150 mm. Na krovu su ugrađena četiri pneumatska krovna prozora dimenzija 60 mm × 40 mm, dok se na bočnim stijenkama nalaze modeli putničkih hodnika koji utječu na strujanje zraka oko terminala, Slika 1.
Značajke ruralnog atmosferskog graničnog sloja su određene metodom užarene žice (eng. Hot-wire anemometry), čime su izmjereni profili brzine i značajke turbulencije. Učinkovitost prirodne ventilacije je određena mjerenjem koncentracije ugljikova dioksida (CO_2), [2]. Tim postupkom se mjeri ACH (eng. Air CHange rate) koji pokazuje koliko se puta u jednom satu izmijeni zrak koji ispunjava unutarnji volumen prostorije. Dodatno je brzina strujanja na svakom krovnom prozoru izmjerena anemometrima s užarenom žicom postavljenima u središtu otvora.

3 Rezultati

Model ruralnog atmosferskog graničnog sloja se dobro podudara s prethodnim istraživanjima i uobičajenim vrijednostima uz eksponent zakona potencije $\alpha = 0.15$, [3]. Rezultati ukazuju na značajan utjecaj kuta nastrujavanja vjetra na prirodnu ventilaciju. Najveće vrijednosti broja izmjena zraka (ACH) su ostvarene pri $\beta = 180°$ i 330°, dok je najmanja učinkovitost zabilježena pri $\beta = 90°$, Slika 2. Kada su krovni prozori usmjereni prema strujanju je izmjena zraka učinkovitija, dok nepovoljan položaj otvora smanjuje ventilaciju. Mjerenja brzine strujanja zraka na krovnim prozorima pokazuju da pri $\beta = 90°$ svi otvori imaju slične brzine zbog simetričnog strujanja, dok pri $\beta = 180°$ različite brzine upućuju na neravnomjeran doprinos pojedinih otvora izmjeni zraka uslijed stvaranja recirkulacijske zone na zavjetrinskoj strani zgrade.



Slika 1. Model terminala zračne luke



Slika 2. ACH u ovisnosti o kutu nastujavanja β

4 Zaključak

Eksperimentalnim istraživanjem prirodne ventilacije modela terminala zračne luke je utvrđeno da kut nastrujavanja vjetra ima presudan utjecaj na učinkovitost ventilacije. Najveći ACH je ostvaren pri β = 180° i 330°, dok je najmanja učinkovitost zabilježena pri β = 90°. Buduća istraživanja će biti usmjerena na ispitivanje različitih tipova prozora te primjenu naprednih eksperimentalnih metoda, poput PIV-a, zbog detaljnijeg razumijevanja strujanja zraka i učinkovitosti prirodne ventilacije.

Zahvala

Ovo istraživanje financirano je sredstvima Hrvatske zaklade za znanost u okviru projekata HRZZ-IP-2022-10-9434 i HRZZ-DOK-NPOO-2023-10-8859. Rad je također financiran sredstvima Europske unije u okviru instrumenta NextGenerationEU, kroz Nacionalni plan oporavka i otpornosti 2021. – 2026. (NPOO), putem institucionalnog projekta Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu „Strukturna aerodinamika", odobrenog od strane Ministarstva znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske (komponenta C3.2, izvor 581).

Literatura

[1] Khdair AI, Aburumman GA, Tahmasbi F, Tahmasebi M, Kalbasi R, Afrand M. Advancing natural ventilation in sustainable architecture: mechanisms, innovations, and climate-responsive design for energy-efficient buildings. Renew Sustain Energy Rev. 2026;226:116314.

[2] Jelašić M, Irrenfried C, Brenn G, Kozmar H. The effects of an elongated building structure and skylight windows on wind-driven building ventilation. J Wind Eng Ind Aerodyn. 2026;207:104388.

[3] Kozmar H. Influence of spacing between buildings on wind characteristics above rural and suburban areas. Wind Struct. 2008;11:413–426.

Primjena fizikalno informiranih neuronskih mreža za procjenu vibracija pločastih konstrukcija uz utjecaj fluida

Jovanović, I.[1], Mihoč, T.[2] i Vladimir, N.[3]

Sažetak
U radu se istražuje primjena fizikalno informiranih neuronskih mreža (engl. *Physics-Informed Neural Networks*, PINN) za određivanje prirodnih frekvencija pravokutnih ploča u kontaktu s fluidom. Razmatrana su dva pristupa: PINN temeljen na rezidualima parcijalnih diferencijalnih jednadžbi (engl. *Partial Differential Equation Physics-Informed Neural Network*, PDE PINN) i PINN temeljen na energijskom principu (engl. *Energy Physics-Informed Neural Network*, Energy PINN). Modeli su implementirani u programskom jeziku Python primjenom biblioteke PyTorch. Rezultati PDE PINN modela pokazali su osjetljivost određene prirodne frekvencije na njezinu početnu vrijednost, zbog čega taj pristup nije korišten u daljnjoj parametarskoj analizi. Energy PINN pokazao je stabilno i ponovljivo određivanje prve prirodne frekvencije, a njegova je točnost provjerena usporedbom s Rayleigh–Ritzovom metodom. Najveća relativna razlika između rezultata Energy PINN i Rayleigh–Ritzova proračuna za analizirane debljine ploče iznosila je približno 0,97 %. Utjecaj fluida uključen je pomoću bezdimenzijskog faktora prirasta dodane mase (engl. *Non-dimensional Added Mass Incremental factor*, NAMI), pri čemu rezultati pokazuju smanjenje prve prirodne frekvencije s povećanjem relativne dubine fluida. Dobiveni rezultati pokazuju da je energijska formulacija PINN-a prikladna za razmatrani problem i predstavlja osnovu za daljnju primjenu umjetne inteligencije u analizi vibracija pločastih konstrukcija.

Ključne riječi: prirodne vibracije, ploča, umjetna inteligencija, PINN, Energy PINN, Rayleigh-Ritzova metoda.

[1] **Dr.sc. Ivana Jovanović**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana Lučića 5, 10 002, Zagreb, e-mail: ivana.jovanovic@fsb.unizg.hr
[2] **Toni Mihoč**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana Lučića 5, 10 002, Zagreb, e-mail: tm240744@student.fsb.unizg.hr
[3] **Prof. dr. sc. Nikola Vladimir**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana Lučića 5, 10 002, Zagreb, e-mail: nikola.vladimir@fsb.hr

1 Uvod

Analiza slobodnih vibracija pločastih konstrukcija važna je u brodogradnji jer poznavanje vlastitih frekvencija omogućuje izbjegavanje rezonancije i pouzdanije projektiranje konstrukcije. Kada je ploča u kontaktu s fluidom, njezino dinamičko ponašanje dodatno je određeno međudjelovanjem konstrukcije i okolnog fluida. Gibanje fluida stvara dodatni inercijski doprinos, odnosno dodanu masu, zbog čega su prirodne frekvencije ploče u fluidu niže od odgovarajućih frekvencija iste ploče bez utjecaja fluida [1, 2, 3].

Klasični analitički i numerički postupci omogućuju pouzdanu procjenu vibracijskih svojstava, ali kod velikog broja parametarskih analiza računalni trošak može postati značajan. Fizikalno informirane neuronske mreže predstavljaju pristup u kojem se poznate fizikalne zakonitosti uključuju izravno u postupak treniranja neuronske mreže [4, 5]. Time se smanjuje potreba za velikim skupovima prethodno izračunatih podataka, a model ostaje povezan s fizikalnim opisom promatranog problema.

Cilj ovog rada je ispitati mogućnost određivanja prve prirodne frekvencije pravokutne ploče primjenom dviju PINN formulacija te procijeniti njihovu stabilnost i prikladnost za parametarske analize. Razmatraju se PDE PINN, temeljen na rezidualima diferencijalnih jednadžbi gibanja, i Energy PINN, temeljen na energijskom principu. Rezultati Energy PINN modela dodatno se provjeravaju neovisnim Rayleigh-Ritzovim proračunom [6].

2 Fizikalni problem i PINN modeli

2.1 Parametri ploče i utjecaj fluida

Razmatra se pravokutna izotropna neukrepljena čelična ploča duljine a = 3 m i širine b = 2 m, ukliještena na sva četiri ruba (CCCC). Gustoća ploče iznosi 7850 kg/m³, Poissonov koeficijent 0,3, a gustoća morske vode 1025 kg/m³. Analizirane su tri debljine ploče h = 0,02 m, 0,10 m i 0,20 m, odnosno relativne debljine h/b = 0,01, 0,05 i 0,10. Utjecaj fluida opisan je bezdimenzijskim NAMI faktorom prema referentnom modelu [1]. Za svaku debljinu razmatrano je osam vrijednosti relativne dubine fluida e/b, čime su obuhvaćene ukupno 24 kombinacije parametara.

2.2 PDE PINN i Energy PINN

Kod PDE PINN modela neuronska mreža aproksimira poprečni pomak i rotacije Mindlinove ploče, dok se fizikalna ograničenja definiraju rezidualima triju jednadžbi gibanja. Potrebne prostorne derivacije dobivaju se automatskom diferencijacijom. Vlastita kružna frekvencija uključena je kao jedna od nepoznatih veličina koje se određuju tijekom treniranja, a CCCC rubni uvjeti ugrađeni su izravno u izlaz mreže.

Kod Energy PINN pristupa parametri mreže određuju se minimiziranjem energijskog funkcionala, odnosno Rayleighova kvocijenta. Najmanja vrijednost kvocijenta odgovara osnovnom modu vibriranja, pa se prva prirodna frekvencija dobiva bez zadavanja poznate frekvencije kao ciljnog podatka. Oba modela implementirana su u Pythonu korištenjem biblioteke PyTorch. Primijenjena je mreža s četiri skrivena sloja i 50 neurona po sloju, aktivacijska funkcija hiperbolni tangens te kombinacija optimizatora Adam i L-BFGS. U Energy PINN modelu integracija po površini ploče provedena je Gauss-Legendreovom kvadraturom.

3 Rezultati i rasprava

3.1 Usporedba PDE PINN i Energy PINN pristupa

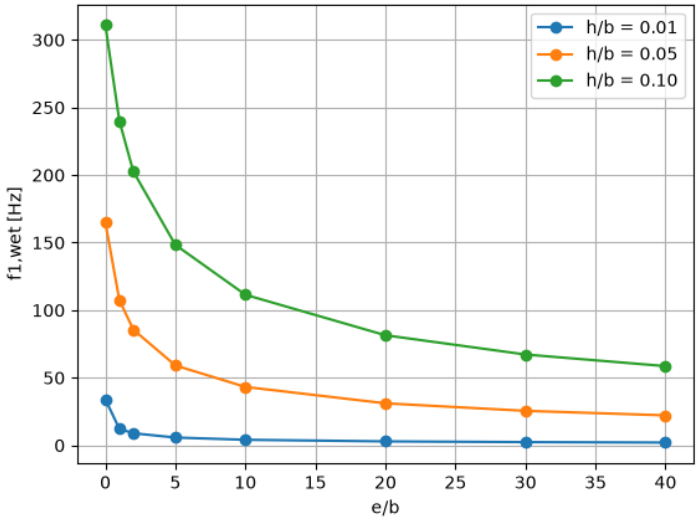
Osjetljivost PDE PINN modela ispitana je za početne frekvencije 80 Hz, 150 Hz i 220 Hz. Dobivene konačne vrijednosti iznosile su 83,84 Hz, 155,95 Hz i 225,63 Hz. Iako su se tijekom treniranja reziduali jednadžbi gibanja smanjivali, konačna frekvencija ostala je snažno ovisna o početnoj pretpostavci. Primijenjena PDE formulacija stoga nije pouzdano izdvojila jedinstvenu prvu prirodnu frekvenciju te nije korištena za nastavak parametarske analize.

Energy PINN pokazao je znatno stabilnije ponašanje. Za osnovnu konfiguraciju provedena su tri neovisna treniranja s različitim početnim inicijalizacijama neuronske mreže. Dobivene frekvencije iznosile su 164,9465 Hz, 164,9450 Hz i 164,9471 Hz, uz srednju vrijednost 164,9462 Hz. Vrlo mala razlika između pojedinih proračuna pokazuje dobru ponovljivost i malu osjetljivost modela na slučajnu inicijalizaciju.

Neovisna provjera Rayleigh-Ritzovim postupkom potvrdila je vrlo dobro slaganje. Za relativne debljine h/b = 0,01, 0,05 i 0,10 Energy PINN daje 34,0198 Hz, 164,9558 Hz i 310,9419 Hz, dok Rayleigh-Ritzov postupak daje 33,6944 Hz, 164,9554 Hz i 310,9581 Hz. Najveća relativna razlika iznosi približno 0,97 % za najtanju ploču, dok je za ostala dva slučaja znatno manja. Time je potvrđeno da Energy PINN uspješno prati promjenu prve prirodne frekvencije uzrokovanu promjenom debljine ploče.

3.2 Utjecaj dubine fluida

Nakon određivanja frekvencija ploče bez utjecaja fluida, utjecaj okolnog fluida uključen je pomoću NAMI faktora [1]. Slika 1 prikazuje promjenu prve prirodne frekvencije s relativnom dubinom fluida za tri analizirane debljine. U svim slučajevima povećanje dubine fluida dovodi do smanjenja prirodne frekvencije. Najizraženiji pad javlja se pri početnom povećanju dubine, dok se pri većim vrijednostima e/b promjena postupno smanjuje. Istodobno, deblje ploče pri jednakoj relativnoj dubini zadržavaju veće prirodne frekvencije zbog veće savojne krutosti.



Slika 1. Utjecaj relativne dubine fluida na prvu prirodnu frekvenciju za različite debljine ploče.

4 Zaključak

Dugoročni cilj istraživanja je razvoj računalno učinkovitog postupka za brzu procjenu vibracijskih svojstava ukrepljenih panela u kontaktu s fluidom, namijenjenog primjeni u ranim fazama projektiranja. Takav bi postupak omogućio brzo ispitivanje utjecaja debljine oplate, rasporeda i dimenzija ukrepa te razine fluida na vlastite frekvencije konstrukcije. U ovom radu razmatra se početni korak tog razvoja, odnosno usporedba dviju PINN formulacija na jednostavnijem problemu neukrepljene pravokutne ploče. Provedeno istraživanje pokazuje da uspješnost fizikalno informirane neuronske mreže u problemu vlastitih vibracija značajno ovisi o načinu formuliranja fizikalnog ograničenja. Primijenjeni PDE PINN, u kojem se vlastita frekvencija optimira zajedno s parametrima mreže preko reziduala jednadžbi gibanja, pokazao je izraženu ovisnost o početnoj vrijednosti i nije omogućio jednoznačno određivanje prve prirodne frekvencije.

Energy PINN pokazao je stabilnost i ponovljivost te vrlo dobro slaganje s klasičnim Rayleigh-Ritzovim postupkom. Najveće odstupanje za tri analizirane debljine bilo je manje od 1 %. Model je zatim primijenjen u parametarskoj analizi, pri čemu je potvrđen očekivani porast frekvencije s povećanjem debljine ploče. Uključivanjem NAMI faktora pokazano je i smanjenje frekvencije s povećanjem dubine fluida, kao posljedica dodatnog inercijskog djelovanja fluida.

Dobiveni rezultati upućuju na to da je za razmatrani problem energijska PINN formulacija prikladnija od primijenjene formulacije temeljene isključivo na rezidualima diferencijalnih jednadžbi. Daljnji razvoj može obuhvatiti poboljšanje PDE PINN formulacije, određivanje viših prirodnih frekvencija i oblika vibriranja te izravno uključivanje doprinosa fluida u energijski funkcional. Time bi se otvorila mogućnost primjene pristupa na složenije pločaste i ukrepljene brodske konstrukcije.

Literatura

[1] Cho, D. S.; Kim, B. H.; Vladimir, N.; Choi, T. M. Natural vibration analysis of rectangular bottom plate structures in contact with fluid. Ocean Engineering, 2015, 103, 171-179.

[2] Cho, D. S.; Kim, B. H.; Kim, J. H.; Vladimir, N.; Choi, T. M. Frequency response of rectangular plate structures in contact with fluid subjected to harmonic point excitation force. Thin-Walled Structures, 2015, 95, 276-286.

[3] Cho, D. S.; Kim, B. H.; Vladimir, N.; Choi, T. M. Natural vibration analysis of vertical rectangular plates and stiffened panels in contact with fluid on one side. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment, 2016, 230(1), 114-125.

[4] Sorić, J. On artificial neural networks application in solid mechanics as an alternative to conventional finite element modelling. Rad Hrvatske akademije znanosti i umjetnosti. Tehničke znanosti, 2025, 568(25), 33-64.

[5] Son, S.; Jeong, J.; Jeong, D.; Sun, K. H.; Oh, K. Y.; Bai, K. J.; Yi, Y. Physics-informed neural network: principles and applications. In: Recent Advances in Neuromorphic Computing. IntechOpen, 2024.

[6] Ilanko, S.; Monterrubio, L. The Rayleigh-Ritz Method for Structural Analysis. John Wiley & Sons, 2014.

[7] Bai, J.; Jeong, H.; Batuwatta-Gamage, C. P.; Xiao, S.; Wang, Q.; Rathnayaka, C. M.; et al. An introduction to programming physics-informed neural network-based computational solid mechanics. International Journal of Computational Methods, 2023, 20(10), 2350013.

[8] Hosseini-Hashemi, S.; Karimi, M.; Rokni, H. Natural frequencies of rectangular Mindlin plates coupled with stationary fluid. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(2), 764-778.

Kohezivni zakon za posmično odljepljivanje lijepljenih spojeva

Jurković, D.[1], Škec, L.[2] , Čeh, N. [3] i Alfano, G.[4]

Sažetak
Modeli kohezivne zone su najraširenij alat za analiziranje otkazivanja aluminijskih spojeva. Ovakvi modeli koriste zakon naprezanje-razdvajanje za opis materijalno nelinearnog ponašanja ljepila, no identifikacija parametara ovog kohezivnog zakona nije standardizirana. U ovome radu je napravljena usporedba između dvije poznate metode za identifikaciju parametara kohezivnog zakona. Pri inverznoj metodi eksperimentalno utvrđena krivulja sila-pomak pokušava se rekreirati varijacijom parametara kohezivnog zakona, dok se u direktnoj metodi oblik kohezivnog zakona utvrđuje eksperimentalno. Metode su primijenjene na ENF testu, standardiziranoj proceduri za utvrđivanje lomne otpornosti kompozita prilikom smicanja. U direktnoj metodi korištena je DIC metoda za praćenja pomaka aluminijskih supstrata u domeni propagacije pukotine. Oblik kohezivnog zakon identificiran direktnom metodom ukazuje kako pretpostavljeni oblik kohezivnog zakona korišten u inverznoj metodi nije primjeren modeliranju posmičnog loma. S druge strane, inverzna metoda u kombinaciji s modeliranjem trenja na lomnim površinama ukazuje na značajan utjecaj njihove hrapavosti.

Ključne riječi: lijepljeni spojevi, posmični lom, ENF test, kohezivni zakon, model kohezivne zone

[1] **Damjan Jurković, univ. mag. ing. aedif**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: damjan.jurkovic@gradri.uniri.hr
[2] **prof. dr. sc. Leo Škec**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: leo.skec@uniri.hr
[3] **izv. prof. dr. sc. Nina Čeh**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: nina.ceh@uniri.hr
[4] **dr. Giulio Alfano, Reader**, University Brunel of London, College of Engineering, Design and Physical Sciences, Kingston Lane, UB8 3PH Uxbridge, email: giulio.alfano@brunel.ac.uk

1 Uvod

Lijepljeni spojevi široko su rasprostranjena konstrukcijska komponenta u suvremenom inženjerstvu. Radi smanjenja težine spoja i ne postojanja koncentracija naprezanja česta su zamjena klasičnim mehaničkim spajalima u konstrukcijama kod kojih je otkazivanje krajnje nepoželjno. Iz tog je razloga poznavanje odaziva lijepljenih spojeva prilikom njihova otkazivanja od izrazite važnosti.

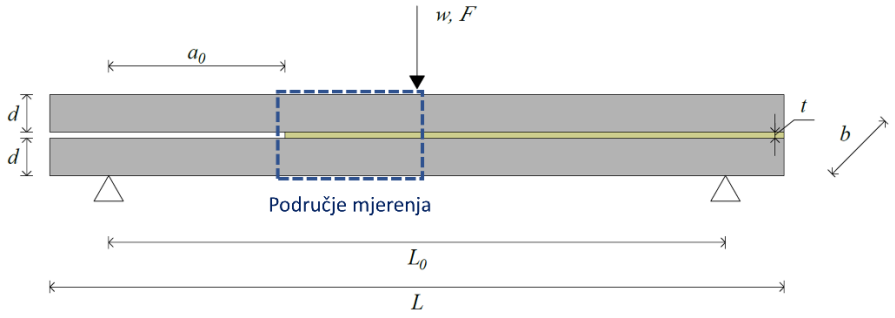
Otkazivanje lijepljenih spojeva nelinearni je problem za čije se modeliranje uglavnom koriste modeli kohezivne zone (eng. *cohesive zone models – CZM*) [1]. Ovi modeli su pogodni za simuliranje propagacije pukotine po unaprijed poznatoj putanji, no zahtijevaju informirani odabir oblika i parametara kohezivnog zakona, za što trenutno ne postoji standardizirana procedura.

U ovom radu dana je usporedba dvaju pristupa za identifikaciju parametra kohezivnog zakona. Inverzna metoda u tu svrhu koristi kombinaciju eksperimentalnih procedura i numeričke analize, dok je direktna metoda u potpunosti eksperimentalna, no zahtjeva dodatna mjerenja.

2 Provedeni eksperimenti

Test savijanja s rubnim urezom (eng. *end notch flexure - ENF*) je najšire korišten test za utvrđivanje lomne otpornosti ljepila prilikom smicanja, odnosno stanju poznatom kao mod II. U svrhu razumijevanja ponašanja lijepljenih spojeva prilikom loma u ovisnosti o brzini nanašanja opterećenja, ENF test je proveden pri šest različitih brzina nanašanja opterećenja (0,1 do 5000 mm/min) [2]. Testirani uzorci sastoje se od dviju ploča Al 6082-T6 slitine aluminija povezanih Araldite® 2015 ljepilom, sa shemom eksperimenta prikazanom na Slici 1.

Područje propagacije pukotine, označeno na Slici 1, snimano je pametnim telefonom kod nekoliko uzoraka opterećenih brzinama opterećenja od 1, 10 i 100 mm/min. Detalji o pripremi uzoraka i korištenoj opremi navedeni su u [2].



Slika 1. Shema ENF testa

3 Inverzna metoda utvrđivanja parametara

Inverzna metoda za utvrđivanje parametara kohezivnog zakona sastoji se od variranja parametara kohezivnog zakona u numeričkom modelu, kako bi se numerički rekreirala eksperimentalna

krivulja sila-pomak [3]. Parametri kohezivnog zakona mogu se varirati pomoću automatizirane minimizacijske procedure ili ručno (metodom pokušaja i pogreške), kao što je to učinjeno ovdje.

Inverzna metoda zahtjeva unaprijed pretpostavljeni oblik kohezivnog zakona. Ovdje je izabran bi-linearni (trokutni) oblik kohezivnog zakona, definiran s tri parametra: inicijalnom (elastičnom) krutošću k, lomnom čvrstoćom σ_{max} (nakon koje dolazi do smanjenja krutosti materijala) i lomnom otpornošću G_c.

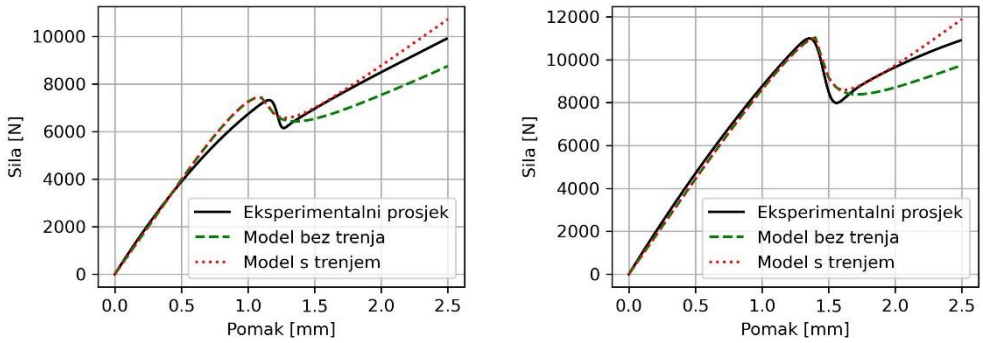
Analiza je provedena za utvrđivanje parametara u modu II, na temelju prosječnih krivulja sila-pomak pri najmanjoj i najvećoj brzini nanašanja opterećenja utvrđenim u [2]. Simulacije su provedene pomoću modela koji koristi bi-linearni kohezivni zakon za modeliranje ljepila u kombinaciji s Timošenkovim grednim elementima za modeliranje supstrata [4].

Rezultati su prikazani na Slici 2 iscrtanom linijom. Vidljivo je kako za brzinu 5000 mm/min model vrlo dobro opisuje krivulju sila-pomak do trenutka njenog pada, koji korelira s propagacijom pukotine, nakon čega model više nije u stanju zahvatiti eksperimentalno ponašanje. Isto vrijedi i za uzorak testiranim pri brzini 0,1 mm/min, no u ovom slučaju model nije uspio zahvatiti smanjenje inicijalne krutosti uzorka prije dosezanja vršnog opterećenja.

Kako se dio uzoraka nakon propagacije pukotine nalazi u tlaku, vrijedi razmotriti ulogu trenja na lomnoj površini. U tu svrhu navedeni model je nadograđen s bi-linearnim kohezivnim zakon koji u obzir uzima utjecaje trenja na oštećenoj zoni ljepila [5]. Pri pojavi tlačnog naprezanja u modu I (σ_I) model naprezanju u modu II (σ_{II}) dodaje utjecaj sile trenja. Naprezanja su razdijeljena na oštećenu i neoštećenu komponentu, tako da

$$\sigma_{II} = (1 - D)k\delta_{II} + D\mu\sigma_I, \tag{1}$$

gdje je D varijabla oštećenja koja je jednaka 0 za neoštećeni materijal i jednaka 1 za potpuno oštećeni materijal, δ_{II} je relativni pomak između dvije točke uzorka u tangencijalnom smjeru i μ koeficijent trenja koji postaje još jedan parametar koji je potrebno identificirati. Rezultati označeni iscrtanom linijom na Slici 2 ukazuju da uvođenje trenja omogućuje modelu opisivanje ponašanja uzorka i nakon inicijalne propagacije pukotine. Također, vidljivo je da daljnjim povećanjem pomaka eksperimentalna krivulja divergira od numeričkog modela, što ukazuje na plastifikaciju aluminijskih ploča.



Slika 2. Usporedba modela s prosječnim eksperimentalnim krivuljama za a) 0,1 mm/min i b) 5000 mm/min. Do trenutka pojave potpunog oštećenja oba modela daju iste rezultate.

Parametri bi-linearnog kohezivnog zakona za ova dva uzorka prikazani su u Tablici 1. S povećanjem brzine opterećenja vidljivo je povećanje vrijednosti svih parametara modela, pa tako i faktora trenja. Identificirani faktor trenja nefizikalno je velik, što ukazuje da samo trenje nije jedini čimbenik koji utječe na povećanje energije loma na lomnoj plohi nakon propagacije pukotine.

Tablica 1. Parametri ljepila identificirani primjenom inverzne metode

Brzina opterećenja [mm/min]	k **[N/m^3]**	σ_{max} **[N/m^2]**	G_c **[N/m]**	μ **[/]**
0,1	1000	30	2,3	3
5000	5000	62	4,23	8

4 Direktna metoda utvrđivanja parametara

Direktna metoda utvrđivanja parametara kohezivnog zakona u potpunosti je eksperimentalna, te uz određivanje krivulje sila-pomak testiranog uzorka zahtjeva i mjerenje relativnog pomaka na poziciji inicijalne pukotine δ (eng. *crack tip opening displacement*, - *CTOD*) [6]. Metoda se temelji na ideji da je površina ispod kohezivnog zakona jednaka energiji loma:

$$J = \int_0^{\delta_f} \sigma(\delta)\,\mathrm{d}\delta, \tag{2}$$

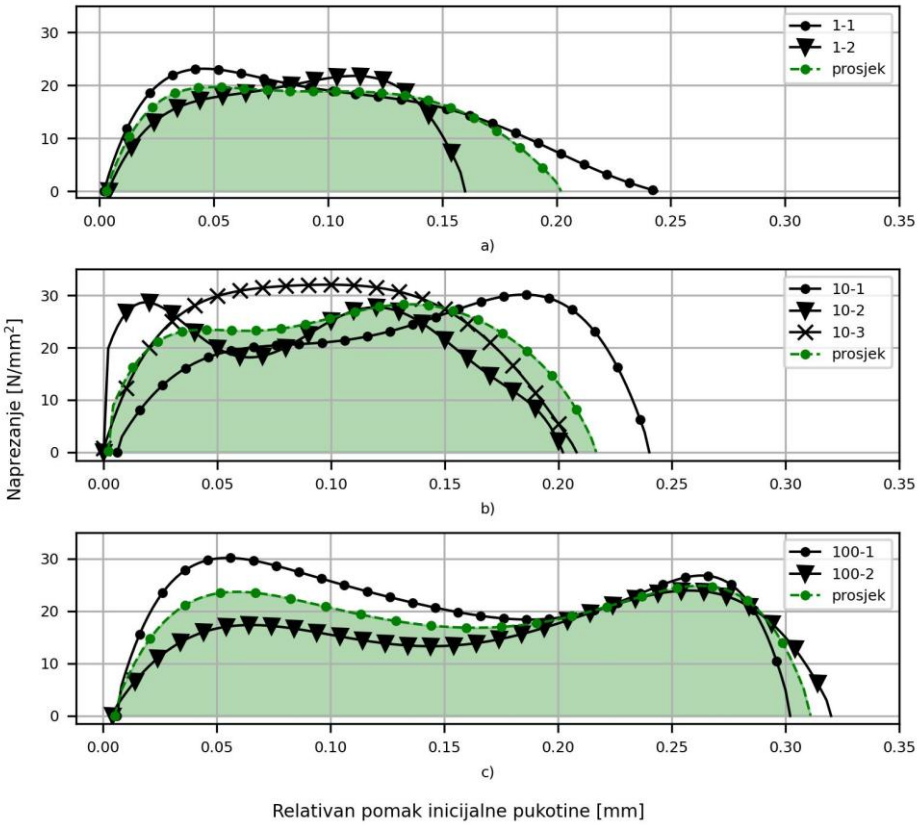
pri čemu je δ_f vrijednost relativnog pomaka pri totalnom oštećenju ($D = 1$), odnosno gubitku nosivosti ($\sigma = 0$). Parcijalno deriviranje ovoga izraza po δ rezultira dobivanjem funkcije naprezanja $\sigma(\delta)$. Za određivanje energije loma u ENF testu korišten je izraz koji uzima u obzir elastičnu podatljivost sloja ljepila [6]:

$$J = \frac{9}{16}\frac{F^2 a_0^2}{E b^2 d^3} + \frac{3}{8}\frac{F\delta}{bd}, \tag{3}$$

gdje E označava Youngov modul elastičnosti supstrata, F naneseno opterećenje, dok su b, d i a_0 geometrijske veličine definirane Slikom 1. Za razliku od inverzne metode, direktna metoda ima mogućnost identifikacije oblika kohezivnog zakona, koji se zatim može aproksimirati odgovarajućom funkcijom i koristiti za numeričko modeliranje ponašanja materijala.

Snimke područja propagacije pukotine sa Slike 1 analizirane su metodom digitalne korelacije slike (eng. *digital image correlation – DIC*). Za izračun relativnog pomaka na poziciji inicijalne pukotine δ korištena je metodologija temeljena na optičkim mjerenjima predstavljena u [7], modificirana na način da se pomaci aluminijskih ploča aproksimiraju kvadratnim polinomom unutar cijele zone snimanja. Na taj se način umanjila greška mjerenja i omogućila indirektna identifikacija lokacije vrha pukotine, čije je utvrđivanje značajan problem ENF testa.

Identificirani oblici kohezivnih zakona prikazani su na Slici 3, a identificirani parametri u Tablici 2. Energija loma Ω izračunata je kao površina ispod prosječne krivulje kohezivnog zakona i približno je jednaka vrijednosti *J* dobivenoj pomoću Jednadžbe (3). Vidljivo je kako se kohezivni zakon izduljuje pri povećanju brzine opterećenja, što ukazuje na duktilnije ponašanje materijala pri većim brzinama. Lomna otpornost monotono raste s povećanjem brzine, dok kod naprezanja nije moguće uspostaviti jasan trend.



Slika 3. Kohezivni zakoni identificirani primjenom direktne metode za brzinu opterećenja: a) 1 mm/min, b) 10 mm/min i c) 100 mm/min

Tablica 2. Parametri ljepila identificirani primjenom direktne metode

Brzina opterećenja [mm/min]	σ_{max} **[N/m²]**	**Ω [N/m]**
1	19,68	3,09
10	28,31	4,73
100	24,83	5,91

5 Zaključak

Temeljem oblika kohezivnog zakona identificiranog direktnom metodom moguće je pretpostaviti kako je slabije poklapanje numeričkog modela i eksperimentalne krivulje za 0,1 mm/min posljedica korištenja bi-linearnog kohezivnog zakona. Njegov izduljeni oblik sa značajnom plastičnom zonom ukazuje da bi trapezni oblik kohezivnog zakona bio pogodniji za simuliranje posmičnog loma.

Direktna metoda identifikacije parametara rezultirala je većom vrijednošću energije loma za brzine 10 mm/min i 100 mm/min od one identificirane inverznom metodom za brzinu 5000 mm/min. S druge strane, lomna čvrstoća σ_{max} utvrđena direktnom metodom za sve brzine je manja od one utvrđene inverznom metodom za brzinu 0,1 mm/min. Kombinacija ovih dviju činjenica također ide u koristi primjeni trapeznog oblika kohezivnog zakona

Konačno, nefizikalna veličina faktora trenja identificiranog pomoću inverzne metode upućuje na postojanje pojava sa sličnim učincima poput trenja, a koja djeluju na višoj skali (poput uklještenja neravnina na lomnim plohama). U budućem istraživanju utjecaji ovih pojava biti će analizirani pomoću prigodnih višerazinskih numeričkih modela.

Zahvale

Istraživanje je financirano putem Horizon 2020 programa Europske unije u sklopu Marie Skłodowska-Curie potpore br. 701032 (MOLAY-STRUDEL). Istraživanje je provedeno u sklopu Projekta razvoja karijere mladih istraživača Hrvatske zaklada za znanost (HRZZ DOK-2021-02-6065), te projekta Sveučilišta u Rijeci kao dijela NextGenerationEU programa Europske unije (PU-437 uniri-iz-25-288).

Literatura

[1] Alfano, G. i Crisfield, M. A.; Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: mechanical and computational issues; International Journal for Numerical Methods in Engineering; 2001; 50(7); 1701-1736.

[2] Jurković, D., Škec, L., Alfano, G.; Characterisation of rate-dependent mode-II adhesive debonding based on a novel load–displacement curve parametrisation; Engineering Fracture Mechanics; 2026; 344; 112296.

[3] Azevedo, J. C. S., Campilho, R. D. S. G., Da Silva, F. J. G., Faneco, T. M. S. i Lopes, R. M.; Cohesive law estimation of adhesive joints in mode II condition; Theoretical and Applied Fracture Mechanics; 2015; 80; 143-154.

[4] Škec, L., Jelenić, G. i Lustig, N.; Mixed-mode delamination in 2D layered beam finite elements; International Journal for Numerical Methods in Engineering; 2015; 104(8); 767-788.

[5] Alfano, G. i Sacco, E.; Combining interface damage and friction in a cohesive-zone model; International Journal for Numerical Methods in Engineering; 2006; 68(5); 542-582.

[6] Leffer, K., Alfredsson, K. S. i Stigh, U.; Shear behaviour of adhesive layers; International Journal of Solids and Structures; 2007; 44(2); 530-545.

[7] Fernandes, R. L. i Campilho, R. D. S. G., Accuracy of cohesive laws with different shape for the shear behaviour prediction of bonded joints; The Journal of Adhesion; 2019; 95(4); 325-347.

Simulacija femoralne stenoze u modelu arterijskog stabla

Korade, I.[1], Vodopija, I.[2] i Virag, Z.[3]

Sažetak

U radu je provedena numerička simulacija femoralne stenoze u jednodimenzijskom modelu arterijskog stabla primjenom metode transmisijske linije. Budući da je metoda linearna, lokalni gubitak tlaka u području stenoze uključen je u model uvođenjem efektivnog promjera stenoze, određenog tako da linijski gubici u stenoziranom elementu odgovaraju ukupnom padu tlaka stvarne stenoze pri maksimalnom protoku. Simulacije su provedene na modificiranom Avolijevu modelu arterijskog stabla, pri čemu je analiziran utjecaj različitih stupnjeva stenoze femoralne arterije na tlakove i brzine krvi u zdravoj i stenoziranoj nozi.

Standardni ABI (Ankle-Brachial Index) definiran je kao omjer sistoličkog tlaka u goljeničnoj i nadlaktičnoj arteriji. U ovom radu predložen je modificirani indeks ABIn, dobiven množenjem ABI-ja korekcijskim faktorom koji uzima u obzir i maksimalnu brzinu krvi u goljeničnoj arteriji. Korekcijski faktor definiran je kao omjer umnoška maksimalnog tlaka i maksimalne brzine u goljeničnoj arteriji promatrane noge tijekom srčanog ciklusa i odgovarajućeg umnoška u kontralateralnoj nozi. Time ABIn dodatno naglašava lijevo-desnu hemodinamičku asimetriju uzrokovanu unilateralnom femoralnom stenozom.

Rezultati pokazuju da se povećanjem stupnja stenoze smanjuju sistolički tlak i amplituda brzine u distalnim arterijama stenozirane noge, dok se postupno gubi karakteristični trifazični oblik brzinskog profila. U prikazanim simulacijama predloženi modelni indeks ABIn pokazuje veću osjetljivost na manje stupnjeve unilateralne femoralne stenoze od standardnog ABI indeksa.

Ključne riječi: Jednodimenzijski model arterijskog stabla, Metoda transmisijske linije, Efektivni promjer stenoze, ABI indeks, Hemodinamička asimetrija

[1]**Dr.sc. Ivan Korade, predavač**, Tehničko veleučilište u Zagrebu, Strojarski odjel, Vrbik 8, 10000 Zagreb, e-mail: ivan.korade@tvz.hr
[2]**Mag.ing.mech. Igor Vodopija, asistent**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: igor.vodopija@fsb.unizg.hr
[3]**Dr.sc. Zdravko Virag, professor emeritus**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: zdravko.virag@fsb.unizg.hr

1 Uvod

Jednostavna i brza pretraga za otkrivanje stenoze u arterijama nogu temelji se na mjerenju ABI (Ankle-Brachial Index). ABI označuje omjer sistoličkih tlakova mjerenih na gležnju i nadlaktici. U zdravih osoba vrijednost ABI-ja je između 1 i 1,4, vrijednosti 0,91-0,99 su granične, a vrijednosti niže od 0,5 upućuju na težu perifernu arterijsku bolest [1]. Tlakovi se mjere pomoću manžeta, dok se Dopplerovim uređajem mjere profili brzine krvi u odabranim žilama. Pretraga se preporučuje osobama starijima od 55 godina, a osobito onima koji osjećaju bol u listovima pri hodu, imaju hladna stopala, dijabetes, povišeni kolesterol, kao i pušačima. ABI se standardno koristi i nakon zahvata poput ugradnje stenta ili premosnice, radi ocjene poboljšanja stanja.

Prvi cilj ovoga rada je numerički simulirati strujanje krvi u arterijskom stablu te oponašati ABI test za različite stupnjeve stenoze kako bi se procijenila osjetljivost ABI indeksa na jačinu stenoze. Drugi cilj je predložiti modifikaciju ABI indeksa kojom bi se povećala osjetljivost na manje stupnjeve stenoze.

2 Matematički model i numerička metoda

Strujanje krvi u arterijskom stablu opisano je jednadžbom kontinuiteta, linearizirano jednadžbom količine gibanja i Kelvin-Voigtovom konstitutivnom jednadžbom stijenke krvne žile:

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0\,,\qquad \frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{A_0}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+2(\xi+2)\frac{\pi\mu}{\rho A_0}Q=0\qquad \text{i}\qquad p-p_0=\frac{A-A_0}{C}+\eta\frac{\partial A}{\partial t}\qquad (1)$$

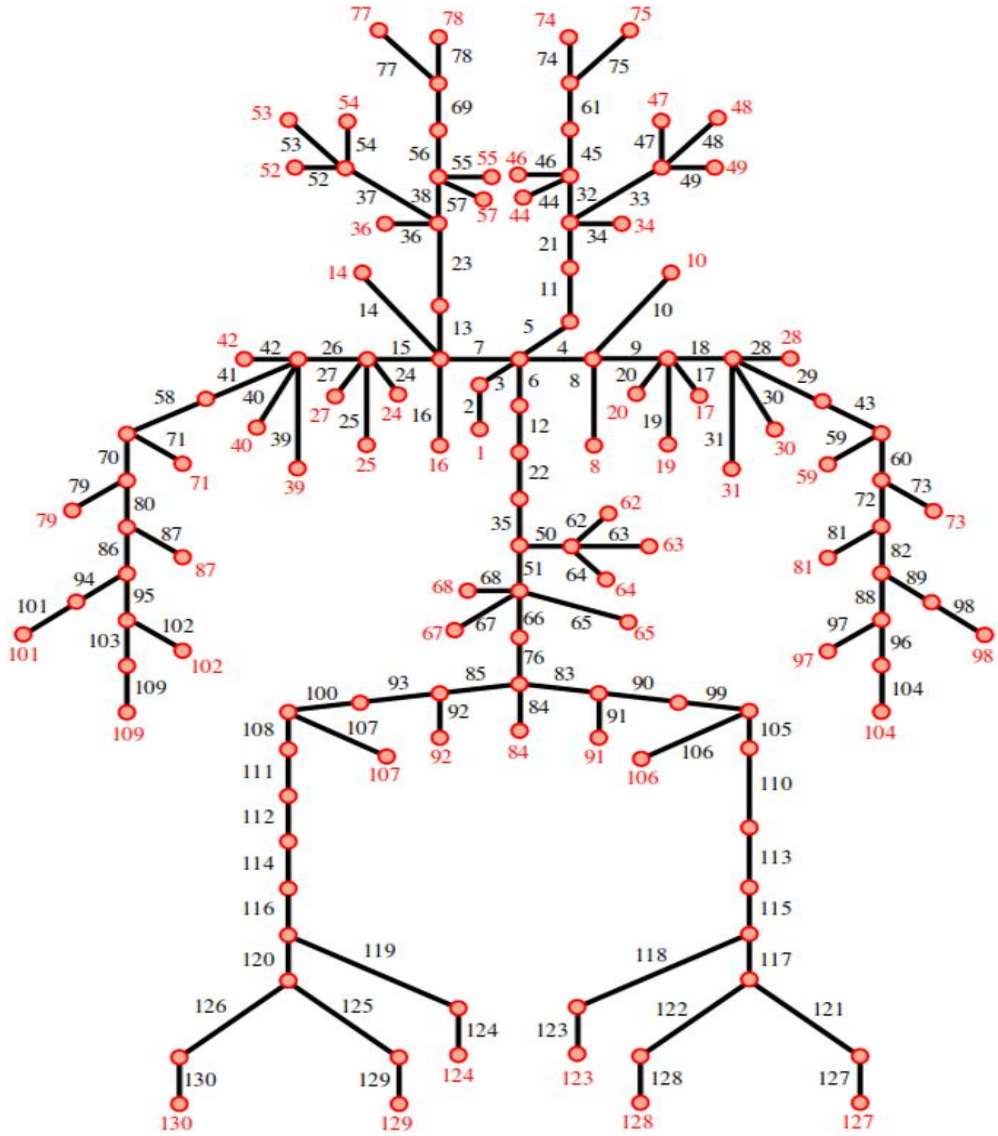
gdje su: $A = D^2\pi/4$ površina poprečnog presjeka krvne žile, D promjer, Q protok, p tlak, $\xi = 9$ faktor oblika profila brzine za velike arterije, $\rho = 1050$ kg/m^3 gustoća krvi i $\mu = 0{,}004$ Pa·s viskoznost krvi. A_0 je srednja površina pri srednjem tlaku p_0, $C = A_0 / (\rho c^2)$ je površinska podatljivost, c je brzina širenja valova tlaka i protoka, a η viskoznost stijenke. C i η zadane su neizravno pomoću c i retardacijske konstante $\tau = C\cdot\eta = 10$ ms.

Matematički model rješava se metodom transmisijske linije, koja je opisana i validirana u [2]. U osnovnoj formulaciji metode uključeni su samo linearni linijski gubici. Budući da u slučaju stenoze lokalni gubitak tlaka postaje značajan, metoda je modificirana uvođenjem efektivnog promjera D_{ef}. On je određen tako da linijski gubici pri efektivnom promjeru odgovaraju zbroju linijskog i lokalnog gubitka u stvarnoj stenozi promjera D_s, pri maksimalnom protoku Q_{max}. Ako je L duljina stenoziranog elementa, lako se pokaže da vrijedi:

$$D_{ef}=D_s\left[1+\frac{\rho K Q_{max}}{16\pi\mu L}\right]^{-1/4},\qquad \text{gdje je}\quad K=\left[1-\left(\frac{D_s}{D}\right)^2\right]^2 \qquad (2)$$

3 Rezultati

Simulacije su provedene na arterijskom stablu definiranom u [3, 4], prema slici 1. U odnosu na numeraciju u [3], brojevi elemenata povećani su za 1, a element 110 iz [3] podijeljen je na dva elementa 111 i 112. Stenoza je primijenjena na elementu 111.



Slika 1. Shema arterijskog stabla

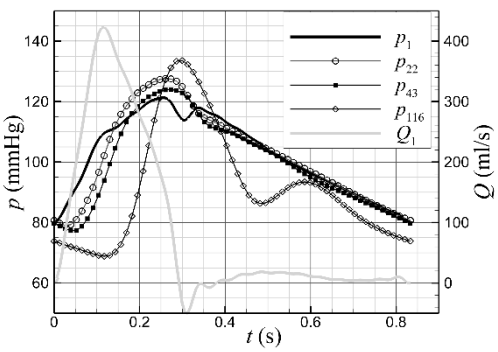
Na slici 1 nisu označeni svi brojevi čvorova jer je broj čvora na izlazu elementa jednak broju elementa. Tablica 1 prikazuje promjere, duljine i brzine širenja vala u svim elementima stabla. U krajnjim čvorovima stabla zadani su periferni otpori, određeni iz pripadajućih izlaznih protoka. Izlazni protoci zadani su kao udjeli ukupnog protoka razmjerni trećoj potenciji izlaznog promjera. Ako bi tako određeni protok uzrokovao pad tlaka u izlaznom elementu veći od 2 mmHg, protok je smanjen tako da taj pad iznosi 2 mmHg. U ulaznom čvoru 1 zadaje se protok ili tlak. Slika 2 prikazuje zadani ulazni protok i dobiveni ulazni tlak. U slučaju stenoze ulazni protok je definiran aritmetičkom sredinom protoka iz slučaja bez stenoze i ulaznog protoka dobivenog temeljem ulaznog tlaka iz slučaja bez stenoze.

Tablica 1. Podaci o elementima arterijskog stabla

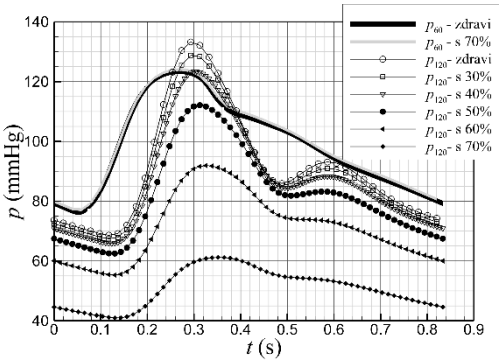
Elem. br.	*D* mm	*L* cm	*c* m/s	Elem. br.	*D* mm	*L* cm	*c* m/s	Elem. br.	*D* mm	*L* cm	*c* m/s
2	29,0	4,0	4,6	45	2,6	5,9	10,7	88	4,2	6,7	9,4
3	22,4	2,0	4,7	46	2,0	4,0	15,1	89	3,2	11,7	10,1
4	8,4	3,4	5,5	47	1,2	3,0	15,9	90	5,8	8,3	6,0
5	7,4	8,9	5,7	48	1,6	5,9	15,7	91	4,0	5,0	12,3
6	21,4	3,9	4,8	49	1,4	3,0	14,8	92	4,0	5,0	12,3
7	12,4	3,4	5,1	50	7,8	1,0	5,6	93	5,8	8,3	6,0
8	2,0	15,0	10,7	51	17,4	5,3	4,9	94	3,2	11,7	10,1
9	8,0	6,8	5,6	52	1,4	3,0	14,8	95	4,2	6,7	9,4
10	3,8	14,8	9,5	53	1,6	5,9	15,7	96	3,8	8,5	9,6
11	7,4	8,9	5,7	54	1,2	3,0	15,9	97	1,8	7,9	15,4
12	20,0	5,2	4,8	55	2,0	4,0	15,1	98	3,2	11,7	10,1
13	7,4	8,9	5,7	56	2,6	5,9	10,7	99	5,4	6,1	6,1
14	3,8	14,8	9,5	57	2,0	3,0	10,7	100	5,4	6,1	6,1
15	8,0	6,8	5,6	58	5,6	6,3	6,1	101	3,2	11,7	10,1
16	2,0	15,0	10,7	59	3,0	15,0	9,4	102	1,8	7,9	15,4
17	2,0	5,0	10,7	60	5,2	6,3	6,2	103	3,8	8,5	9,6
18	7,2	6,1	5,7	61	1,6	5,9	15,7	104	3,8	8,5	9,6
19	4,0	10,0	10,0	62	3,6	7,1	6,9	105	4,8	12,7	8,9
20	2,0	5,0	10,7	63	5,6	6,3	6,1	106	4,6	12,6	12,7
21	7,4	3,1	5,7	64	4,4	6,6	6,5	107	4,6	12,6	12,7
22	19,0	5,2	4,8	65	5,2	3,2	6,2	108	4,8	12,7	8,9
23	7,4	8,9	5,7	66	11,4	5,3	5,2	109	3,8	8,5	9,6
24	2,0	5,0	10,7	67	8,6	5,9	5,5	110	4,8	12,7	9,2
25	4,0	10,0	10,0	68	5,2	3,2	6,2	111	4,8	2,0	9,2
26	7,2	6,1	5,7	69	1,6	5,9	15,7	112	4,8	10,7	9,2
27	2,0	5,0	10,7	70	5,2	6,3	6,2	113	4,0	9,4	9,5
28	3,0	3,0	13,3	71	3,0	15,0	9,4	114	4,0	9,4	9,5
29	6,2	5,6	5,9	72	5,0	6,3	6,3	115	4,0	9,4	12,5
30	2,0	5,0	15,1	73	1,4	5,0	14,8	116	4,0	9,4	12,5
31	3,0	8,0	13,3	74	1,2	4,0	15,9	117	2,6	2,5	15,1
32	3,6	5,9	9,8	75	1,4	5,0	14,8	118	3,6	16,1	17,1
33	3,0	11,8	10,3	76	11,4	5,3	5,2	119	3,6	16,1	17,1
34	1,4	4,0	10,4	77	1,4	5,0	14,8	120	2,6	2,5	15,1
35	19,0	5,2	4,8	78	1,2	4,0	15,9	121	2,0	15,0	17,1
36	1,4	4,0	10,4	79	1,4	5,0	14,8	122	2,6	15,9	17,1
37	3,0	11,8	10,3	80	5,0	6,3	6,3	123	3,6	16,1	20,6
38	3,6	5,9	9,8	81	1,2	5,0	15,9	124	3,6	16,1	20,6
39	3,0	8,0	13,3	82	4,8	4,6	6,3	125	2,6	15,9	17,1
40	2,0	5,0	15,1	83	10,4	5,8	5,3	126	2,0	15,0	17,1
41	6,2	5,6	5,9	84	3,2	5,0	7,2	127	1,8	15,0	20,6
42	3,0	3,0	13,3	85	10,4	5,8	5,3	128	2,0	15,9	20,6
43	5,6	6,3	6,1	86	4,8	4,6	6,3	129	2,0	15,9	20,6
44	2,0	3,0	10,7	87	1,2	5,0	15,9	130	1,8	15,0	20,6

Slika 3 prikazuje profile tlaka u nadlaktičnoj i goljeničnoj arteriji korištene za određivanje ABI indeksa desne noge. Definicije ABI-ja za lijevu i desnu nogu glase:

$$\mathrm{ABI_L} = \max(p_{117}) / \max(p_{60}, p_{70}) \quad \text{i} \quad \mathrm{ABI_D} = \max(p_{120}) / \max(p_{60}, p_{70}) \qquad (3)$$



Slika 2. Ulazni tlak (p_1) i protok (Q_1), te tlakovi u karakterističnim arterijama: prsnoj aorti (p_{21}), nadlaktičnoj arteriji (p_{43}) i potkoljeničnoj arteriji (p_{116})

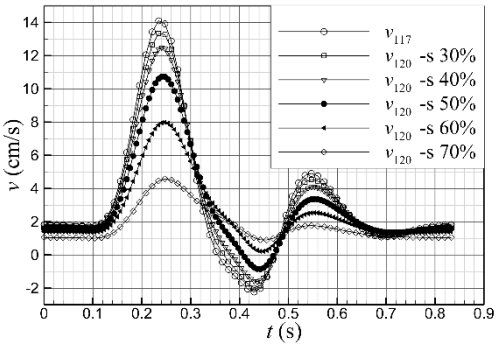


Slika 3. Tlakovi u nadlaktičnoj arteriji (element 60), oznaka B, te u goljeničnoj arteriji (element 120), oznaka T, za različite stupnjeve stenoze

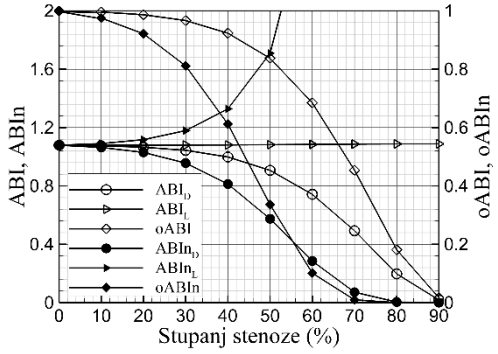
Slika 4 prikazuje brzine u goljeničnim arterijama zdrave lijeve i stenozirane desne noge. Budući da se s povećanjem stupnja stenoze smanjuje i maksimalna brzina krvi, predložena je modifikacija ABI indeksa s ciljem povećanja osjetljivosti na stenozu:

$$\mathrm{ABIn_L}=\mathrm{ABI_L}\frac{\max(p_{117})\max(v_{117})}{\max(p_{120})\max(v_{120})} \quad \text{i} \quad \mathrm{ABIn_D}=\mathrm{ABI_D}\frac{\max(p_{120})\max(v_{120})}{\max(p_{117})\max(v_{117})} \qquad (4)$$

Slika 5 prikazuje standardni ABI, novopredloženi ABIn i omjere ABI i ABIn za dvije noge.



Slika 4. Brzina krvi u prednjoj goljeničnoj arteriji: u zdravoj nozi (v_{117}) i iza različitih stupnjeva stenoze (v_{120})



Slika 5. Standardni ABI i novi ABIn indeksi za lijevu (L) i desnu (D) nogu, te omjeri (oABI = $\mathrm{ABI_D}/\mathrm{ABI_L}$)

4 Diskusija

Slika 2 ilustrira poznatu amplifikaciju amplitude tlaka u prsnoj aorti, ruci i nozi u odnosu na amplitudu ulaznog tlaka. Najveća amplifikacija dobiva se u nozi, što je važno za interpretaciju

ABI-ja. Slika 3 pokazuje da se s povećanjem stupnja stenoze nadlaktični tlak ne mijenja značajno, dok se sistolički tlak u goljeničnoj arteriji stenozirane noge znatno smanjuje zbog prigušenja amplitude pulsirajućeg tlaka i snižavanja srednjeg tlaka. Posljedično, ABI se smanjuje s povećanjem stupnja stenoze, ali je to smanjenje pri malim stupnjevima stenoze relativno malo. To znači da u prikazanim simulacijama ABI pokazuje slabu osjetljivost na male stenoze.

U standardnom ABI testu, osim sistoličkih tlakova, mjere se i brzine u goljeničnoj arteriji. U zdravoj nozi profil brzine često ima karakterističan trifazični oblik: brzina najprije naglo raste, zatim opada i poprima negativne vrijednosti, nakon čega slijedi ponovni porast brzine i smirivanje. Rezultati simulacije prikazani na slici 4 pokazuju takvo ponašanje za zdravu nogu. Povećanjem stupnja stenoze od 30 % do 70 % amplituda brzine opada, postupno se gubi trifazični oblik i nestaje negativna komponenta brzine, što je poznato iz kliničke prakse.

Slika 5 prikazuje izračunate vrijednosti ABI-ja i novopredloženog ABIn indeksa dobivene iz rezultata simulacije za različite stupnjeve stenoze. U simulaciji je lijeva noga bila zdrava, a desna stenozirana. Standardni ABI pokazuje slabu osjetljivost na niske stupnjeve stenoze: ABI za stenoziranu nogu pri malim stupnjevima stenoze sporo opada, dok za zdravu nogu ostaje praktički konstantan. Nasuprot tomu, novopredloženi ABIn strmije opada u stenoziranoj nozi, dok u zdravoj nozi raste, pa te razlike mogu ukazivati i na manje stupnjeve stenoze. Ako se osjetljivost promatra kroz omjer indeksa za desnu i lijevu nogu, iz slike 5 vidi se da je u prikazanom modelu ABIn potencijalno osjetljiviji na postojanje stenoze. Ako bi obje noge bile jednako stenozirane, što je rjeđi slučaj, onda bi osjetljivost ABIn-a bila jednaka osjetljivosti standardnog ABI-ja.

5 Zaključci

Iz prikazanih rezultata može se zaključiti da metoda transmisijske linije daje rezultate za širenje valova tlaka i protoka koji su u skladu s očekivanim hemodinamičkim ponašanjem, uključujući amplifikaciju tlaka od srca prema periferiji i trifazični oblik u goljeničnoj arteriji zdrave noge. Modifikacija pada tlaka kroz stenozu pomoću efektivnog promjera rezultira prigušenjem amplitude valova tlaka i protoka distalno od stenoze. U promatranom slučaju, novopredloženi indeks ABIn pokazuje veću osjetljivost na male stupnjeve stenoze od standardnog ABI indeksa.

Literatura

[1] 2024 ACC/AHA/AACVPR/APMA/ABC/SCAI/SVM/SVN/SVS/SIR/VESS Guideline for the Management of Lower Extremity Peripheral Artery Disease Guidelines, Circulation; 2024; 149(24) e1313-e1410.

[2] Korade, I., Virag, Z. i Krizmanić, S.; A fast method for solving a linear model of one-dimensional blood flow in a viscoelastic arterial tree; Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine; 2017; 231(3).

[3] Avolio, A. P.; Multi-branched model of the human arterial system; Medical and Biological Engineering and Computing; 1980; 18; 709–718.

[4] Schwarz, M., Nguyen, M.P. i Kiencke, U.; Integration of the circle of Willis into Avolio's model of the arterial haemodynamics; Proceedings of the Sixth IASTED International Conference Biomedical Engineering, February 13-15; 2008; Innsbruck; Austria; 193–198.

Utjecaj numeričkog modela na točnost izračuna konvekcijskog prijelaza topline

Krizmanić, S.[1], Rukavina, F.[2], Vodopija, I.[3] i Batistić, I.[4]

Sažetak

Računalna dinamika fluida danas se uobičajeno primjenjuje pri projektiranju uređaja i sustava u kojima se istodobno pojavljuju strujanje i prijenos topline. Pri tome se točnost izračuna prijelaza topline često podrazumijeva temeljem odgovarajuće kvalitete dobivenog polja brzine. U radu su analizirani utjecaji prostorne diskretizacije područja uz stijenku i modeliranja turbulencije na izračun konvekcijskog prijelaza topline. Kao referentni slučaj odabrana je prisilna konvekcija uz ravnu ploču, za koju postoje analitička rješenja i dobro poznate empirijske korelacije. Proračuni su provedeni programskim paketom OpenFOAM primjenom mreža s ciljanim vrijednostima y^+ približno 1, 30 i 300. Pokazano je da se pri laminarnom strujanju uz odgovarajuću prostornu diskretizaciju može postići vrlo dobro slaganje s analitičkim rješenjem. U turbulentnom strujanju točnost dodatno ovisi o modeliranju turbulencije uz stijenku i turbulentnog transporta topline u unutrašnjosti područja te može biti značajno manja od točnosti kojom se određuju mehaničke značajke strujanja.

Ključne riječi: računalna dinamika fluida, konvekcija, prijelaz topline, granični sloj, turbulentni Prandtlov broj, y^+

[1] **Izv. prof. dr. sc. Severino Krizmanić, dipl. ing. stroj.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: severino.krizmanic@fsb.unizg.hr
[2] **Filip Rukavina, univ. bacc. ing. mech., student**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: fr526307@student.fsb.unizg.hr
[3] **Igor Vodopija, univ. mag. ing. mech., asistent**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: igor.vodopija@fsb.unizg.hr
[4] **Doc. dr. sc. Ivan Batistić, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: ivan.batistic@fsb.unizg.hr

1 Uvod

Računalna dinamika fluida danas predstavlja standardni inženjerski alat pri projektiranju uređaja i sustava u energetici, procesnoj tehnici i termotehnici. Razvojem računalnih mogućnosti i širokom dostupnošću računalnih programa primjena CFD-a postala je razmjerno jednostavna, pa se računalni proračun često koristi kao rutinski dio znatno složenijih projektnih postupaka.

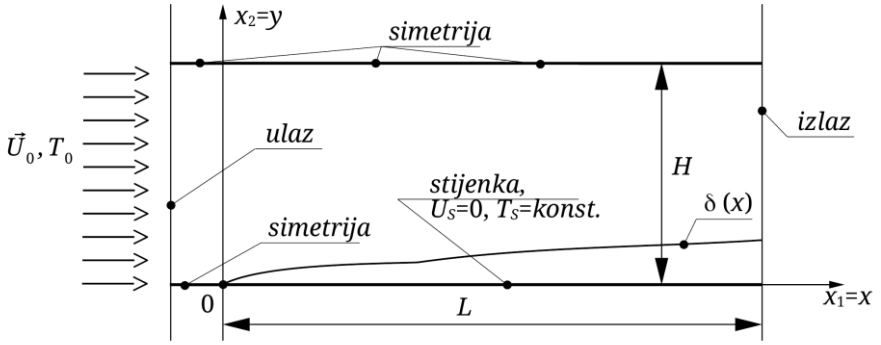
Dobiveno računalno rješenje, međutim, ne mora samo po sebi predstavljati dovoljno dobru aproksimaciju stvarne fizikalne pojave. Osim pogrešaka vezanih uz prostornu i vremensku diskretizaciju, pri turbulentnom strujanju pojavljuju se dodatne pogreške vezane uz modeliranje turbulencije. U proračunima strujanja uz istodobni prijenos topline potrebno je dodatno modelirati i turbulentni transport topline, pa odgovarajuća točnost izračunatog polja brzine ne mora podrazumijevati jednaku točnost izračuna prijelaza topline.

Posebno značajan utjecaj ima opis područja neposredno uz stijenku. Ovisno o korištenom modelu turbulencije i prostornoj diskretizaciji, viskozni podsloj može se izravno razlučivati ili se njegov utjecaj modelira primjenom zidnih funkcija. Kvaliteta prostorne diskretizacije uz stijenku uobičajeno se procjenjuje putem bezdimenzijske udaljenosti y^+.

U ovome radu ispituje se razina točnosti koja se može ostvariti primjenom uobičajenog RANS pristupa pri proračunu strujanja uz konvekcijski prijelaz topline. Kako bi se utjecaj numeričkog modela i modela turbulencije izdvojio od utjecaja složene geometrije, separacije i drugih pojava, odabran je slučaj prisilne konvekcije uz ravnu ploču.

2 Numerički model

Analizirano je dvodimenzijsko stacionarno strujanje uz ravnu ploču konstantne temperature T_S. Brzina i temperatura neporemećene struje označene su s U_0 i T_0. Visina područja odabrana je dovoljno velikom da razvoj graničnog sloja nema značajan utjecaj na neporemećenu struju.



Slika 1. Geometrijski i fizikalni model prisilne konvekcije uz ravnu ploču.

Lokalni Reynoldsov broj Re_x definiran je izrazom

$$Re_x = U_0 x/\nu \tag{1}$$

Za laminarni granični sloj referentni lokalni koeficijent trenja c_f i lokalni Nusseltov broj Nu_x određeni su izrazima [1,2]

$$c_f = 0{,}664/\sqrt{Re_x} \tag{2}$$

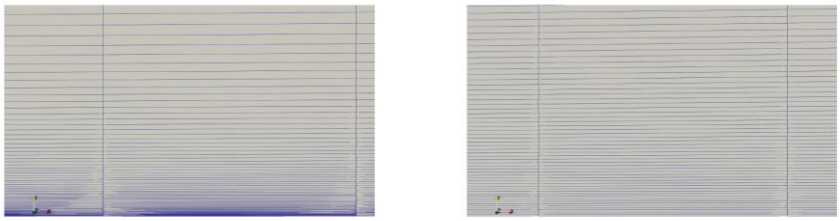
$$Nu_x = 0{,}332\, Re^{1/2}\, Pr^{1/3} \tag{3}$$

Za turbulentni granični sloj korištene su Prandtl-Schlichtingova korelacija za trenje [1] i korelacija za lokalni Nusseltov broj [2]

$$Nu_x = 0{,}0296\, Re_x^{4/5}\, Pr^{1/3} \tag{4}$$

Računalni proračuni provedeni su metodom konačnih volumena [6] primjenom programskog paketa OpenFOAM v2106. U proračunima turbulentnog strujanja korišteni su k-ω SST [3] i standardni k-ε model turbulencije, a konvekcijski članovi u jednadžbama modela diskretizirani su linearUpwind shemom diferencije, koja je drugog reda točnosti.

Proračunati su i analizirani slučajevi u kojima se primjenjuju tri mreže konačnih volumena: M1, M2 i M3. Sve tri mreže primjenjuju jednaku uzdužnu diskretizaciju, a razlikuju se prema ciljanim vrijednostima veličine y^+, redom: 1, 30 i 300. Sve su mreže sadržavale približno 20 000 konačnih volumena. Mreža M1 razlučuje viskozni podsloj, dok se u slučajevima s mrežama M2 i M3 zidna turbulencija modelira zidnim funkcijama.



(a) M2 (b) M3

Slika 2. Prostorna diskretizacija područja uz stijenku za mreže M2 i M3.

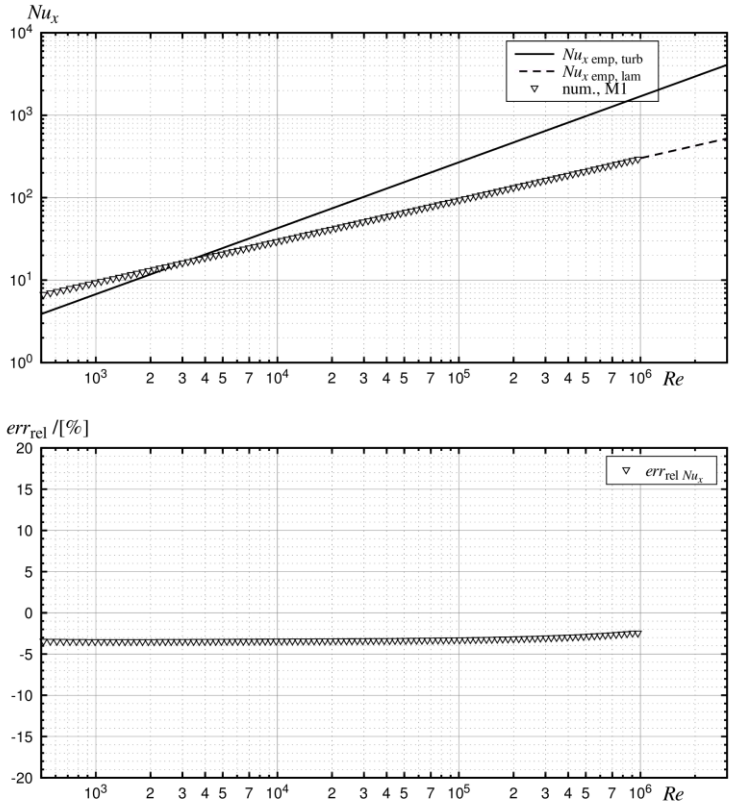
Pri turbulentnom prijenosu topline turbulentna toplinska difuzivnost u unutrašnjosti područja određena je putem turbulentne viskoznosti i turbulentnog Prandtlova broja Pr_t. U korištenoj implementaciji OpenFOAM v2106 korištena je podrazumijevana vrijednost $Pr_t = 1$. Pri primjeni zidnih funkcija prijenos topline neposredno uz stijenku određen je Jayatillekeovim modelom [5], uz podrazumijevanu vrijednost $Pr_{t,w} = 0{,}85$. Time se, uz modeliranje turbulentnog prijenosa količine gibanja, pri izračunu prijelaza topline uvodi dodatno i modeliranje turbulentnog transporta topline.

3 Rezultati i diskusija

3.1 Laminarni granični sloj

Najprije je analizirano laminarno strujanje, pri kojemu nema utjecaja modela turbulencije. Time je omogućeno neposredno ispitivanje utjecaja numeričkog postupka i prostorne diskretizacije.

Za dovoljno fine mreže numerički rezultati za trenje i prijenos topline vrlo dobro prate analitičko rješenje. Za $Pr = 0{,}75$ mreže M1 i M2 daju lokalni Nusseltov broj koji se u najvećem dijelu analiziranog raspona vrlo dobro slaže s analitičkim izrazom (Slika 3).



Slika 3. Lokalni Nusseltov broj i relativno odstupanje od analitičkog rješenja za laminarni granični sloj, Pr = 0,75.

Na najgrubljoj mreži M3 pri nižim Reynoldsovim brojevima pojavljuju se veća odstupanja. Analiza profila brzine i temperature pokazuje da je uzrok nedovoljna prostorna razlučenost graničnog sloja. Primjerice, na mreži M2 pri Re_x = 1000, za slučaj Pr = 6,62, brzinski granični sloj razlučen je s približno devet, a temperaturni s približno pet konačnih volumena.

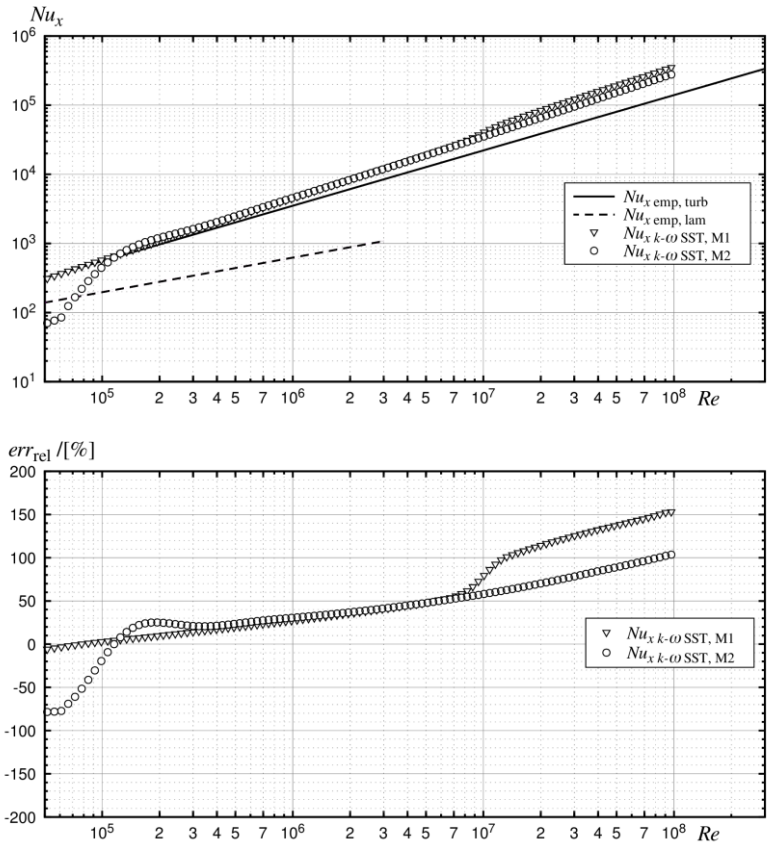
Na temelju dobivenih rezultata preporučuje se da se područje graničnog sloja razluči s približno deset ili više konačnih volumena. Pri tome je mjerodavan onaj granični sloj koji je manje visine (ovisno o Prandtlovu broju: brzinski ili temperaturni). Uz takvu diskretizaciju u provedenim je proračunima ostvarena pogreška određivanja trenja i prijelaza topline reda 2–4 %. Ovaj slučaj pokazuje da primijenjena numerička metoda, uz odgovarajuću prostornu diskretizaciju i bez potrebe za modeliranjem turbulencije, omogućuje vrlo točan izračun i strujanja i prijenosa topline.

3.2 Turbulentni granični sloj

Kod turbulentnog strujanja rezultat dodatno ovisi o odabranom modelu turbulencije i načinu opisa područja uz stijenku. Mreža M3, kod koje vrijednost y^+ doseže približno 300, pokazuje značajna odstupanja koeficijenta trenja, posebno pri nižim Reynoldsovim brojevima. Mreža M2, s

ciljanom vrijednošću $y^+ \approx 30$, daje znatno bolje rezultate. Na mreži M1, koja razlučuje viskozni podsloj, k-ω SST model daje bolje rezultate od standardnog k-ε modela.

Značajnija ograničenja pojavljuju se pri izračunu prijelaza topline. Za Pr = 0,75 odstupanja se u najvećem dijelu analiziranog turbulentnog područja mogu zadržati približno unutar ±10 %, dok se za Pr = 6,62 pojavljuju i veća odstupanja.



Slika 4. Lokalni Nusseltov broj i relativno odstupanje od empirijske korelacije za turbulentni granični sloj, Pr = 6,62.

Značajni zaključak je da se ova odstupanja više ne mogu objasniti samo prostornom diskretizacijom. Za Pr = 6,62 mreže M1 i M2 pokazuju vrlo slično ponašanje, iako M1 razlučuje viskozni podsloj, a M2 koristi zidne funkcije. Uzrok je dodatno modeliranje turbulentnog toplinskog toka. Turbulentna toplinska difuzivnost uobičajeno se određuje iz turbulentne viskoznosti uz pretpostavku o turbulentnom Prandtlovu broju Pr_t. Za razliku od molekularnog Prandtlova broja, Pr_t nije fizikalno svojstvo fluida niti univerzalna konstanta. Eksperimentalni podaci pokazuju da njegova vrijednost ovisi o značajkama turbulentnog strujanja [4]. Pri korištenju zidnih funkcija uvodi se i dodatni empirijski model prijenosa topline uz stijenku, u ovome radu Jayatillekeov model [5].

Stoga dobro slaganje izračunatog polja brzine ili tangencijalnog naprezanja s referentnim podacima nije dovoljan pokazatelj jednake točnosti izračunatog konvekcijskog prijelaza topline.

4 Zaključak

U radu je analizirana točnost računalnog proračuna konvekcijskog prijelaza topline na jednostavnom primjeru prisilne konvekcije uz ravnu ploču. Odabrani fizikalni model omogućuje izdvajanje utjecaja prostorne diskretizacije i turbulencijskog modela od utjecaja složene geometrije, separacije i drugih pojava koje se susreću u realnim inženjerskim problemima.

Kod laminarnog strujanja, gdje nije potrebno modeliranje turbulencije, uz odgovarajuću prostornu diskretizaciju dobiveno je vrlo dobro slaganje numeričkog i analitičkog rješenja. Pokazalo se potrebnim tanji od brzinskog i temperaturnog graničnog sloja razlučiti s približno deset ili više konačnih volumena.

Kod turbulentnog strujanja vrlo gruba diskretizacija uz stijenku, s vrijednostima y^+ reda 300, može dovesti do velikih pogrešaka već pri određivanju mehaničkih značajki strujanja. Primjena mreže s $y^+ \approx 30$ uz zidne funkcije ili izravno razlučivanje viskoznog podsloja uz k-ω SST model turbulencije daje znatno bolje rezultate.

Odgovarajuća kvaliteta izračuna polja brzine, međutim, ne osigurava automatski jednaku kvalitetu izračuna prijenosa topline. U turbulentnom strujanju potrebno je dodatno modelirati turbulentni toplinski transport, a pri primjeni zidnih funkcija i prijenos topline neposredno uz stijenku. Zbog toga se i uz numerički model koji dobro opisuje mehanički dio graničnog sloja pri određivanju Nusseltova broja mogu pojaviti odstupanja reda deset i više posto.

Prikazani rezultati dobiveni su programskim paketom OpenFOAM, ali navedeni izvori pogreške nisu vezani isključivo uz taj programski paket. Oni proizlaze iz uobičajenog RANS pristupa modeliranju turbulentnog prijenosa količine gibanja i topline te ih treba uzeti u obzir i pri primjeni drugih računalnih alata koji koriste jednake ili slične modele.

Računalni proračun prijenosa topline stoga ne bi trebalo smatrati rutinskim nastavkom proračuna strujanja. Posebno u proračunima u kojima rezultati neposredno utječu na procjenu energetske učinkovitosti ili dimenzioniranje opreme potrebno je zasebno provjeriti neovisnost rezultata o prostornoj diskretizaciji i prikladnost odabranog modela turbulentnog transporta topline.

Literatura

[1] Schlichting H, Gersten K. Boundary-Layer Theory. 9th ed. Berlin, Heidelberg: Springer; 2017.
[2] Bergman TL, Lavine AS, Incropera FP, DeWitt DP. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 7th ed. Hoboken: John Wiley & Sons; 2011.
[3] Menter FR. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA Journal. 1994;32(8):1598-1605.
[4] Kays WM. Turbulent Prandtl Number—Where Are We? Journal of Heat Transfer. 1994;116(2):284-295.
[5] Jayatilleke CLV. The influence of Prandtl number and surface roughness on the resistance of the laminar sub-layer to momentum and heat transfer. Progress in Heat and Mass Transfer. 1969;1:193-329.
[6] Versteeg HK, Malalasekera W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. 2nd ed. Harlow: Pearson Education; 2007.

Utjecaj numeričkog modela na točnost izračuna aerodinamičkih značajki zrakoplovnih konfiguracija

Krizmanić, S.[1], Burum, M.[2], Vodopija, I.[3] i Batistić, I.[4]

Sažetak

Računalni proračun aerodinamičkih značajki pri strujanju velikim Reynoldsovim brojevima zahtijeva odgovarajući opis turbulentnog graničnog sloja i dovoljno finu prostornu diskretizaciju uz stijenku, posebno u slučaju većih napadnih kutova. U radu je analiziran utjecaj koraka prostorne diskretizacije mreže konačnih volumena uz stijenku na predviđanje koeficijenta uzgona aeroprofila NACA 0012 pri Reynoldsovu broju $Re = 6 \cdot 10^6$. Proračuni su provedeni rješavanjem sustava Reynoldsovih jednadžbi uz primjenu k-ω SST modela turbulencije. Uspoređeni su rezultati dobiveni pomoću tri mreže konačnih volumena jednakih značajki izvan strukturiranog sloja uz profil, kojima su ostvarene srednje vrijednosti veličine y^+ približno 0,5, 0,1 i 0,02. Pokazano je da, unutar ovog raspona, razlučivost mreže uz stijenku ima vrlo mali utjecaj na koeficijent uzgona pri napadnim kutovima prije značajne separacije, dok u području maksimalnog uzgona i sloma uzgona razlike postaju izražene.

Ključne riječi: aeroprofil, NACA 0012, računalna dinamika fluida, k-ω SST, y^+, slom uzgona

[1] **Izv. prof. dr. sc. Severino Krizmanić, dipl. ing. stroj.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: severino.krizmanic@fsb.unizg.hr

[2] **Matej Burum, univ. bacc. ing. mech., student**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: mb231124@student.fsb.unizg.hr

[3] **Igor Vodopija, univ. mag. ing. mech., asistent**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: igor.vodopija@fsb.unizg.hr

[4] **Doc. dr. sc. Ivan Batistić, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: ivan.batistic@fsb.unizg.hr

1 Uvod

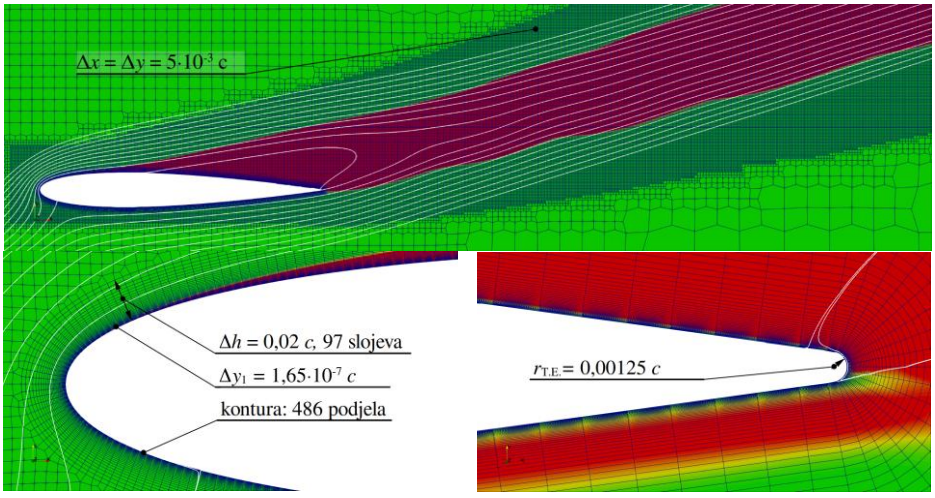
Računalna dinamika fluida standardni je alat pri određivanju aerodinamičkih značajki zrakoplovnih konfiguracija, ali dobiveno rješenje ne mora nužno predstavljati dovoljno dobru aproksimaciju stvarnog strujanja. Standardni k-ε modeli uz zidne funkcije i mreža s prvim čvorom u području $y^+ \approx 30$ prikladni su za velik broj industrijskih strujanja [1], dok se pri modeliranju pojava u graničnom sloju s nepovoljnim gradijentom tlaka i separacije na glatkim aerodinamičkim plohama često primjenjuje k-ω SST model [2] uz izravno razlučivanje područja graničnog sloja uz stijenku, uključujući viskozni podsloj.

Sam uvjet $y^+ < 1$ ne određuje jednoznačno potrebnu razlučivost mreže. U radu se analizira njezin utjecaj na predviđanje koeficijenta uzgona, posebno u području maksimalnog uzgona i sloma uzgona. Odabran je aeroprofil NACA 0012 [3] pri Reynoldsovu broju $Re = 6 \cdot 10^6$, za koji postoje opsežni eksperimentalni podaci [4] i rezultati dobiveni računalnim proračunom RANS (eng. Reynolds-Averaged Navier-Stokes) modela strujanja, dostupni u NASA Turbulence Modeling Resource bazi [5].

2 Numerički model

Analizirano je dvodimenzijsko turbulentno nestlačivo optjecanje aeroprofila NACA 0012. U sklopu sustava jednadžbi RANS modela strujanja odabran je k-ω SST model turbulencije, a proračuni su provedeni programskim paketom OpenFOAM v2106. Kružna vanjska granica udaljena je približno 30 duljina tetive aeroprofila c, a napadni kut zadan je promjenom smjera brzine neporemećene struje.

Za sve slučajeve korištena je jednaka osnovna prostorna diskretizacija. Broj i raspored konačnih volumena duž profila te diskretizacija izvan strukturiranog sloja uz stijenku nisu mijenjani. Razlike između mreža ostvarene su isključivo promjenom diskretizacije u smjeru normale unutar strukturiranog sloja debljine 0,02 c. Na taj je način omogućena neposredna analiza utjecaja razlučivosti mreže uz stijenku i ostvarivanje željene vrijednosti veličine y^+, bez istodobne promjene ostalih značajki prostorne diskretizacije.



a)

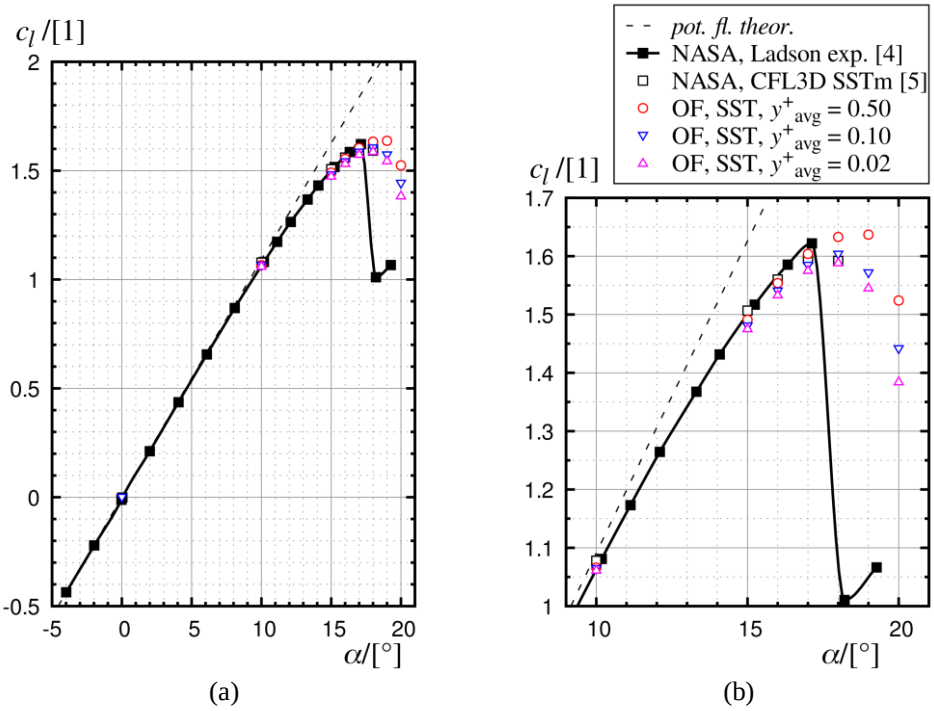
b) c)

Slika 1. Prostorna diskretizacija za slučaj $y^+ \approx 0{,}02$: a) mreža, vrtložni trag i strujnice, b) prednji brid, c) stražnji brid aeroprofila.

Mreže sa srednjim vrijednostima y^+ približno 0,02, 0,1 i 0,5 sadrže 202 423, 194 161 i 186 385 konačnih volumena. Umjesto specijalizirane C-topologije uobičajene u validacijskim proračunima izoliranih aeroprofila korištena je mreža prikladnija za primjenu na složenijim aerodinamičkim geometrijama. Lokalno profinjeno područje iza profila obuhvaća vrtložni trag. Na slici 1 a) vidljivo je da područje profinjenja prati izračunati vrtložni trag i da su polja veličina modela turbulencije dobro prostorno razlučena.

3 Rezultati i diskusija

Na slici 2 prikazana je ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za tri analizirane mreže. Uz rezultate dobivene u ovom radu prikazani su eksperimentalni rezultati Ladsona [4] i rezultati NASA CFL3D računalnog proračuna uz k-ω SSTm model turbulencije [5].



Slika 2. Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu: a) širi raspon napadnih kutova i b) područje maksimalnog uzgona i sloma uzgona.

Pri napadnim kutovima do približno 15° razlike između rezultata dobivenih na tri mreže vrlo su male. Pri $\alpha = 10°$ dobivene su vrijednosti $C_L = 1{,}062$, 1,064 i 1,066, a pri $\alpha = 15°$ vrijednosti 1,476, 1,480 i 1,491 za mreže s $y^+ \approx 0{,}02$, 0,1 i 0,5. Dobivene vrijednosti u tom području dobro se slažu s eksperimentalnim i NASA CFL3D rezultatima [5], što pokazuje da dodatno profinjenje mreže u neposrednoj blizini stijenke gotovo ne utječe na izračun koeficijenta uzgona prije razvoja značajne separacije.

S porastom napadnog kuta razlike postaju izražene. Na mreži s $y^+ \approx 0{,}5$ koeficijent uzgona raste do $C_L = 1{,}637$ pri $\alpha = 19°$, dok se na mrežama s $y^+ \approx 0{,}1$ i 0,02 maksimum pojavljuje pri $\alpha = 18°$ i iznosi 1,603 odnosno 1,589. Nakon maksimuma finije mreže daju i izraženiji pad uzgona. Rezultati dobiveni uz $y^+ \approx 0{,}1$ posebno se dobro slažu s NASA CFL3D SSTm proračunom u području od 16° do 18°.

Eksperimentalni rezultati pokazuju znatno nagliji slom uzgona: u Ladsonovoj seriji koeficijent uzgona iznosi $C_L = 1{,}622$ pri $\alpha = 17{,}13°$, a pri $\alpha = 18{,}21°$ pada na približno 1,01 [4]. Takav prijelaz nije reproduciran niti jednim od prikazanih stacionarnih RANS proračuna. Važno je, međutim, da sve tri analizirane mreže zadovoljavaju uobičajeni kriterij $y^+ < 1$, a ipak daju različitu vrijednost maksimalnog koeficijenta uzgona i različit kut njegove pojave. Samo zadovoljavanje tog kriterija stoga nije dovoljan uvjet za neovisnost predviđanja sloma uzgona o razlučivosti mreže uz stijenku.

4 Zaključak

U radu je analiziran utjecaj razlučivosti mreže uz stijenku na izračun koeficijenta uzgona aeroprofila NACA 0012 primjenom stacionarnog RANS pristupa i k-ω SST modela turbulencije. Pri manjim napadnim kutovima promjena srednje vrijednosti y^+ s približno 0,5 na 0,02 ima vrlo mali utjecaj na izračun koeficijenta uzgona. U području maksimalnog uzgona utjecaj postaje značajan: mreža s $y^+ \approx 0{,}5$ predviđa veću vrijednost maksimalnog uzgona i njegovu pojavu pri većem napadnom kutu, dok se rezultati dobiveni uz $y^+ \approx 0{,}1$ vrlo dobro slažu s drugim računalnim proračunima (NASA CFL3D SSTm [5]). Stacionarni RANS pristup pritom ne reproducira vrlo nagli slom uzgona zabilježen u eksperimentu.

NACA 0012 odabran je prvenstveno zbog dostupnosti opsežnih eksperimentalnih i numeričkih referentnih podataka. Dobiveni rezultati ukazuju na potrebu dodatnog opreza i kod drugih strujanja uz glatke aerodinamičke plohe, kod kojih mjesto separacije nije unaprijed određeno geometrijskim bridom, nego proizlazi iz razvoja graničnog sloja. Pri takvim proračunima kvaliteta numeričkog opisa područja uz stijenku može bitno utjecati na predviđene integralne aerodinamičke značajke, iako je uobičajeni kriterij $y^+ < 1$ zadovoljen.

Literatura

[1] Launder BE, Spalding DB. The numerical computation of turbulent flows. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1974;3(2):269-289.
[2] Menter FR. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA Journal. 1994;32(8):1598-1605.
[3] Abbott IH, von Doenhoff AE. Theory of Wing Sections. New York: Dover Publications; 1959.
[4] Ladson CL. Effects of independent variation of Mach and Reynolds numbers on the low-speed aerodynamic characteristics of the NACA 0012 airfoil section. NASA Technical Memorandum 4074. Hampton: NASA Langley Research Center; 1988.
[5] NASA Langley Research Center. Turbulence Modeling Resource: 2D NACA 0012 Airfoil Validation Case, CFL3D SSTm results. Dostupno na: https://turbmodels.larc.nasa.gov/naca0012_val.html. Pristupljeno: 30.8.2026.

Utjecaj rasporeda solarnih stolova na vjetrovna opterećenja: CFD analiza

Krolo, P.[1], Bolf, D.[2] i Catela, M.[3]

Sažetak
Solarne elektrane na tlu sastoje se od velikog broja solarnih stolova raspoređenih u više redova, zbog čega aerodinamičke interakcije između susjednih redova mogu značajno utjecati na raspodjelu vjetrovnih opterećenja unutar fotonaponskog polja. U radu je provedena numerička analiza primjenom računalne dinamike fluida (CFD) s ciljem procjene utjecaja smjera nastrujavanja, broja redova i njihova međusobnog razmaka na aerodinamičko ponašanje solarnih stolova. Analiziran je idealizirani model solarnog stola pri brzini vjetra od 35 m/s primjenom stacionarnog RANS pristupa i k-ω SST modela turbulencije. Za izolirani solarni stol razmatrana su dva suprotna smjera nastrujavanja, dok su za konfiguracije s dva i tri reda analizirani međusobni razmaci od 3, 4 i 5 m. Dobiveni rezultati pokazuju očekivane aerodinamičke učinke u skladu s prethodnim istraživanjima, uključujući značajan utjecaj smjera nastrujavanja i izraženo zaklanjanje stražnjih redova. Rezultati predstavljaju osnovni slučaj za daljnji razvoj modela i istraživanje utjecaja specifičnih karakteristika strujanja bure na aerodinamička opterećenja fotonaponskih polja.

Ključne riječi: fotonaponsko polje; solarni stolovi; opterećenje vjetrom; CFD; aerodinamičko zaklanjanje; bura

[1] **Izv.prof.dr.sc. Paulina Krolo, dipl.ing.građ**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: paulina.krolo@gradri.uniri.hr
[2]**Dr.sc. Davor Bolf, dipl.ing.brod.**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za brodogradnju i inženjerstvo morske tehnologije, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, e-mail: dbolf@riteh.uniri.hr
[3]**Mauro Catela, student**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet u Rijeci, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: mcatela1@student.uniri.hr

1 Uvod

Solarne elektrane predstavljaju jedan od najbrže rastućih oblika proizvodnje energije iz obnovljivih izvora. Zbog velikih izloženih površina fotonaponskih panela i relativno male vlastite težine nosive konstrukcije, djelovanje vjetra jedno je od mjerodavnih opterećenja pri njihovu projektiranju [1,2]. U Hrvatskoj je ovaj problem posebno izražen u priobalnim područjima izloženima buri, koju karakteriziraju velike brzine, izražena mahovitost te prostorna promjenjivost strujanja povezana sa složenom topografijom [3].

U projektantskoj praksi vjetrovna opterećenja određuju se prema HRN EN 1991-1-4 [1] i pripadajućem Nacionalnom dodatku [2], pri čemu se vjetrovna klima opisuje karakterističnom vrijednošću osnovne brzine vjetra, dok se utjecaji terena, orografije i turbulencije uključuju odgovarajućim parametrima normativnog modela. Takav pristup ne opisuje izravno složena prostorno-vremenska strujanja vjetra karakteristična za buru, što otvara pitanje njezina utjecaja na aerodinamička opterećenja fotonaponskih sustava. Budući da HRN EN 1991-1-4 ne sadrži posebne odredbe za fotonaponske sustave postavljene na tlu, solarni stolovi uobičajeno se razmatraju kao jednostrešne nadstrešnice. Pritom se razmatra pojedinačna, izolirana konstrukcija, bez izravnog uzimanja u obzir aerodinamičkih interakcija između redova unutar fotonaponskog polja. Dosadašnja istraživanja pokazala su da broj redova, njihov međusobni razmak i smjer nastrujavanja značajno utječu na raspodjelu aerodinamičkih opterećenja [4–7]. Strujni tragovi iza izravno izloženih redova mijenjaju opterećenja stolova smještenih dublje unutar polja, zbog čega se za analizu takvih interakcija često primjenjuju metode računalne dinamike fluida (CFD).

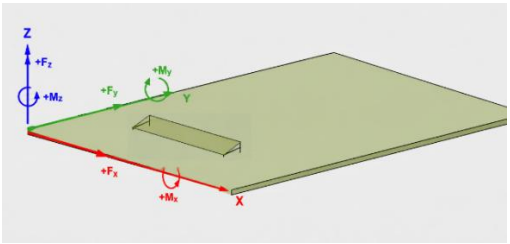
Ovaj rad predstavlja početnu fazu istraživanja u okviru projekta SOLexBORA (Solarne elektrane u ekstremnim uvjetima bure – modeliranje i normizacija). Cilj je uspostaviti CFD model fotonaponskog polja i pri uniformnom nastrujavanju analizirati njegovo ponašanje pri promjeni broja redova, njihova međusobnog razmaka i smjera vjetra. Dobiveni rezultati služe kao osnovni slučaj za buduću usporedbu s numeričkim modelima u koje će biti uključene specifične karakteristike strujanja bure.

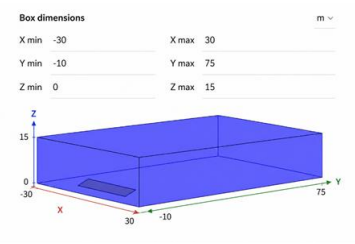
2 Numerički model

2.1 Geometrija i računalna domena

Za potrebe CFD analize izrađen je trodimenzionalni geometrijski model solarnog stola dimenzija 30 × 5 × 0,04 m, nagnutog pod kutom od 20° u odnosu na horizontalnu ravninu. Solarni stol modeliran je kao idealizirana kruta pravokutna ploha, pri čemu konstrukcijski detalji poput nosača, okvira i spojnih elemenata nisu uključeni u model. Niži rub solarnog stola nalazi se na visini od 0,5 m, a viši na visini od 2,2 m iznad razine tla. Geometrijski model s usvojenim koordinatnim sustavom i pozitivnim smjerovima aerodinamičkih sila i momenata prikazan je na Slici 1a. Ukupno je analizirano osam konfiguracija koje se razlikuju prema broju redova, međusobnom razmaku i smjeru nastrujavanja vjetra. Za višeredne konfiguracije analizirana su dva i tri reda s međusobnim razmacima od 3, 4 i 5 m, mjerenima između bridova susjednih redova. Za pojedinačni stol analizirano je nastrujavanje pod kutovima od 0° i 180°.

Računalna domena definirana je kao pravokutni volumen dimenzija 85 × 60 × 15 m (Slika 1b). Dimenzije domene odabrane su tako da se osigura minimalna udaljenost od 10 m između ulazne plohe i prvog reda te 50 m između posljednjeg reda i izlazne plohe. Model je smješten simetrično u odnosu na poprečnu os domene.





(a) (b)

Slika 1. Numerički model: (a) geometrijski model solarnog stola s usvojenim koordinatnim sustavom i (b) računalna domena

2.2 Matematički model i svojstva fluida

Strujanje vjetra opisano je jednadžbom kontinuiteta i Reynoldsovim vremenski osrednjenim Navier–Stokesovim jednadžbama (RANS) [8]. Pri brzini strujanja od 35 m/s promjene gustoće zraka mogu se zanemariti, pa je zrak modeliran kao nestišljiv Newtonov fluid konstantne gustoće $\rho = 1{,}25$ kg/m³. Simulacije su provedene stacionarnim pristupom, pri čemu dobiveni rezultati predstavljaju srednje vrijednosti aerodinamičkih veličina. Takav pristup omogućuje usporedbu različitih geometrijskih konfiguracija pod jednakim uvjetima strujanja, ali ne obuhvaća vremenski promjenjive učinke poput mahovitosti i promjena brzine i smjera vjetra, niti nestacionarne strukture strujanja povezane s odvajanjem toka. Za modeliranje turbulencije korišten je k-ω SST (Shear Stress Transport) model, koji kombinira prednosti k-ω formulacije u području uz stjenku i k–ε formulacije u slobodnoj struji. Model je odabran zbog njegove prikladnosti za opisivanje strujanja s odvajanjem toka i nepovoljnim gradijentima tlaka, karakterističnih za strujanje oko nagnutih solarnih stolova.

2.3 Računalna mreža, rubni uvjeti i numeričke postavke

Prostorna diskretizacija računalne domene provedena je metodom konačnih volumena u programskom alatu SimScale. Korištena je automatski generirana nestrukturirana mreža, s lokalnim progušćenjem uz površine solarnih stolova i tla te automatski generiranim slojevima graničnog sloja. Broj konaćnih volumena ovisi o analiziranoj konfiguraciji i iznosi približno 0,9 milijuna za konfiguraciju s jednim redom, 1,5 milijuna za konfiguracije s dva reda te 1,9 milijuna za konfiguracije s tri reda. Analiza neovisnosti rezultata o gustoći mreže nije provedena te navedeno predstavlja jedno od ograničenja korištenog numeričkog modela.

Na ulaznoj plohi domene primijenjen je rubni uvjet *Velocity inlet* tipa *Freestream* s uniformnim profilom brzine od 35 m/s. Intenzitet turbulencije na ulazu iznosio je 5 %, čemu pri zadanoj brzini odgovara turbulentna kinetička energija $k \approx 4{,}59\, m^2/s^2$. Na izlaznoj plohi propisan je *Pressure outlet* s relativnim statičkim tlakom od 0 Pa. Na površini tla primijenjen je uvjet nepropusne stijenke bez klizanja (*Wall – No Slip*), dok su na bočnim plohama i gornjoj plohi domene primijenjeni uvjeti simetrije. Uniformnim ulaznim profilom zanemarena je promjena brzine vjetra s visinom, a hrapavost stvarnog terena nije uključena u model. Jednaki rubni uvjeti primijenjeni u svim simulacijama omogućuju međusobnu usporedbu analiziranih konfiguracija Budući da su u svim simulacijama primijenjeni jednaki rubni uvjeti, model omogućuje međusobnu usporedbu utjecaja broja redova, razmaka između redova i smjera nastrujavanja. Za

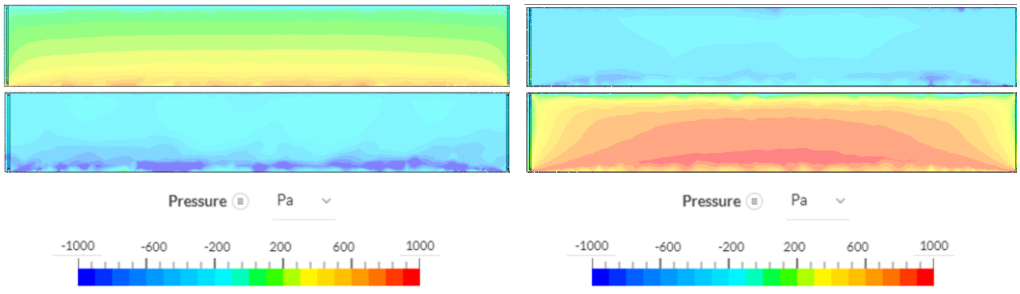
sprezanje polja tlaka i brzine korišten je SIMPLE algoritam. Kriterij konvergencije definiran je rezidualima manjim od 10^{-5} za sve veličine. Konvergencija je dodatno kontrolirana praćenjem rezultantnih sila na solarnim stolovima tijekom iteracija. U svim simulacijama provedeno je 1000 iteracija, a rezultati su očitani nakon stabilizacije rezultantnih sila.

3 Rezultati i rasprava

3.1 Utjecaj smjera vjetra

Radi procjene utjecaja smjera nastrujavanja uspoređeni su rezultati za pojedinačni solarni stol pri kutovima nastrujavanja od 0° i 180°. Pri frontalnom nastrujavanju 0° dobivena je vertikalna sila Fz=-102,22 kN i moment savijanja Mx=84,56 kNm, dok su pri nastrujavanju sa suprotne strane 180° dobivene vrijednosti Fz=179,91 kN i Mx=120,13 kNm. Promjena smjera nastrujavanja stoga ne utječe samo na intenzitet opterećenja, nego uzrokuje i promjenu predznaka vertikalne sile, odnosno promjenu karaktera djelovanja iz dominantno tlačnog u dominantno odižuće. Istodobno se povećava i apsolutna vrijednost momenta savijanja.

Raspodjele tlaka prikazane na Slici 2 pokazuju da promjena smjera nastrujavanja mijenja položaj područja tlaka i podtlaka na površinama stola, što objašnjava promjenu smjera i intenziteta rezultantne vertikalne sile.



(a) (b)

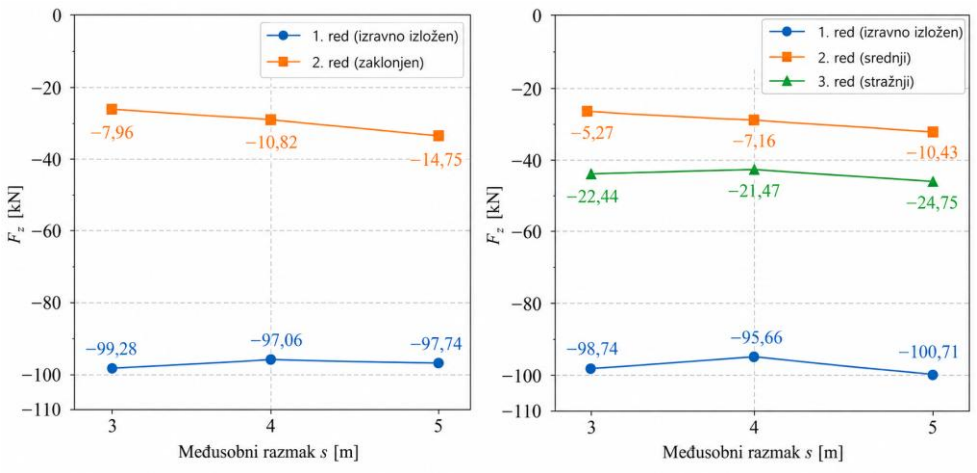
Slika 2. Raspodjela tlaka na solarnom stolu pri smjeru nastrujavanja: (a) 0° i (b) 180°

3.2 Utjecaj broja redova i međusobnog razmaka

Utjecaj aerodinamičke interakcije između susjednih redova analiziran je za konfiguracije s dva i tri reda pri međusobnim razmacima od 3, 4 i 5 m. Kod konfiguracija s dva reda prvi red izravno je izložen nastrujavanju, dok se drugi red nalazi u području strujanja poremećenom prisutnošću prvog reda. Zbog aerodinamičkog zaklanjanja opterećenje drugog reda znatno je manje od opterećenja izoliranog solarnog stola. Povećanjem razmaka apsolutna vrijednost Fz na drugom redu raste sa 7,96 kN pri 3 m na 14,75 kN pri 5 m. Za usporedbu, kod nezaklonjenog pojedinačnog stola dobivena je vrijednost Fz=-102,22 kN. Dobiveni rezultati potvrđuju aerodinamički zaštitni učinak prednjih redova opisan u prethodnim istraživanjima [4–7] te pokazuju da korišteni numerički model kvalitativno reproducira očekivano ponašanje višerednog fotonaponskog polja.

Kod konfiguracija s tri reda prvi red zadržava opterećenje usporedivo s izoliranim solarnim stolom, dok su drugi i treći red znatno manje opterećeni zbog aerodinamičkog zaklanjanja. Drugi red pokazuje porast apsolutne vrijednosti vertikalne sile s povećanjem

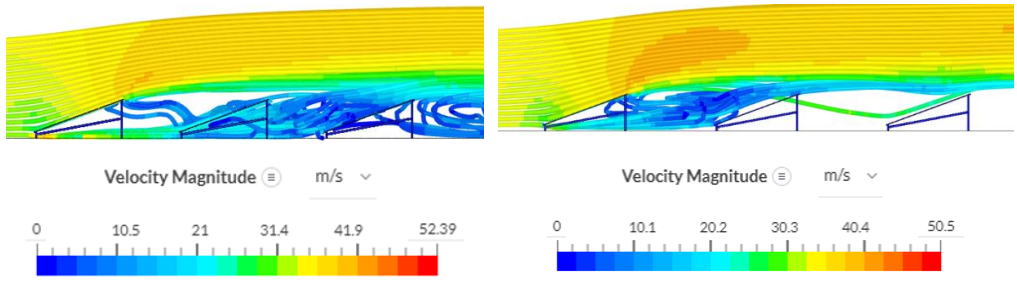
razmaka, od 5,27 kN pri 3 m do 10,43 kN pri 5 m. Kod trećeg reda trend nije potpuno monoton: dobivene su vrijednosti Fz=−22,44, −21,47 i −24,75 kN za razmake 3, 4 i 5 m. Najveće opterećenje trećeg reda dobiveno je pri razmaku od 5 m. U svim analiziranim konfiguracijama treći red opterećen je više od drugog reda, što ukazuje na složenu interakciju strujnih tragova između susjednih redova. Promjena vertikalne sile s međusobnim razmakom za konfiguracije s dva i tri reda prikazana je na Slici 3.



(a) (b)

Slika 3. Utjecaj međusobnog razmaka na vertikalnu silu Fz za konfiguraciju: (a) dva reda i (b) tri reda

Usporedba strujnih polja na Slici 4 pokazuje izraženo područje usporenog strujanja iza prednjih redova te promjenu strukture strujanja s povećanjem međusobnog razmaka. Takva promjena strujnog polja može se povezati s različitim razinama opterećenja stražnjih redova i pokazuje da učinak zaklanjanja ne ovisi samo o položaju reda, nego i o međusobnom razmaku stolova. Nemonotona promjena opterećenja trećeg reda dodatno upućuje na osjetljivost aerodinamičke interakcije na strukturu strujanja između redova



(a) (b)

Slika 4. Strujno polje oko tri reda solarnih stolova pri razmacima: (a) 3 m i (b) 5 m

4 Zaključak

Provedene CFD analize pri uniformnom i stacionarnom nastrujavanju pokazale su značajan utjecaj smjera vjetra na opterećenje izoliranog solarnog stola te izražen učinak aerodinamičkog zaklanjanja kod višerednih konfiguracija. Opterećenja drugog i trećeg reda znatno su manja od opterećenja izravno izloženog prvog reda, dok rezultati za tri reda pokazuju da promjena opterećenja s međusobnim razmakom nije nužno monotona, što se može povezati s interakcijom strujnih tragova između susjednih stolova. Dobiveni rezultati predstavljaju osnovni slučaj za sljedeću fazu projekta SOLexBORA, u kojoj će se numerički model nadograditi karakteristikama strujanja bure radi utvrđivanja njihova utjecaja na aerodinamičku interakciju između redova i mjerodavna opterećenja fotonaponskih konstrukcija.

Zahvala

Ovo istraživanje provedeno je u okviru znanstvenog projekta „Solarne elektrane u ekstremnim uvjetima bure – modeliranje i normizacija (SOLexBORA)" (šifra projekta: uniri-mzi-25-51), financiranog sredstvima Mehanizma za oporavak i otpornost (izvor 581) na Sveučilištu u Rijeci.

Literatura

[1] HRN EN 1991-1-4:2012. Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-4: Opća djelovanja – Djelovanja vjetra. Hrvatski zavod za norme, Zagreb.
[2] HRN EN 1991-1-4/NA:2012. Nacionalni dodatak HRN EN 1991-1-4. Hrvatski zavod za norme, Zagreb.
[3] Lepri, P.; Značajke bure u prizemnom sloju atmosfere iznad brdovitog terena, Doktorski rad; Prirodoslovno-matematički fakultet, Geofizički odsjek, Sveučilište u Zagrebu; Zagreb; 2023
[4] Sun, J., He, Y., Li, X., Lu, Z., Yang, X.; CFD simulations for layout optimal design for ground-mounted photovoltaic panel arrays; Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics; 2023; 242, DOI: 10.1016/j.jweia.2023.105558
[5] Jubayer, C.M., Hangan, H.; A numerical approach to the investigation of wind loading on an array of ground-mounted photovoltaic panels; Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics; 2016, 153; 60-70; DOI: 10.1016/j.jweia.2016.03.009
[6] Romer, P., Pethani, K.B., Beinert, A.J.; Effects of Wind Load on the Mechanics of a PV Power Plant; WCPEC-8; Milan; 2022
[7] Aly, A.M., Whipple, J.; Wind Forces on Ground-Mounted Photovoltaic Solar Systems: A Comparative Study; Applied Solar Energy; 2021; 57(6); 444-471; DOI: 10.3103/S0003701X21050030
[8] Versteeg, H.K., Malalasekera, W.; An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method; Pearson Education; 2007

Modeliranje krivulja puzanja čelika primjenom neuronskih mreža

Kršćanski, S.[1] i Brčić, M.[2]

Sažetak
Puzanje čelika na povišenim temperaturama često je proučavan fenomen povezan sa procjenom integriteta i preostalog životnog vijeka inženjerskih konstrukcija. Tradicionalne analitičke i reološke jednadžbe, poput Burgersovog i SLS modela, često pokazuju ograničenja pri opisu nelinearnih prijelaznih faza te pri dugoročnom predviđanju deformacije, a posebno izvan vremenskog perioda za koji su izvedeni. U ovom radu razvijena je jednostavna fizikom informirana neuronska mreža (FINM, *eng.* Physics-informed neural network - PINN), a koja je primijenjena za predviđanje ponašanja puzanja čelika AISI 303 pri temperaturi od 500 °C i rasponu naprezanja od 160 do 249 MPa. Funkcija gubitka integrira eksperimentalne podatke, rubne uvjete te fizikalni gubitak zasnovan na osnovnim zakonitostima mehanike puzanja. Optimizacija je provedena AdamW algoritmom te se je praćenjem promjene funkcije gubitka pokušalo spriječiti prekomjerno prilagođavanje podacima (*eng.* overfitting). Dobiveni rezultati pokazuju da je korištena neuronska mreža ostvarila veću točnost u usporedbi sa klasičnim Burgersovim modelom na svim razinama naprezanja, što je potvrđeno izračunatim koeficijentima determinacije R^2 i grafovima krivulja puzanja dobivenih razvijenim modelom neuronske mreže. Dobivena fizikom informirana neuronska mreža bolje prati cijelu krivulju puzanja od referentnog model, a posebno dobro prati nelinearnost prelaska primarnog u sekundarno puzanje te preciznije opisuje sekundarnu fazu puzanja. Može se zaključiti da dobiveni jednostavan fizikom informirani model neuronskih mreža u potpunosti nadilazi točnost jednadžbi modela puzanja dostupnih u referentnoj literaturi, dokazujući se kao pouzdan i fleksibilan alat za inženjersko predviđanje pojave puzanja u primarnoj i sekundarnoj fazi.

Ključne riječi: puzanje, čelik, fizikom informirane neuronske mreže, modeliranje deformacije, visoke temperature

[1] **Dr. sc. Sanjin Kršćanski, izvanredni profesor**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, e-mail: sanjin.krscanski@riteh.uniri.hr
[2] **Dr. sc. Marino Brčić, redoviti profesor**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, e-mail: marino.brcic@riteh.uniri.hr

1 Uvod

U suvremenim inženjerskim primjenama, konstrukcijski materijali poput čelika često su izloženi ekstremnim radnim uvjetima koji uključuju visoke temperature i dugotrajna mehanička opterećenja. Takvi uvjeti tipični su npr. za postrojenja u energetici, zrakoplovnoj industriji i sl. Pri temperaturama koje prelaze otprilike 40% apsolutne temperature tališta materijala, čelik podliježe pojavi puzanja, odnosno vremenski ovisnoj i nepovratnoj deformaciji materijala pod djelovanjem konstantnog naprezanja koje je obično niže od granice razvlačenja na toj temperaturi [1]. Klasično modeliranje pojave puzanja oslanja se na empirijske relacije, kao što je npr. Norton-Baileyjev zakon [1], ili na reološke modele, poput Burgersovog ili SLS modela [2, 3]. Reološki modeli odvojeno opisuju elastične, viskoelastične i viskoplastične komponente, a unatoč širokoj primjeni, matematička krutost takvih jednadžbi ograničava njihovu točnost pri modeliranju nelinearnog primarnog puzanja i ekstrapolaciji izvan raspona mjerenja, kao i mogućnost da se uopće predvidi i modelira mogućnost tercijarne faze puzanja materijala.

Kako bi se prevladala spomenuta ograničenja, istraživanja u znanosti o materijalima sve se češće okreću metodama strojnog učenja. Umjetne neuronske mreže posjeduju svojstvo univerzalnih aproksimatora, što im omogućava mapiranje složenih, visoko nelinearnih relacija bez potrebe za pretpostavkama o obliku funkcije. Poseban iskorak u ovom području predstavljaju fizikom informirane neuronske mreže (FINM, *eng.* Physics-Informed Neural Networks - PINN). Ovi modeli u proces učenja, osim samih eksperimentalnih podataka, integriraju i poznate fizikalne zakonitosti, termodinamička ograničenja ili konstitutivne jednadžbe u samu funkciju gubitka sustava [4].

Cilj ovog rada je usporediti točnost i sposobnost ekstrapolacije klasičnog Burgersovog modela i razvijene arhitekture fizikalno proširene neuronske mreže na primjeru kratkoročnog puzanja čelika AISI 303 pri 500 °C, za područje primarnog i sekundarnog puzanja.

2 Materijali i metode

2.1 Eksperimentalni podaci i Burgersov matematički model

Za potrebe razvoja i validacije modela korišteni su eksperimentalni podaci preuzeti iz referentnih istraživanja puzanja za čelik AISI 303 pri povišenim temperaturama [2]. Analizirane su tri različite razine konstantnog naprezanja, od 160 MPa, 191 MPa i 249 MPa, a koje se poklapaju sa eksperimentalno ispitanim razinama naprezanja.

Tablica 1. Parametri Burgersovog modela za AISI 303 za T = 500°C [2]

Veličina	***Vrijednost***	***Mjerna jedinica***
Temperatura, T	500	°C
Naprezanje, σ	160 – 249	MPa
Modul elastičnosti, E	135	GPa
E_1	$1{,}74983 \cdot 10^9 - 3{,}62083 \cdot \sigma$	Pa
η_1	$1{,}07884 \cdot 10^8 + 2{,}13119 \cdot \sigma$	Pa min
η_2	$7{,}22775 \cdot 10^{12} - 19526{,}5 \cdot \sigma$	Pa min

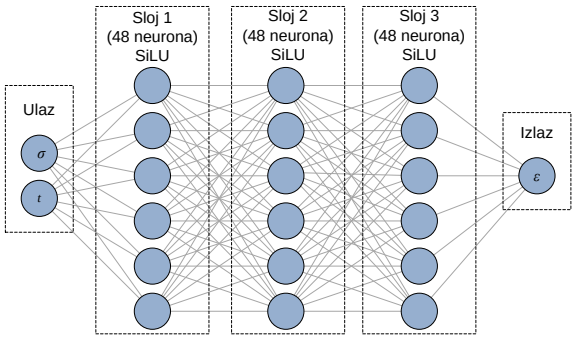
Za obuhvaćanje kompleksnijeg vremenskog odziva materijala u ovom radu kao referentni analitički model iz literature koristi se Burgersov reološki model:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e + \varepsilon_p + \varepsilon_s = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{E_1}\left(1 - e^{-\frac{E_1 t}{\eta_1}}\right) + \frac{\sigma t}{\eta_2}. \quad (1)$$

gdje su E i E_1 moduli elastičnosti, a η_1 i η_2 koeficijenti viskoznosti. Vrijednosti modula elastičnosti i koeficijenata Burgersovog modela za analizirani materijal na spomenutoj temperaturi dani su izrazima preuzetima iz [2], a dani su u tablici 1.

2.2 Arhitektura modela fizikalno proširene neuronske mreže

Model razvijene fizikom informirane neuronske mreže (FINM) temeljen je na višekanalnom perceptronu (*eng.* Multi-Layer Perceptron, MLP) koji se sastojao od ulaza, skrivenih slojeva i izlaza. Ulazne vrijednosti u model bile su naprezanje (σ) i vrijeme (t), a kao izlaz daje ukupnu deformaciju puzanja (ε). Skriveni sloj sastojao se od 3 sloja po 48 neurona sa Swish (SiLU) aktivacijskom funkcijom. Takva struktura neuronske mreže naziva se još i unaprijedna neuronska mreža (*eng.* Feedforward Neural Network, FNN), a spomenuta struktura korištene neuronske mreže može vidjeti na slici 1.



Slika 1. Arhitektura neuronske mreže

Ukupna funkcija gubitka L_{ukupno} formulirana je izrazom (3) kao težinska suma glavnih triju komponenata gubitka:

$$L_{ukupno} = 1{,}0 \cdot L_{podaci} + 1{,}1 \cdot L_{rubni} + 0{,}7 \cdot L_{fizika}. \quad (3)$$

Gubitak podataka (L_{podaci}), definiran izrazom (4), kvantificira odstupanje (srednju kvadratnu pogrešku, MSE) između predviđanja neuronske mreže $\hat{\varepsilon}$ i eksperimentalno izmjerenih vrijednosti deformacije ε_{exp}:

$$L_{podaci} = \frac{1}{N_p}\sum_{i=1}^{N_p}\left(\hat{\varepsilon}(t_i, \sigma_i) - \varepsilon_{exp}(t_i, \sigma_i)\right)^2, \quad (4)$$

rubni gubitak (L_{rubni}), definiran izrazom (5), osigurava zadovoljenje početnog fizikalnog uvjeta u trenutku $t = 0$, odnosno $\varepsilon(0, \sigma) = \frac{\sigma}{E}$:

$$L_{rubni} = \frac{1}{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} \left(\hat{\varepsilon}(0, \sigma_j) - \frac{\sigma_j}{E} \right)^2, \tag{5}$$

a fizikalni gubitak (L_{fizika}) sastoji se od tri zasebna dijela koji penaliziraju odstupanja od diferencijalnih zakonitosti mehanike puzanja, kao što je definirano izrazom (6):

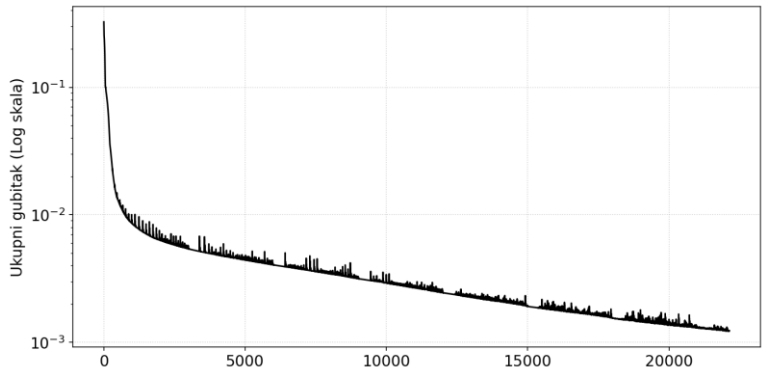
$$L_{fizika} = L_{f1} + L_{f2} + L_{f3}. \tag{6}$$

Vremenska monotonost (L_{f1}) penalizira fizikalno nemoguće negativne brzine puzanja ($\frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial t} < 0$), čime se osigurava da pod konstantnim opterećenjem deformacija monotono raste s vremenom, monotonost po naprezanju (L_{f2}) penalizira slučajeve u kojima bi veće naprezanje rezultiralo manjom deformacijom ($\frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \sigma} < 0$), a regularizacija konveksnosti (L_{f3}) penalizira negativnu vrijednost druge derivacije deformacije po naprezanju ($\frac{\partial^2 \hat{\varepsilon}}{\partial^2 \sigma} < 0$), čime se osigurava da konveksnost predviđene krivulje.

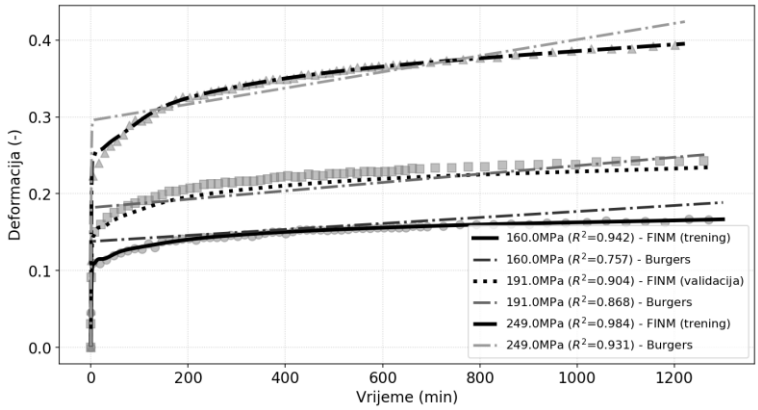
Za optimizaciju parametara mreže i minimizaciju ukupne funkcije gubitka korišten je AdamW optimizacijski algoritam [5]. Model je treniran na eksperimentalnim podacima najniže (160 MPa) i najviše (249 MPa) razine naprezanja, dok su podaci za srednju razinu naprezanja (191 MPa) isključeni iz procesa treniranja i korišteni samo za validaciju sposobnosti modela za predviđanje deformacije puzanja na nepoznatoj razini naprezanja.

3 Rezultati

Proces učenja same neuronske mreže pokazao je kontinuirani, stabilan pad funkcije L_{ukupno} kroz nešto više od 22000 epoha te je automatski prekinut kada ukupna funkcija gubitka nije pokazivala značajne promjene, što možemo vidjeti na slici 2.



Slika 2. Krivulja konvergencije ukupnog gubitka (L_{ukupno}) tijekom treniranja modela neuronske mreže



Slika 3. Usporedba eksperimentalnih krivulja puzanja za AISI 303 na 500°C sa predikcijama Burgersovog i FINM modela.

Analizom krivulja na slici 3 možemo primjetiti da Burgersov model teže prati prijelaz iz primarnog u sekundarnu fazu puzanja te značajno odstupa pri ekstrapolaciji. Fizikom informirani model neuronske mreže puno vjernije prati eksperimentalne točke kroz sve faze puzanja, a posebno se može primjetiti da bolje prati stvarni oblik eksperimentalno dobivene krivulje puzanja. S obzirom da je model treniran samo na ekstremima područja modeliranih raspona naprezanja, odnosno krivuljama sa razinama naprezanja od 160 i 249 MPa, može se primjetiti nešto lošije predviđanje deformacije za srednju razinu naprezanja od 191 MPa. Unatoč tome, FINM model značajno bolje prati oblik krivulje puzanja i na toj razini naprezanja te se vidi da do 800 minuta značajno točnije predviđa deformaciju zbog puzanja nego što je to slučaj sa Burgersovim modelom.

Koeficijenti determinacije R^2 iz Tablice 2 potvrđuju prednost FINM arhitekture u odnosu na klasični Burgersov model, a koja je vidljiva i na boljem opisivanju eksperimentalnih krivulja na slici 3. Pri 160 MPa FINM ostvaruje $R^2 = 0{,}942$, naspram vrijednosti od $0{,}757$ kod Burgersovog modela, a pri 249 MPa FINM dostiže vrijednost od $R^2 = 0{,}984$ koja je također bolja nego kod Burgersovog modela.

Tablica 2. Usporedba koeficijenata determinacije za Burgersov i FINM model

Naprezanje (σ)	**R^2 (Burgers)**	**R^2 (FINM)**
160 MPa	0,757	0,942
191 MPa	0,868	0,904
249 MPa	0,931	0,984

Trodijelnim fizikalnim gubitakom i praćenjem njegove promjene spriječeno je prekomjerno prilagođavanje (*eng.* overfitting) podacima te je time omogućeno pouzdanije ekstrapoliranje krivulja za razine naprezanja izvan područja podataka koji su korišteni za treniranje. To možemo vidjeti i usporedbom FINM modela sa eksperimentalnim podacima za razinu naprezanja od 191 MPa, čiji podaci, kao što je već prije spomenuto, nisu korišteni u

procesu treniranja samog FINM modela. Unatoč tome FINM model uspijeva pratiti eksperiment razumno dobro i za tu razinu te ostvaruje bolji koeficijent determinacije od Burgers modela.

4 Zaključak

U ovom radu prikazan je jednostavan model fizikom informirane neuronske mreže sa 3 sloja po 48 neurona koji koriste Swish aktivacijsku funkciju, razvijen za modeliranje krivulja puzanja AISI 303 čelika na 500°C. Razvijeni FINM model nadmašio je klasični Burgersov model u točnosti opisivanja puzanja čelika AISI 303 na 500 °C. Model je ostvario više vrijednosti koeficijenta determinacije na svim razinama naprezanja, s posebno naglašenom prednošću moreliranja nelinearnoog prijelaza iz primarne u sekundarnu fazu puzanja. Uvođenje trodijelnog fizikalnog gubitka osiguralo je da FINM u ekstrapolaciji u potpunosti uspije nadmašiti klasične jednadžbe puzanja iz referentne literature, čineći ga pouzdanim alatom za inženjersku praksu.

Zahvale

Financira Europska unija – NextGenerationEU - FINM-MEH - uniri-mzi-25-16 i OM3D:ENMEH - uniri-iz-25-73. Izneseni stavovi i mišljenja samo su autorova i ne odražavaju nužno službena stajališta Europske unije ili Europske komisije. Ni Europska unija ni Europska komisija ne mogu se smatrati odgovornima za njih. Autori se zahvaljuju na svim dobivenim sredstvima.

Funded by
the European Union
NextGenerationEU

Literatura

[1] Brnić, J.; Analysis of Engineering Structrures and Material Behavior; John Wiley & Sons; 2018.

[2] Brnić, J., Turkalj, G., Čanađija, M., Lanc, D. i Kršćanski, S.; Responses of Austenitic Stainless Steel American Iron and Steel Institute (AISI) 303 (1.4305) Subjected to Different Environmental Conditions; Journal of Testing and Evaluation; 2012; 40-2; 319-328.

[3] Brnić, J., Turkalj, G., Kršćanski, S., Vukelić, G., Čanađija, M.; Uniaxial Properties versus Temperature, Creep and Impact Energy of an Austenitic Steel; High Temperature Materials and Processes; 2017; 36-2; 135-143.

[4] Raissi, M., Perdikaris, P., Karniadakis, G.E.; Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations; Journal of Computational Physics; 2019; 378; 686-707.

[5] Loshchilov, I., Hutter, F.; Decoupled Weight Decay Regularization; Proceedings of the 7th International Conference on Learning Representations (ICLR); 6.-9.svibnja 2019.; New Orleans, LA, USA, arXiv:1711.05101.

Mehaničko ispitivanje 3D ispisanih polimernih materijala za medicinsku primjenu

Labar, L.[1] i Virag, L.[2]

Sažetak
Kardiovaskularne bolesti vodeći su uzrok smrtnosti u svijetu. Najčešća među njima je ateroskleroza, lokalna upalna bolest koja nastaje nakupljanjem plaka na stijenkama krvnih žila. Jedan od načina liječenja je ugradnja stenta, koji se tradicionalno izrađuju od materijala s metalnom bazom i polimernom prevlakom s lijekom. Zbog razlike u podatljivosti između metala i krvne žile, koja može uzrokovati komplikacije nakon ugradnje, sve se više razmatra primjena polimernih materijala. Kako polimeri imaju značajno lošija mehanička svojstva, prije procjene dugotrajne učinkovitosti takvih stentova nužno je detaljno ispitati materijal. U ovom radu provedena su mehanička ispitivanja biokompatibilnog polimera Liqcreate BioMed Clear, iz kojeg su ispitna tijela izrađena 3D ispisom tehnologijom stereolitografije. Ispitivanja su obuhvatila jednoosne vlačne pokuse do loma pri brzini razvlačenja čeljusti od 1 mm/min te pokuse relaksacije s tri razine deformacije i tri perioda relaksacije u trajanju od 20 min. Svi pokusi provedeni su u četiri uvjeta: u zraku i vodi pri 22 °C, te u vodi na 32 °C i 37 °C, kako bi se ocijenio utjecaj vlage i temperature. Pokazano je da i vlaga i temperatura značajno utječu na odziv materijala.

Ključne riječi: mehaničko ispitivanje, 3D ispis, stent, arterija

[1] **Luka Labar, asistent**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10002, Zagreb, e-mail: luka.labar@fsb.unizg.hr
[2] **Dr. sc. Lana Virag, docent**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10002, Zagreb, e-mail: lana.virag@fsb.unizg.hr

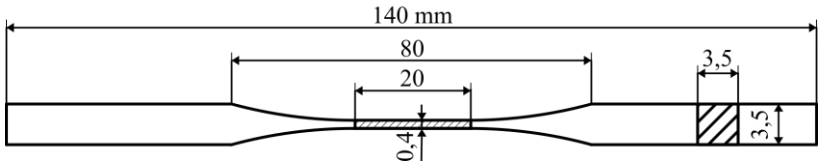
1 Uvod

Ateroskleroza je najčešća kardiovaskularna bolest i vodeći uzrok smrtnosti u svijetu. Jedna od najčešćih kirurških metoda liječenja ateroskleroze je ugradnja stenta [1]. Tradicionalno, stentovi su se izrađivali od metalnih materijala zbog njihovih izvrsnih mehaničkih svojstava. Međutim, razlika u podatljivosti metala i krvne žile može uzrokovati postoperativne komplikacije [2]. Iz tog razloga, razvijena je ideja o stentovima izrađenim od polimernih materijala. S obzirom na znatno slabija mehanička svojstva polimera u usporedbi s metalnima, kao i potencijalnu pojavu puzanja, potrebno je provjeriti zadovoljavaju li takvi materijali minimalne uvjete (odnosno hoće li dovoljno smanjiti stenozu nakon ugradnje te mogu li trajno vršiti svoju funkciju).

Međutim, prije same provjere dugotrajne funkcije stentova izrađenih od polimernih materijal, potrebno je odrediti mehanička svojstava samog polimera. U tu svrhu, provedena su cjelovita mehanička ispitivanja biokompatibilnog polimera koja obuhvaćaju klasične jednoosne vlačne testove te pokuse relaksacije.

2 Materijal i metode

Mehanička ispitivanja provedena su nad Liqcreate BioMed Clear materijalom, koji je odabran jer zadovoljava uvjet biokompatibilnosti te je dobro poznat u primjeni za proizvodnju zubnih aparatića. Iz odabrane tekuće smole su ispitna tijela potrebna za mehaničko ispitivanje proizvedena 3D ispisom primjenom tehnologije stereolitografije (SLA). Dimenzije ispitnih tijela, prikazane su na slici 1, su odabrane s ciljem da sa tanjom epruvetom, sličnoj debljini struta stenta, do loma dođe u ispitnoj zoni.



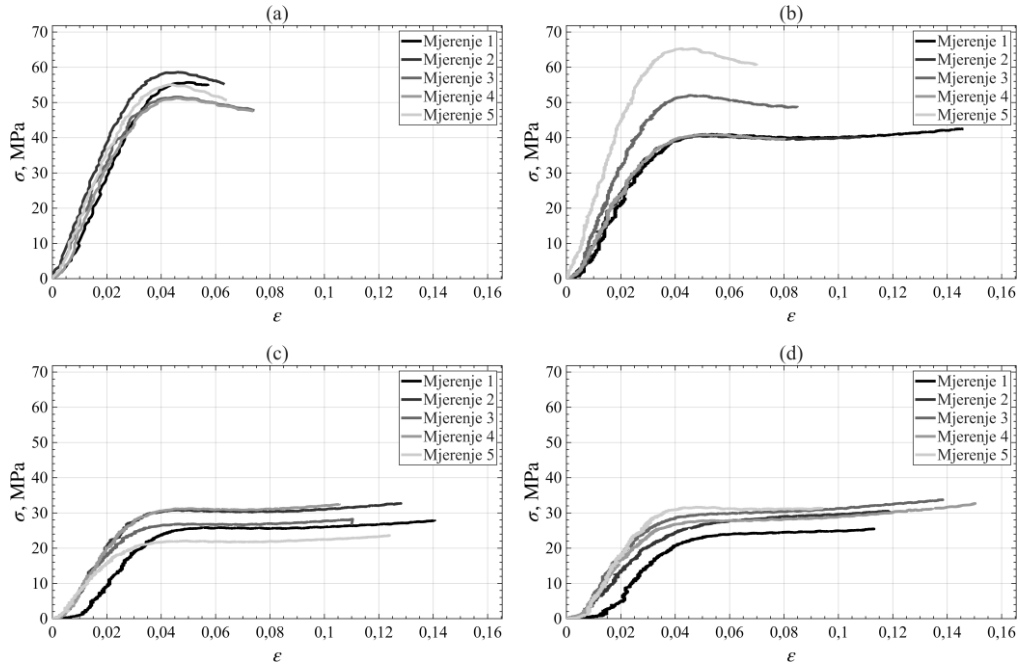
Slika 1 – Dimenzije ispitnih tijela.

Sva ispitivanja provedena su u zraku i vodi na temperaturi od 22 °C kako bi se ocijenio utjecaj vlage na ponašanje materijala te u vodi na temperaturama od 32 °C koja odgovara prosječnoj temperaturi usne šupljine i na 37 °C što je normalna tjelesna temperatura tj. temperatura krvi.

Provedeni su klasični jednoosni testovi do loma pri konstantnoj brzini razvlačenja svake čeljusti kidalice od 1 mm/min. Također, budući polimerni materijali obično pokazuju svojstvo viskoelastičnosti, provedeni su pokusi relaksacije tako da je epruveta rastegnuta do određenog iznosa opterećenja te je nakon toga zadržana konstantna deformacija u periodu od 20 min. Po isteku tog perioda ponovno je epruveta rastegnuta do većeg iznosa opterećenja te potom ponovno ostavljena da se relaksira 20 min. Eksperiment se ukupno sastojao od tri iznosa opterećenja i tri perioda relaksacije.

3 Rezultati

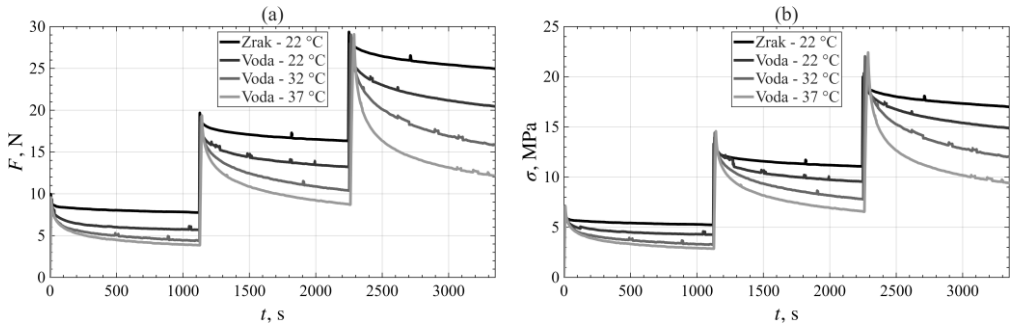
Provedenim jednoosnim vlačnim ispitivanjem dobiveni su dijagrami stvarno (Cauchyevo) naprezanje-stvarna (logaritamska) deformacija za spomenute uvjete ispitivanja te su prikazani na slici 2.



Slika 2 – Dijagrami stvarno (Cauchyevo) naprezanje-stvarna (logaritamska) deformacija: (a) u zraku temperature 22 °C; (b) u vodi temperature 22 °C; (c) u vodi temperature 32 °C; (d) u vodi temperature 37 °C.

Iz dobivenih rezultata vidljiv je očit utjecaj vlage na ponašanje materijala (slika 2a i 2b): znatno smanjena vlačna čvrstoća te povećana istezljivost. Sa slika 2b-2d je očit utjecaj temperature, koji uključuje smanjenje krutosti i čvrstoće, dok istezljivost ostaje nepromijenjena. Također, vidljivo je relativno veliko rasipanje rezultata u seriji mjerenja za iste uvjete i dimenzije ispitnog tijela što se može dominantno može pripisati samoj tehnologiji proizvodnje. Naime, kod svih ispitnih tijela bile su golim okom vidljive očite nepravilnosti u strukturi te relativno velike razlike u dimenzijama ispisanih ispitnih tijela u odnosu na modele.

U slučaju pokusa relaksacije za sva četiri uvjeta ispitivanja, promjena sile u vremenu je prikazana slikom 3. Kao i u slučaju jednoosnog vlačnog testa do loma i ovdje je očito vidljiv utjecaj i temperature i vlage na ponašanje materijala. S dijagrama je vidljivo da su viskoelastični efekti na zraku na sobnoj temperaturi su zanemarivi, dok su u vodi na istoj temperaturi zamjetni. Smanjenje sile tijekom relaksacije se povećava s povećanjem temperature. Također, iz dijagrama je vidljivo da materijal nije u potpunosti relaksiran. Za oporavak materijala je bilo potrebno oko 60 minuta te se očekuje da je potrebno slično vrijeme da bi se sila ustalila tijekom relaksacije.



Slika 3 – Dijagrami relaksacije za sva 4 uvjeta okoline: (a) promjena sile u vremenu; (b) promjena stvarnog (Cauchyevog) naprezanja u vremenu.

4 Zaključak

Provedena mehanička ispitivanja biokompatibilnog polimera Liqcreate BioMed Clear, izrađenog SLA postupkom 3D ispisa, dala su uvid u ponašanje materijala u uvjetima važnima za primjenu u kardiovaskularnim stentovima i ortodontskim udlagama. Rezultati jasno pokazuju da prisutnost vlage i različite temperature bitno mijenjaju odziv materijala. Posljedica toga je da se mehanička svojstva određena u zraku pri sobnoj temperaturi ne mogu izravno primijeniti u proračunu stenta, već karakterizaciju treba provoditi u uvjetima koji odgovaraju stvarnim uvjetima.

Već prvi rezultati pokazuju na znatno smanjenje krutosti materijala i velike viskoelastične efekte u vlazi na temperaturi usne šupljine ili krvi, pa se očekuje i znatno puzanje materijala. Iz tog razloga je upitna korisnost odabranog materijala za medicinske svrhe.

Zahvale

Ovaj rad financiran je od strane Hrvatske zaklade za znanost (HRZZ) u sklopu projekta „Numerička procjena učinkovitosti 4D ispisanih karotidnih stentova“ (FORECAST), IP-2022-10-1497 i sredstvima Europske unije (NextGenerationEU) u sklopu Nacionalnog plana oporavka i otpornosti 2021. – 2026. (NPOO), kroz institucionalni projekt Sveučilišta u Zagrebu Fakulteta strojarstva i brodogradnje „Polimeri za aditivnu proizvodnju“ odobrenog od Ministarstva znanosti, obrazovanja i mladih (komponenta C3.2., izvor 581).

Literatura

[1] Willerson JT, Ridker PM. Inflammation as a cardiovascular risk factor. Circulation 2004;109:2–11. https://doi.org/10.1161/01.cir.0000129535.04194.38.
[2] Yeazel TR, Becker ML. Advancing Toward 3D Printing of Bioresorbable Shape Memory Polymer Stents. Biomacromolecules 2020;21:3957–65. https://doi.org/10.1021/acs.biomac.0c01082.

Numerička analiza utjecaja stenta od Nitinola i stenta od polimera s memorijom oblika na stijenku arterije

Lisac, A.[1], Virag, L.[2] i Karšaj, I.[3]

Sažetak
U radu je provedena numerička analiza adaptacije karotidne arterije nakon ugradnje stenta izrađenog od Nitinola i polimera s memorijom oblika (SMP). Arterijska stijenka opisana je modelom rasta i promjene strukture (eng. *growth and remodeling*, G&R), kojim se uz mehanički odgovor uzimaju u obzir i promjene mase osnovnih konstituenata arterije. U model su uključeni arterija, aterosklerotski plak i stent, pri čemu je početna stenoza iznosila 50 %. Za istu geometriju stenta uspoređena su dva materijala različite krutosti. Rezultati su pokazali da Nitinol stent uzrokuje veće proširenje arterije, ali i veća naprezanja u arterijskoj stijenci te izraženiju proizvodnju njezinih konstituenata. SMP stent, zbog manje krutosti, uzrokuje manja naprezanja i slabiji odgovor tkiva, što može biti povezano s manjim rizikom od neointimalne hiperplazije i in-stent restenoze. Međutim, njegova manja krutost rezultira i manjim proširenjem arterije, što može dovesti do nedovoljnog povećanja lumena. Rezultati upućuju na potrebu za pronalaženjem optimalnog odnosa između dovoljne radijalne potpore stenta i što manjeg mehaničkog opterećenja arterijske stijenke.

Ključne riječi: stent, arterija, metoda konačnih elemenata, model rasta i promjene strukture, Nitinol, polimer s memorijom oblika

[1] **Ana Lisac, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehnički mehaniku, Ivana Lučića 5, 10 002 Zagreb, e-mail: ana.lisac@fsb.unizg.hr
[2] **doc. dr. sc. Lana Virag, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehnički mehaniku, Ivana Lučića 5, 10 002 Zagreb, e-mail: lana.virag@fsb.unizg.hr
[3] **prof. dr. sc. Igor Karšaj, dipl. ing.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehnički mehaniku, Ivana Lučića 5, 10 002 Zagreb, e-mail: igor.karsaj@fsb.unizg.hr

1 Uvod

Prema podacima Svjetske zdravstvene organizacije, kardiovaskularne bolesti (KVB) vodeći su uzrok smrtnosti u svijetu te su 2022. godine bile odgovorne za približno 32 % svih smrtnih slučajeva. Jedan od najčešćih uzroka KVB-a je ateroskleroza, upalna bolest koja može dovesti do suženja ili potpunog prekida protoka krvi kroz arterijski lumen. Suženje karotidnih arterija, odnosno stenoza, može značajno povećati rizik od moždanog udara.

Jedna od metoda liječenja karotidne stenoze je angioplastika, često u kombinaciji s ugradnjom stenta. Stent je mrežasta cjevasta struktura koja proširuje suženi lumen, ponovno uspostavlja protok krvi i smanjuje rizik od restenoze. Stentovi se izrađuju od metalnih i polimernih materijala, a prema načinu ugradnje dijele se na balonom proširive i samoekspandirajuće.

Najčešće korišteni karotidni stentovi izrađeni su od legure nikla i titana (Nitinol), koja zbog superelastičnosti i memorije oblika [1] omogućuje fleksibilnost i prilagodbu zakrivljenoj anatomiji krvne žile [2]. Međutim, veća krutost metalnog stenta u odnosu na arterijsku stijenku može uzrokovati lokalno povećana naprezanja na mjestu kontakta. Alternativu predstavljaju polimerni stentovi manje krutosti, među kojima se izdvajaju stentovi od polimera s memorijom oblika (eng. *shape memory polymer*, SMP). Njihova niža krutost omogućuje bolju mehaničku prilagodbu arteriji, a aditivnom proizvodnjom moguće je izraditi trodimenzionalne stentove prilagođene anatomiji pacijenta i minimalno invazivnoj ugradnji [3].

Numeričke metode omogućuju proučavanje mehaničkog odgovora stenta i arterijske stijenke te, nakon odgovarajuće verifikacije i validacije, mogu smanjiti potrebu za skupim eksperimentalnim ispitivanjima. Metoda konačnih elemenata (MKE) široko se primjenjuje za optimiranje geometrije, dimenzija, fleksibilnosti i mehaničkog ponašanja stentova [4].

Modeliranje bioloških tkiva dodatno je složeno zbog njihove dugotrajne prilagodbe promjenama mehaničkog i biološkog okruženja, koja uključuje promjene mase i mikrostrukture. Takve promjene tijekom vaskularne adaptacije mogu se opisati modelima rasta i promjene strukture (eng. *growth and remodeling*, G&R) [5], kojima je moguće predvidjeti dugoročni odgovor arterijske stijenke, uključujući adaptaciju nakon ugradnje stenta.

2 Metode

Arterije su biološki aktivna tkiva koja se prilagođavaju promjenama mehaničkog i biološkog okruženja promjenom mase i mikrostrukture. Model rasta i promjene strukture arterijsku stijenku opisuje kao mješavinu elastina, kolagenskih vlakana i glatkih mišićnih stanica.

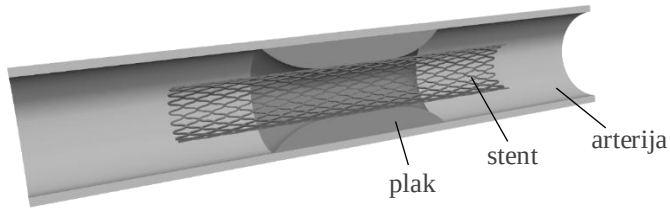
Masa M^k pojedinog konstituenta *k* u promatranom trenutku *s* određena je jednadžbom (1), pri čemu ovisi o njegovoj početnoj masi $M^k(0)$ te o vremenski ovisnoj stopi proizvodnje i razgradnje mase $\dot{m}^k(\tau)$, definiranoj jednadžbom (2).

$$M^k(s) = M^k(0)Q^k(s) + \int_0^s \dot{m}(\tau)q^k(s-\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1}$$

$$\dot{m}^k(\tau) = \dot{m}^k_{basal}\left(1 + K^k_\sigma \Delta\sigma + K^k_C \Delta C\right) \tag{2}$$

Stopa proizvodnje mase $\dot{m}^k(\tau)$ ovisi o bazalnoj vrijednosti te proizvodnji mase zbog promjene u naprezanjima $\Delta\sigma$ i tangencijalnim naprezanjima ΔC u stijenci arterije.

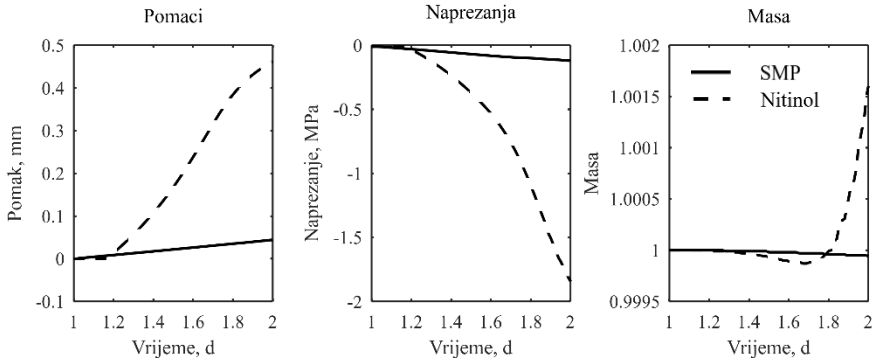
Osim arterijske stijenke, u numeričkom modelu uključenu su i stent te aterosklerotski plak, kao što je prikazano na slici 1. Plak je modeliran kao homogeni Neo-Hooke materijal, pri čemu je njegova najveća debljina definirana tako da početni stupanj stenoze (suženje arterije) iznosi 50%. Za istu geometriju stenta provedene su simulacije s dvama različitim materijalima stenta – Nitinolom i polimerom s memorijom oblika. Budući da je cilj rada bio analizirati dugoročnu adaptaciju stijenke arterije nakon ugradnje stenta, a ne detaljno opisivati ponašanje samog stenta tijekom postupka ugradnje, primijenjeni su pojednostavljeni materijali modeli. Nitinol je modeliran kao linearno elastični materijal, dok je za SMP primijenjen Neo-Hooke materijalni model.



Slika 1. Model arterije, plaka i stenta

3 Rezultati

Simulirana je ugradnja stentova izrađenih od Nitinola i SMP-a, nakon čega su uspoređeni odgovori arterijske stijenke, uključujući raspodjelu naprezanja, ukupno proširenje arterije i promjene mase njezinih konstituenata. Povećanje naprezanja u stijenci arterije potiče pojačanu proizvodnju kolagenskih vlakana i glatkih mišićnih stanica, čime se tkivo prilagođava promijenjenim mehaničkim uvjetima i postupno uspostavlja novo homeostatsko stanje. Na slici 2 prikazana je usporedba pomaka, naprezanja i mase konstituenata stijenke nakon ugradnje Nitinolskog, odnosno SMP stenta.



Slika 2. Usporedba pomaka, naprezanja i mase arterije nakon ugradnje stenta od Nitinola, odnosno polimera s memorijom oblika

Nitinol stent, zbog svoje veće krutosti, uzrokuje veće pomake (proširenje arterije) i posljedično veća naprezanja u arterijskoj stijenci. Povećano mehaničko opterećenje pritom dovodi do izraženije proizvodnje konstituenata arterijske stijenke u usporedbi sa SMP stentom.

4 Zaključak

Na temelju provedenih simulacija može se zaključiti da SMP stent, zbog manje krutosti u odnosu na Nitinol stent, uzrokuje manja naprezanja u stijenci arterije i manju proizvodnju njezinih konstituenata. Time se smanjuje mehaničko opterećenje arterijskog tkiva, što može biti povezano s manjom vjerojatnošću razvoja neointimalne hiperplazije i in-stent restenoze. S druge strane, manja krutost SMP stenta rezultira i manjim proširenjem arterije, zbog čega postoji mogućnost nedovoljnog povećanja lumena i nepotpune uspostave odgovarajućeg protoka krvi. Stoga je pri odabiru materijala stenta potrebno postići ravnotežu između dovoljne radijalne potpore arteriji i smanjenja mehaničkog opterećenja njezine stijenke.

Zahvale

Ovaj rad financiran je sredstvima Hrvatske zaklade za znanost, projekt IP-2022-10-1497 I. Karšaj, te sredstvima Europske unije (NextGenerationEU) u sklopu Nacionalnog plana oporavka i otpornosti 2021. – 2026. (NPOO), kroz institucionalni projekt Sveučilišta u Zagrebu Fakulteta strojarstva i brodogradnje „Određivanje geometrije personaliziranih medicinskih implantata“ odobrenog od Ministarstva znanosti, obrazovanja i mladih (komponenta C3.2., izvor 581).

Literatura

[1] Guerra AJ et al. *Manufacturing, Processing, and Characterization of Self-Expanding Metallic Stents: A Comprehensive Review.* Bioengineering. 2024; 11:983.
[2] CIRSE Standards of Practice on Carotid Artery Stenting, 2024
[3] Yakacki, C.M., Shandas, R., Lanning, C., Rech, B., Eckstein, A. i Gall, K., “Unconstrained recovery characterization of shape memory polymer networks for cardiovascular applications,” Biomaterials, vol. 28, no. 14, 2007., 2255–2263.
[4] Migliavacca, F., “Is modeling stents still an important issue?,” Procedia Structural Integrity, 2019.
[5] Humphrey, J. D., i Rajagopal, K. R., “A constrained mixture model for growth and remodeling of soft tissues,” Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, vol. 12, no. 3, 2002.

Gubitak stabilnosti metalnih spremnika pri djelovanju olujnog vjetra

Lozančić, S.[1], Drmić, M.[2], Penava, D.[3] i Jurić, A.[4]

Sažetak
U okviru Erasmus+ projekta RECONSTRUCT na primjeru oštećenja metalnih spremnika tijekom olujnog nevremena u Slavoniji u srpnju 2023. g. primjenjuje se forenzički pristup procjeni njihova konstrukcijskog odziva i stabilnosti. Usporedbom podataka o stvarnom događaju, proračuna prema europskim normama i računalnog modeliranja utvrđuju se kritične razine djelovanja vjetra te mogući mehanizmi izbočivanja i gubitka stabilnosti tankostijenih spremnika.

Ključne riječi: izvanredna djelovanja vjetra, spremnik, gubitak stabilnosti, izbočivanje, Eurokod, SAP2000

[1]**prof. dr. sc. Silva Lozančić, redovita profesorica,** Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: lozancic@gfos.hr
[2]**Mislav Drmić, student**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: mdrmic@gfos.hr
[3] **prof. dr. sc. Davorin Penava**, redoviti profesor, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: dpenava@gfos.hr
[4] **izv. prof. dr. sc. Aleksandar Jurić**, izvanredni profesor, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: ajuric@gfos.hr

1 Uvod

Predmet ovog rada je razmatranje gubitka stabilnosti tankostijenih metalnih spremnika (spremnika) za sipke tvari izloženih izvanrednim, orkanskim opterećenjima vjetra. Povod za ovu studiju je razorna superćelijska oluja koja je 19. srpnja 2023. godine pogodila područje Slavonije i Baranje, te uzrokovala katastrofalne štete uključujući i potpuni kolaps i gubitak stabilnosti tankostjenog metalnog spremnika (slika 1.) [1]. Na temelju podataka Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ), koji su na Glavnoj meteorološkoj postaji (GMP) Gradište zabilježili vršne udare vjetra od 50 m/s prije sloma mjernog stupa s osjetnicima, rekonstruiran je odgovor tipičnog poljoprivrednog spremnika visine 15,32 m i promjera 4,60 m izvedenog od valovitih limova debljine 0,8 mm i 1,0 mm [2]. Analiza kombinira analitički proračun opterećenja vjetrom prema normama HRN EN 1991-1-4 i HRN EN 1993-4-1 [3,4] s prostornim modeliranjem metodom konačnih elemenata (MKE) u računalnom programu SAP2000.



Slika 1: Fotografije oštećenog metalnog spremnika u Otoku

Rezultati pokazuju da pri brzinama vjetra od 40 m/s i većim, stvarna tlačna naprezanja na stijenki praznog spremnika višestruko nadmašuju propisanu nosivost, što objašnjava mehanizam sloma i ukazuje na potrebu revidiranja konzervativnih pretpostavki u normama te uvođenje lokalnih mikroklimatskih uvjeta u projektiranje tankostijenih ljuski. Ovo stručno razmatranje služi kao važan doprinos studijskoj građi za građevinska vještačenja.

2 Važnost predviđanja izvanrednih djelovanja

Moderniji poljoprivredni i industrijski kompleksi u velikoj se mjeri oslanjaju na metalne spremnike, silose, kao ključne infrastrukturne objekte za skladištenje sipkih i zrnatih tvari. Zbog svojih specifičnih konstrukcijskih značajki, koje karakteriziraju tanke stijenke i visoka vitkost, ovi su objekti izrazito osjetljivi na vanjska poprečna opterećenja, među kojima je djelovanje vjetra prevladavajuće. Vitki, tankostijeni metalni spremnici kružnog presjeka najosjetljiviji na djelovanje vjetra, posebno u praznom stanju, kada stijenke ne podupire uskladišteni materijal iznutra, pa može doći do većih deformacija i lokalnih oštećenja, osobito na mjestima gdje su ugrađeni valoviti limovi [5].

Prema važećim konstrukcijskim normama [6], izvanredna djelovanja predstavljaju opterećenja iznimno kratkog trajanja i izrazito velike veličine za koja je statistička vjerojatnost pojavljivanja tijekom uobičajenog projektiranog vijeka trajanja konstrukcije izrazito niska. Trenutni trendovi klimatskih promjena sve češće rezultiraju ekstremnim vremenskim nepogodama koje po intenzitetu daleko nadmašuju standardne projektne parametre, pretvarajući uobičajena promjenjiva djelovanja u izvanredna katastrofalna opterećenja.

Klimatološki podaci i karte osnovnih brzina vjetra na kopnu, koje izrađuje Državni hidrometeorološki zavod (DHMZ) kao nacionalni dodatak europskim normama, za područje Slavonije i Baranje definira kao zone s relativno blagim vjetrovnim režimom. Na tim područjima osnovna brzina vjetra iznosi 20 m/s, što predstavlja 10-minutnu brzinu na visini od 10 metara iznad ravnog tla s povratnim razdobljem od 50 godina.

Događaj od 19. srpnja 2023. godine, kada je kontinentalnu Hrvatsku pogodila razorna grmljavinska oluja superćelijskog tipa, generirajući razorne silazne vjetrove s vršnim izmjerenim udarom od 50 m/s (što odgovara brzini od 180 km/h). Nakon tog udara, vjetar je fizički slomio mjerni stup s osjetnicima za brzinu i smjer, te je stvarni maksimalni udar ostao nepoznat.

Prema međunarodno prihvaćenoj Beaufortovoj ljestvici [7], vjetar brzine iznad 32,7 m/s klasificira se kao orkan (12. stupanj bofora) koji uzrokuje katastrofalna razaranja i pustošenje na kopnu.

Kao izravna posljedica ovog ekstremnog nevremena i događaja, na pogođenom području Slavonije došlo je do masovnog čupanja stabala, uništavanja krovova te teških oštećenja na poljoprivrednoj i industrijskoj infrastrukturi. Najzorniji primjer konstrukcijskog otkazivanja bio je gubitak stabilnosti i djelomično zgnječenje (izbočivanje) toranjskog metalnog spremnika za žitarice u gradu Otoku, što je prikazano na slici 1.

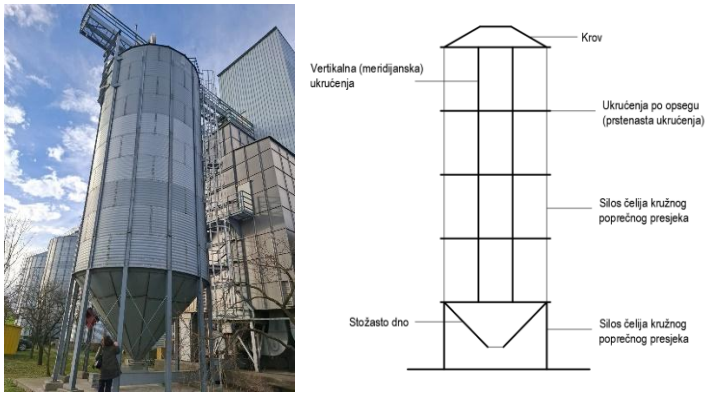
3 Konstrukcijske i geometrijske značajke spremnika

Predmet razmatranja i rekonstrukcije događaja je tipski montažni vertikalni (osno simetrični) toranjski metalni spremnik za skladištenje žitarica, čije su geometrijske i materijalne značajke reprezentativne za suvremene poljoprivredne skladišne građevine [8,9].

Cjelokupni sustav postavljen je na masivni armiranobetonski temelj preko čeličnog postolja visine 3,00 metra. Postolje se sastoji od 12 glavnih stupova od profila HEB 120, simetrično raspoređenih oko spremnika, čija se prostorna stabilnost postiže dijagonalama i horizontalama od profila L70x70x7. Spremnik se sastoji od jedne jedinice zapremine 210,78 m³. Jedinica se sastoji se od tri osnovna dijela: donjeg stožastog (konusnog) lijevka za gravitacijsko pražnjenje, srednjeg cilindričnog plašta te gornjeg stožastog krova. Ukupna visina konstrukcije iznosi 15,32 m: postolje visine 3,00 m, cilindrični plašt promjera 4,60 m i visine 11,40 m, stožasti krov visine 1,448 m te stožasti lijevak visine 2,10 m sa slobodnim prostorom od 0,90 m ispod lijevka (slika 2.).

Plašt spremnika izveden je od profiliranih valovitih limenih ploča postupno smanjivane debljine po visini: od 0,00 do 1,14 m debljina stijenke iznosi 1,0 mm, a od 1,14 do 11,40 m iznosi 0,8 mm. Uz plašt, spremnika ima 12 vertikalnih ukrućenja cijelom visinom, radi sprječavanja lokalnog izbočivanja i povećanja vertikalne nosivosti od limenih C profila (85 × 58 × 2,5 mm) koja se protežu do vrha. Stožasti lijevak izveden je od glatkih limenih ploča debljine 2,0 mm, a stožasti krov od profiliranog lima debljine 0,8 mm. Svi su spojevi ostvareni vijcima M10 kvalitete 8.8.

Tijelo spremnika izrađeno je od galvaniziranog čelika S 350 GD (granica popuštanja 350 N/mm², vlačna čvrstoća 420 N/mm²), krovne ploče od čelika S 280 GD, vertikalna ukrućenja od čelika S 350 GD+Z, a postolje od čelika S 275. U skladu s klasifikacijom prema normi HRN EN 1993-4-1, spremnici se kategoriziraju prema omjeru visine cilindričnog stijenka i promjera (hc/dc). Za promatrani spremnik taj omjer iznosi hc/dc = 11,40 / 4,60 = 2,48. Budući da je ovaj omjer veći od granične vrijednosti 2,0 (2,0 <= hc/dc), predmetni spremnik spada u kategoriju vitkih spremnika.



Slika 2: Promatrani vitki tankostjeni spremnik i prikaz osnovnih sastavnica

Vitki spremnici su iznimno osjetljivi na djelovanje vjetra kada su prazni, budući da nemaju unutarnji potporni pritisak uskladištenog materijala koji bi stabilizirao tanku stijenku plašta, pa cjelokupno tlačno opterećenje od vjetra preuzima isključivo prazna metalna ljuska. Ovaj spremnik je izgubio stabilnost u ćelijama koje su bile prazne.

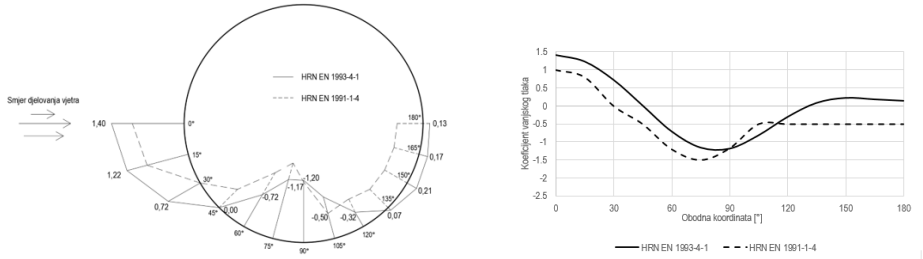
4 Djelovanje vjetra prema europskim normama

Proračunu djelovanja vjetra na metalne spremnike može se pristupiti korištenjem dvjema normama Eurokoda. Norma HRN EN 1991-1-4 [3,4] daje opće odredbe za tlak vjetra pri vršnoj brzini i raspodjelu tlaka na kružne spremnike, dok norma HRN EN 1993-4-1 [6] djelovanje vjetra na kružne spremnike određuje u ovisnosti o visini, polumjeru i obodnoj koordinati, a primjenjuje se kada prva norma ne daje dovoljno detalja.

Proračun je proveden bez parcijalnih koeficijenata sigurnosti za djelovanja, s najvišom zabilježenom brzinom vjetra od 50 m/s kao temeljnom vrijednošću osnovne brzine.
Uz faktore smjera i godišnjeg doba jednake 1,0, osnovna brzina vjetra iznosi v_b = 50 m/s, a tlak pri osnovnoj brzini $q_b = 0,5 \times \rho \cdot x v_b^2 = 1,56$ kN/m², uz gustoću zraka $\rho = 1,25$ kg/m³.

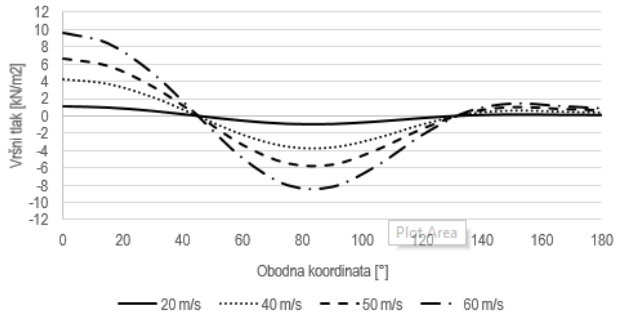
Za visinu objekta h = 15,32 m izračunati su faktor hrapavosti $c_r(z) = 1,245$, faktor terena k_r=0,169 i faktor izloženosti $c_e(z) = 3,029$, pa tlak pri vršnoj brzini iznosi $q_p(z) = q_b \times c_e(z) = 4,73$ kN/m². Pripadna vršna brzina vjetra iznosi $v(z_e) = 87,03$ m/s, a Reynoldsov broj $Re = 2,67 \times 10^7$, koji je mjerodavan za odabir raspodjele koeficijenta vanjskog tlaka po obodu valjka. Raspodjela tlakova po obodu spremnika je određena na temelju norme HRN EN 1991-1-4 i HRN EN 1993-4-1, i vrlo je slična.

Grafički prikaz promjene koeficijenata vanjskog tlaka po obodnoj koordinati do vrijednosti od 180, proračunat prema normi HRN EN 1991-1-4 i HRN EN 1993-4-1 je prikazan na slici 3.



Slika 3: Grafički prikaz usporedbe ovisnosti koeficijenta vanjskog tlaka o obodnoj koordinati do vrijednosti 180°

Izračunate su vrijednosti vršnog tlaka za brzine vjetra od 20,40, 50 i 60 m/s, koje su korištene u numeričkom modelu, iste su prikazane na slici 4.

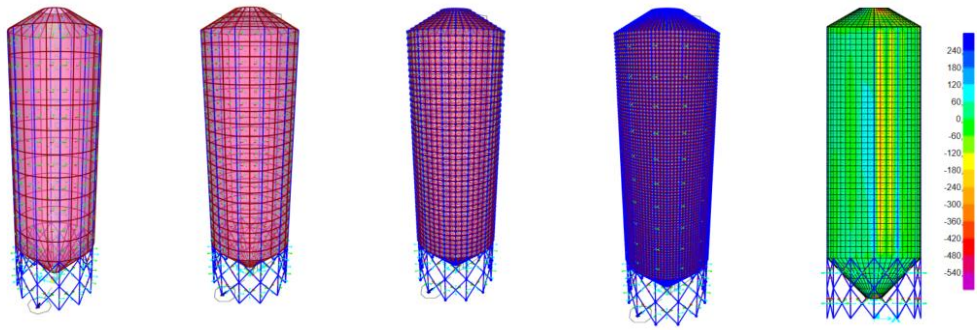


Slika 4: Grafički prikaz vršnog tlaka uslijed djelovanja različitih brzina vjetra

5 Prostorni proračunski model

Model je izrađen u računalnom programu SAP2000 [10], putem prostornog trodimenzionalnog modela spremnika, rastavljenog u cijelosti u linijske i plošne elemente. Plošnim su elementima modelirane stijenke jedinice spremnika, stožastog dna i krova, a linijskim stupovi i dijagonale postolja te vertikalna ukrućenja od C profila. Spoj s temeljnom konstrukcijom modeliran je s dvanaest nepomičnih oslonaca koji dopuštaju rotaciju, a sprječavaju translacijske pomake; vijčani spojevi nisu zasebno modelirani. SAP2000 softver temelji se na metodi konačnih elemenata (MKE) te omogućuje naprednu linearnu i nelinearnu analizu naprezanja i stabilnosti ljuskastih konstrukcija. Jedan od izazova pri modeliranju spremnika od valovitog lima je činjenica da SAP2000 ne nudi izravnu opciju za modeliranje valovite geometrije stijenke. Stoga je u radu primijenjena fizikalna aproksimacija kojom se valoviti lim zamjenjuje ekvivalentnim ravnim limom iste površine poprečnog presjeka. Konkretno, horizontalni valoviti lim visine 1140 mm ima stvarnu razvijenu visinu duž valova od 1186 mm. Izjednačavanjem volumena i mase, proračunate su ekvivalentne zamjenske debljine ravnog lima u modelu

Kako bi se odredila optimalna diskretizacija, provedena je studija osjetljivosti mreže na četiri modela s četverokutnim tipom mreže 1. 0,6x1,14 m; 2. 0,6x0,57 m; 3.0,3x0,3 m; 4. 0,15x0,15 m. Zaključak nakon analiziranih rezultata numeričkog proračuna na modelima različitih mreža je da naprezanja s progušćivanjem mreže rastu i konvergiraju: razlika između Modela 3 i Modela 4 iznosi svega 0,37 N/mm², odnosno 0,56 %, pa je kao mjerodavan odabran Model 3 s približnom gustoćom mreže 0,3 × 0,3 m, koji daje dostatno točne rezultate uz prihvatljiv računalni napor.



Slika 5: Proračunski model spremnika s varijacijom gustoće mreže i prikaz tlačnih raspodjele tlačnih naprezanja u MPa

Na prostorni model nanesena su tri osnovna opterećenja: vlastita težina čelične konstrukcije, raspodijeljeni vršni tlak vjetra okomit na stijenku plašta (promjenjiv po obodnoj kordinati u skladu sa raspodjelom sa slike 4 za brzine vjetra od 20, 40, 50 i 60 m/s) te temperaturno opterećenje. Budući da je analizirani spremnik ventiliran, a nevrijeme se dogodilo u ljetnom razdoblju, uzeta je u obzir temperaturna razlika između vanjske i unutarnje stijenke od $\Delta T = 10\ °C$.

Na odabranom modelu promatrana su glavna tlačna naprezanja spremnik ćelije uslijed kombinacije vlastite težine, udara vjetra i temperaturne razlike stijenke kao i normalizirana tlačna naprezanja u odnosu na čvrstoću materijala.

Rezultati izračunatog naprezanja numeričkim modelom prikazani su u tablici 1, za različite brzine vjetra.

Tablica 1:Rezultati proračuna u programu SAP2000

	v=20 m/s	**v=40 m/s**	**v=50 m/s**	**v=60 m/s**
Tlačna naprezanja	-259,13 N/mm²	-1086 N/mm²	-1812 N/mm²	-2434 N/mm²
Normalizirana tlačna naprezanja	-0,74	-3,10	-5,16	-7,06
Gubitak stabilnosti	NE	DA	DA	DA

Vidljivo je iz normaliziranih tlačnih naprezanja da pri brzini vjetra od 20 m/s naprezanja ostaju ispod čvrstoće materijala, dok je pri brzinama od 40 m/s i većima čvrstoća premašena tri do sedam puta, što jasno upućuje na gubitak stabilnosti stijenke (slika 5. i tablica 1.).

Prema normi HRN EN 1993-4-1 [6], maksimalni horizontalni razmak između vertikalnih ukrućenja $d_{s,max}$ mora zadovoljiti izraz:

$$d_{s,max} = k_{dx} \times (r^2 \times D_\phi / C_\phi)^{0,25} \quad (1)$$

kako bi se spriječilo lokalno izbočivanje stijenke između ukrućenja.

Uvrštavanjem polumjera spremnika r = 230 cm i analitičkim putem izračunatih krutosti D_ϕ i C_ϕ, te koeficijenta k_{dx} dobiva se granični razmak $d_{s,max}$ = 66,59 cm. Detaljan analitički i numerički proračun prikazan je u [9].

Stvarni lučni razmak između 12 vertikalnih ukrućenja na spremniku promjera 4,60 m iznosi

$$d_s = 2*\Pi*r/12 = 120,43 \text{ cm} \quad (2)$$

Budući da je stvarni razmak d_s znatno veći od dopuštenog $d_{s,max}$ (120,43 cm > 66,59 cm), preporuka norme o maksimalnom razmaku nije zadovoljena. To ukazuje na konstrukcijski nedostatak u pogledu prevelike slobodne širine limenih polja.

Pri osnovnoj projektnoj brzini vjetra od 20 m/s konstrukcija spremnika je potpuno sigurna. Normalizirani koeficijent tlačnog naprezanja u programu SAP2000 iznosio je -0,74 (stvarna naprezanja ne prelaze nominalnu čvrstoću materijala). Pri brzini vjetra od 40 m/s, normalizirani koeficijent tlačnog naprezanja od -3,10 ukazuje da dolazi do lokalnog gubitka stabilnosti. Pri stvarnom udaru vjetra od 50 m/s, koji je pogodio Slavoniju 19. srpnja 2023. godine, normalizirani koeficijent naprezanja u numeričkom modelu doseže ekstremnu vrijednost od -5,16, što potvrđuje da je gubitak stabilnosti plašta bio neizbježan. Spremnik je u takvim uvjetima pretrpio potpuno zgnječenje stijenke, što se u potpunosti podudara s vizualnim dokazima i oštećenjima zabilježenim na terenu.

6 Zaključak

Konačni zaključci ovoga rada mogu se sažeti u nekoliko ključnih točaka:

- Izvanredna djelovanja vjetra, iako statistički rijetka, predstavljaju realnu opasnost za vitke, tankostijene metalne konstrukcije. Standardne pretpostavke o blagom vjetrovnom režimu u kontinentalnim regijama moraju se revidirati u svjetlu sve učestalijih superćelijskih oluja.
- Primjena Eurokod normi osigurava dovoljnu sigurnost konstrukcija za propisane brzine vjetra (do 20 m/s), pri čemu konzervativni izrazi uspješno balansiraju stabilnost i ekonomičnost. Međutim, olujni udari koji prelaze 40 m/s neizbježno uzrokuju rušenje praznih spremnika.
- Integracija trodimenzionalnog numeričkog modeliranja u SAP2000 s analitičkim metodama Eurokoda pruža cjelovit uvid u ponašanje konstrukcije.

Ipak, numerički modeli ovise o točnosti geometrijske aproksimacije i pretpostavkama o nesavršenosti stijenki, zbog čega ih je nužno kalibrirati s terenskim podacima.

U cilju sprječavanja budućih havarija na sličnim objektima, preporučuje se uvođenje obvezne ugradnje prstenastih (horizontalnih) ukrućenja po visini vitkih spremnika, smanjenje razmaka vertikalnih ukrućenja ispod granice $d_{s,max}$, te uvođenje lokalnih mikroklimatskih parametara koji mogu ukazati na veću vjerojatnost ekstremnih pojava vjetra.

Literatura

[1] N. Subanović, I. Toman, P. Jureša and B. Grisogono, "A brief analysis of the supercell storm in Croatia on 19 July 2023," Geofizika, vol. 42, no. 1, pp. 25–51, 2025, doi: 10.15233/gfz.2025.42.3.
[2] Državni hidrometeorološki zavod, Dokumentacija o digitalnim klimatskim kartama, Služba za meteorološka istraživanja i razvoj operativnih prognoza, Zagreb.
[3] Hrvatski zavod za norme, HRN EN 1991-1-4:2012, Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-4: Opća djelovanja – Djelovanja vjetra, Zagreb, 2012.
[4] Hrvatski zavod za norme, HRN EN 1993-4-1:2014, Eurokod 3: Projektiranje čeličnih konstrukcija – Dio 4-1: Silosi, Zagreb, 2014.
[5] S. Patel and V. Patel, "Design and Analysis of Storage Vessel (Silo)," International Journal of Scientific Development and Research, vol. 4, no. 5, pp. 102–119, 2019.
[6] Hrvatski zavod za norme, HRN EN 1990:2011, Eurokod: Osnove projektiranja konstrukcija, Zagreb, 2011.
[7] Leksikografski zavod Miroslav Krleža, "Beaufortova ljestvica," Hrvatska enciklopedija. [Mrežno]. Dostupno: https://www.enciklopedija.hr/clanak/beaufortova-ljestvica. [Pristupljeno: kolovoz 2025.]
[8] M. Drmić, Odziv silosa za sipke tvari pod utjecajem izvanrednog djelovanja vjetra, diplomski rad, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Osijek, 2025.
[9] Hrvatski zavod za norme, HRN EN 1993-1-6:2025, Eurokod 3: Projektiranje čeličnih konstrukcija – Dio 1-6: Čvrstoća i stabilnost ljuskastih konstrukcija, Zagreb, 2025.
[10] Computers and Structures, Inc., SAP2000 – Integrated Software for Structural Analysis and Design, Berkeley, CA, USA.

Zahvale

Ovaj rad izrađen je u okviru projekta Europske unije i *Erasmus+ programa pod naslovom RECONSTRUCT: Forensic Structural Engineering Database for HEI and Pilot Course with Innovative and Interactive Learning Methods*, oznaka projekta 2024-1-DE01-KA220-HED-000251069.

Proračun čvrstoće i optimiranje 3D printanog T-odvijača od PLA materijala koristeći Gyroid strukturu

Morosavljević, J.[1], Kozak, D.[2], Morosavljević, I.[3], Konjatić, P.[4] i Dunđer, I.[5]

Sažetak
U radu je provedena numerička analiza čvrstoće i dvoparametarska topološka optimizacija 3D printanog T-odvijača od PLA materijala, namijenjenog za dielektrični rad u industrijskim elektro-ormarima. S ciljem smanjenja mase odvijača kod torzijskog opterećenja, unutrašnjost alata je u računalnom programu nTopology zamijenjena funkcionalno gradiranom Gyroid celularnom strukturom. Primjenom dizajna vođenog poljem naprezanja (field-driven design) pod momentom uvijanja od 1,5 Nm, istovremeno su varirana dva parametra optimiranja, prostorna gustoća ćelija (cell map warping) i lokalna debljina stijenke (od 0,8 mm do 2,0 mm). Time je materijal selektivno koncentriran u zonama visokog torzijskog naprezanja, dok je manje opterećena unutrašnjost alata olakšana. Verifikacijski FEA proračun pokazuje da je postignuta ušteda na masi i volumenu od 20,68%, dok je maksimalno ekvivalentno naprezanje poraslo za svega 6,15% (sa 198,74 MPa na 210,98 MPa). Ukupni elastični pomak na krajevima ručke porastao je za zanemarivih 5,83% (s 2,12 mm na 2,24 mm), čime je potvrđeno iznimno visoko očuvanje torzijske krutosti alata prilagođenog aditivnoj proizvodnji.

Ključne riječi: T-odvijač, PLA, nTopology, torzija, gradirana Gyroid struktura, optimiranje.

[1] **Janko Morosavljević, mag.ing.mech.**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Zavod za strojarske konstrukcije, Trg Ivane Brlić Mažuranić 2, 35000 Slavonski Brod, e-mail: jmorosavljevic@unisb.hr
[2] **Prof.dr.sc. Dražan Kozak, redoviti profesor u trajnom zvanju,** Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Zavod za strojarske konstrukcije, Trg Ivane Brlić Mažuranić 2, 35000 Slavonski Brod, e-mail: dkozak@unisb.hr
[3] **Ivan Morosavljević, mag.ing.mech.**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Zavod za strojarske konstrukcije, Trg Ivane Brlić Mažuranić 2, 35000 Slavonski Brod, e-mail: imorosavljevic@unisb.hr
[4] **Prof.dr.sc. Pejo Konjatić, redoviti profesor,** Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Zavod za strojarske konstrukcije, Trg Ivane Brlić Mažuranić 2, 35000 Slavonski Brod, e-mail: pkonjatic@unisb.hr
[5] **Ivan Dunđer, mag.ing.mech.**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Zavod za strojarske konstrukcije, Trg Ivane Brlić Mažuranić 2, 35000 Slavonski Brod, e-mail: idunder@unisb.hr

1 Uvod

Održavanje suvremenih industrijskih elektroenergetskih sustava pod naponom zahtijeva primjenu pouzdanih dielektričnih (izolacijskih) alata radi zaštite operatera od kratkog spoja i strujnog udara. Tradicionalni izolirani alati izrađuju se presvlačenjem metalne jezgre debelim polimernim slojevima, što povećava njihovu masu, cijenu proizvodnje te rizik da površinsko oštećenje izolacije trajno ugrozi sigurnost. Primjenom aditivne proizvodnje (3D printanja), posebice metode taložnog očvršćivanja polimera (FDM/FFF), otvara se mogućnost izrade alata u potpunosti od polimera s dielektričnim svojstvom, poput polilaktidne kiseline (PLA).

Međutim, polimerni alati izloženi dominantnom torzijskom opterećenju (uvijanju) pate od mehaničkih ograničenja. Prema teoriji elastičnosti, smična naprezanja kod uvijanja komponenti kružnog poprečnog presjeka maksimalna su na vanjskoj stijenci, dok prema neutralnoj osi linearno opadaju i teže nuli [1]. Izrada T-odvijača s punim poprečnim presjekom stoga predstavlja lošu iskorištenost materijala jer jezgra ostaje neopterećena. Osim toga, kod FDM ispisa, veći puni volumeni skloni su neravnomjernom hlađenju, što uzrokuje unutarnja zaostala toplinska naprezanja, savijanje (warping) i delaminaciju slojeva.

Kako bi se navedeni izazovi riješili, u ovom se radu provodi funkcionalna gradacija unutrašnjosti T-odvijača primjenom trostruko periodičnih minimalnih ploha (TPMS) tipa Gyroid. Gyroid strukture odlikuju se kontinuitetom i odsutnošću oštrih unutrašnjih bridova, čime se eliminiraju veće koncentracije naprezanja i omogućen je ispis bez potpora (support). Koristeći programski paket nTopology, implementirana je dvoparametarska topološka optimizacija vođena poljem naprezanja (field-driven design). Na temelju preliminarne statičke analize s punim poprečnim presjekom alata, algoritam istovremeno u prostoru varira dva parametra: prostornu gustoću celularne mreže te lokalnu debljinu stijenke Gyroida. Cilj rada je definirati hibridni model alata koji pruža maksimalnu uštedu na masi uz optimalno očuvanje torzijske krutosti i čvrstoće [2].

2 Metodologija rada i numerički model

Tijek rada unutar programskog paketa nTopology obuhvaća geometrijsku pripremu, postavljanje inicijalnog FEA proračuna punog poprečnog presjeka te implementaciju optimizacijskog algoritma.

2.1 Definiranje domene optimizacije

Polazni CAD model T-odvijača preveden je u implicitni format. Kako bi se očuvala funkcionalnost vanjskih površina (radni vrh i hvatište), kreirana je unutarnja zaštićena domena za optimiranje pomoću dva pomoćna zaobljena cilindra. Nulti globalni koordniatni sustav postavljen je u središtu vrha alata. Prvi je središnji volumen polumjera 6 mm koji se proteže duž Z-osi od koordinatne točke (0, 0, 20) do (0, 0, 115) mm, dok je drugi volumen ručke polumjera 10 mm koji se proteže simetrično duž X-osi od točke (45, 0, 130) do (-45, 0, 130) mm. Ova dva volumena spojena su zaobljenom unijom (Boolean Union) s radijusom zaobljenja od 10 mm kako bi se odmah u početku uklonila mogućnost nastanka koncentracije naprezanja na spoju vrata i ručke alata. Definiran unutarnji volumen za optimiranje prikazan je na Slici 1.



Slika 1. Model T-odvijača s definiranim unutarnjim volumenom za optimiranje

2.2 Inicijalni FEA model i rubni uvjeti

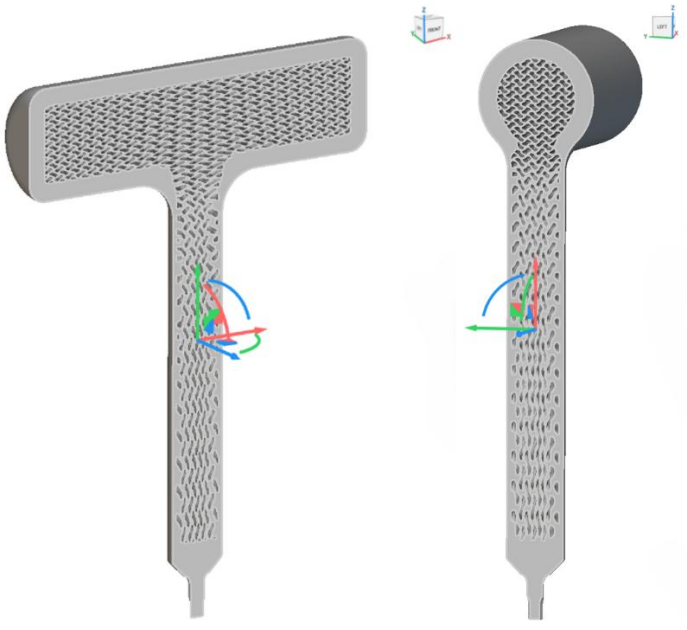
Materijal alata je definiran kao izotropni, linearno-elastični PLA polimer s Youngovim modulom elastičnosti E = 3,5 GPa i Poissonovim faktorom ν = 0,36 [3]. Diskretizacija modela s punim poprečnim presjekom izvedena je s mrežom sastavljenom od tetraedarskih konačnih elemenata drugog reda, s nominalnom veličinom elementa od 3 mm. Za definiranje uklještenja na samom radnom vrhu odvijača iskorišten je pomoćni kvadar dimenzija 15×15×15 mm unutar kojeg su potpuno fiksirani svi čvorovi. Opterećenje je definirano na ručki alata gdje je apliciran koncentrirani moment uvijanja oko uzdužne z-osi iznosa 1,5 Nm, spojen s čvorovima pripadajuće mreže preko krute veze (Rigid Connector). Nakon provedenog statičkog proračuna, vrijednosti rezultata trodimenzionalnog polja ekvivalentnog Von Misesovog naprezanja služe kao ulazni podatak za optimizaciju.

2.3 Implementacija dvoparametarske optimizacije vođene poljem ekvivalentnog naprezanja

Unutar definiranog optimizacijskog volumena generirana je Walled Gyroid struktura, pri čemu je određeno polje naprezanja (u rasponu od 0 do 4 MPa) iskorišteno za simultano upravljanje preko funkcija linearnog mapiranja (Linear Map). Prvi parametar predstavlja gradiranje veličine ćelija (Cell Map Warping), gdje se početni raster ćelija dimenzija 4×4×4 mm prostorno deformira pod utjecajem polja ekvivalentnog naprezanja uz faktor skaliranja od 1 do 5. U neopterećenoj jezgri ćelije se šire do 5 puta, dok se u zonama najviših naprezanja zadržava faktor 1, što rezultira gustom koncentracijom usitnjenih ćelija na opterećenim lokacijama. Drugi parametar obuhvaća gradiranje debljine stijenke Gyroida (Approx. Thickness) na način da na mjestima gdje je naprezanje 0 MPa debljina stijenke poprima minimalnih 0,8 mm, dok se s porastom lokalnog naprezanja do 4 MPa debljina stijenke linearno povećava do maksimalnih 2,0 mm.

Nakon generiranja strukture, rešetka je obrezana (Trim Lattice) prema konturama optimizacijskog volumena. Boolean operacijama od početnog punog tijela oduzet je volumen optimizacije čime je dobivena čvrsta vanjska ljuska, a zatim je ta ljuska spojena s obrezanom

gradiranom Gyroid strukturom u jedinstveno hibridno tijelo. Završni verifikacijski statički proračun proveden je pod identičnim rubnim uvjetima na finijoj mreži sastavljenoj od tetraedarskih konačnih elemenata drugog reda, s nominalnom veličinom elementa od 0,5 mm. Konačni optimirani model s gradiranom strukturom Gyroid ćelija prikazan je na Slici 2.



Slika 2. Presjek konačnog optimiranog modela s gradiranom strukturom Gyroid ćelija

3 Rezultati i verifikacija modela

Usporedbom rezultata početnog modela punog poprečnog presjeka i konačnog optimiranog modela određeni su podaci o masenim svojstvima, ekvivalentnim naprezanjima i pomacima.

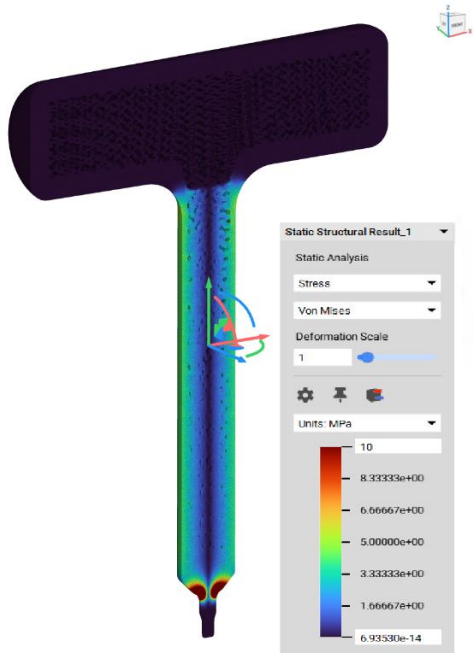
3.1 Masena i geometrijska svojstva

Proračun fizikalnih svojstava implicitnih tijela uz nominalnu gustoću PLA materijala od 0,00124 g/mm³ pokazao je da je uvođenjem funkcionalno gradiranog Gyroida ostvarena ušteda u masi i volumenu alata od 20,68%. Time je ukupna masa smanjena sa 109,80 g na 87,09 g, prvenstveno kroz uklanjanje materijala iz manje opterećenog središnjeg dijela odvijača.

3.2 Analiza rezultata ekvivalentnog naprezanja i pomaka

Kod analize osnovnog modela punog poprečnog presjeka, maksimalno ekvivalentno naprezanje iznosi 198,74 MPa koje se nalazi na samom oštrom prijelazu iznad uklještenja. Ograničavanjem skale vizualizacije do 10 MPa uočava se da se ekvivalentno naprezanje duž vanjskog ruba alata kreće od 3,33 do 5,00 MPa, dok kompletna unutrašnja jezgra ostaje potpuno neopterećena s

vrijednostima ispod 1,66 MPa. Za razliku od analize modela punog poprečnog presjeka, verifikacijski proračun optimiranog modela bilježi maksimalno ekvivalentno naprezanje od 210,98 MPa locirano na istom mjestu kao kod osnovnog modela. Unatoč uklanjanju 1/5 mase, maksimalno ekvivalentno naprezanje je poraslo za svega 6,15%. Rezultati ekvivalentnog naprezanja optimiranog modela s ograničenom skalom prikaza do 10 MPa prikazani su na Slici 3. Vidljivo je na polju ekvivalentnog naprezanja kako se s gradiranom unutrašnjom rešetkom ostvarila kontinuirana raspodjela opterećenja s vanjske ljuske prema jezgri duž cijelog alata.



Slika 3. Ekvivalentno naprezanje optimiranog modela sa skalom prikaza do 10 MPa

Kontrola torzijske krutosti provedena je analizom maksimalnih pomaka na krajevima ručke alata. Kod osnovnog modela punog poprečnog presjeka maksimalni pomak iznosi 2,12 mm, dok kod optimiranog modela s gradiranim Gyroidom taj pomak iznosi 2,24 mm. Ukupni pomak porastao je za zanemarivih 0,12 mm (odnosno 5,83%). Potvrđeno je proračunom da je torzijska krutost alata uspješno očuvana unatoč unutrašnjoj perforaciji.

4 Rasprava

Izračunati numerički rezultati potvrđuju visoku učinkovitost dizajna upravljanog poljem ekvivalentnog napreznja. Standardni sliceri nude isključivo uniformno ispunjavanje s konstantnim postotkom ispune, što stvara nagle skokove krutosti na spoju vanjske stijenke i unutrašnjosti, uzrokujući koncentraciju naprezanja i delaminaciju slojeva. U ovom radu, sinkronizirano variranje prostorne gustoće ćelija i debljine stijenki Walled Gyroida (od 0,8 mm do 2,0 mm) omogućilo je formiranje kontinuiranog gradijenta krutosti. Na slici 2., koja prikazuje

poprečni i uzdužni presjek optimiranog modela vidljivo je kako se ćelije u manje opterećenom dijelu alata šire i izdužuju, dok se prema vanjskom rubu, prateći polje ekvivalentnog naprezanja, progresivno usitnjavaju i debljaju. Smatra se kako je optimiranje uspješno izvršeno jer je masa smanjena za 20,68%, dok je maksimalno ekvivalentno naprezanje poraslo za svega 6,15%, a pomak za 5,83%. Vrijednost maksimalnog ekvivalentnog naprezanja od 210,98 MPa je visoka zbog geometrijskog singulariteta na rubu fiksnog uklještenja, no cijeli alat je unutar sigurnog, linearno-elastičnog područja PLA polimera, čija je granica tečenja između 45 i 60 MPa. S tehnološkog stajališta, ovakva šupljikava, a kontinuirana struktura ključna je za FDM proces 3D printanja. Zamjenom jezgre alata s gradiranom Gyroidnom strukturom, toplina se odvodi znatno ravnomjernije, čime se eliminira rizik od savijanja uslijed ispisa (Warping).

5 Zaključak

Integracijom funkcionalno gradirane Walled Gyroid strukture unutar programa nTopology ostvarena je ušteda u masi i volumenu alata od 20,68% eliminacijom neiskorištenog materijala iz neutralne osi torzije. Torzijski odziv optimiranog modela ostao je gotovo nepromijenjen pod momentom od 1,5 Nm, pri čemu je maksimalni elastični pomak na krajevima ručke porastao za zanemarivih 5,83% (na 2,24 mm), što je potpuno prihvatljivo za funkcionalnu eksploataciju ručnih izoliranih alata. Maksimalno ekvivalentno naprezanje optimirane strukture poraslo je za svega 6,15% (na 210,98 MPa), dok se ekvivalentno naprezanje unutar optimiranog modela zadržalo gotovo u istim vrijednostima. U ovom radu se nije analizirala koncentracija naprezanja pri vrhu alata. Također, smanjenje punog poprečnog presjeka minimizira rizik od zaostalih toplinskih deformacija i skupljanja polimera tijekom 3D printanja.

Zahvala

Ovaj znanstveni rad financiralo je Sveučilište u Slavonskom Brodu u sklopu institucionalnog istraživačkog projekta Analiza utjecaja strukturnih i procesnih parametara FDM tehnologije na mehanička i vibracijska svojstva poliamidnog PA6 zuba cilindričnog čelnika s ravnim zubima u svrhu optimiranja hibridnog dizajna strukture ispune, financiranog sredstvima Europske unije – NextGenerationEU.

Literatura

[1] Apostol D. A., Constantinescu D.M., Sorohan Ș. i Vasile A.; Design of an Additively Manufactured Torsion Bushing with a Gyroid Core Topology; Journal of Composites Science; 2026; 10(1):8. https://doi.org/10.3390/jcs10010008

[2] Wegner, I., Bischoff, A., Campbell, M. I. i Roach, D. J.; Stiffness optimized structures with variable density gyroid lattice infill for extrusion additive manufacturing; Additive Manufacturing Letters; 2026; Volume 18,100398, https://doi.org/10.1016/j.addlet.2026.100398.

[3] Kołodziej, A., Żur, P. i Borek, W.; Influence of 3D-printing Parameters on Mechanical Properties of PLA defined in the Static Bending Test; European Journal of Engineering Science and Technology; 2019; 2(1), 65–70. https://doi.org/10.33422/EJEST.2019.01.52

Dinamički kontakt koncentrirane mase i linearnog oscilatora s jednim stupnjem slobode

Mudrić, T.[1], Tutić, K.[2], Čeh, N.[3], Jelenić, G.[4]

Sažetak
U radu se analizira jednodimenzionalni dinamički kontakt koncentrirane mase i mase linearnog oscilatora s jednim stupnjem slobode. Kretanje sustava razmatra se uz uvjete jednostranog kontakta, dok se sudar opisuje modelom trenutnog sudara i Newtonovim zakonom restitucije. Posebna pozornost posvećuje se određivanju režima kretanja neposredno nakon sudara. Za pozitivan koeficijent restitucije relativna brzina nakon sudara dovodi do neposrednog otvaranja kontakta te se koncentrirana masa i oscilator nastavljaju kretati zasebno. Za koeficijent restitucije $e = 0$ brzine masa neposredno nakon sudara su jednake, ali taj uvjet sam po sebi ne osigurava njihovo zajedničko kretanje nakon sudara. Održivost zajedničkog kretanja tada se provjerava određivanjem kontaktne sile potrebne za njegovo ostvarenje i provjerom uvjeta jednostranog kontakta. Pokazuje se da mogući režimi kretanja ovise o stanju oscilatora u trenutku udara, dok granični slučaj zahtijeva dodatnu lokalnu analizu ponašanja sustava neposredno nakon sudara. Razmatrani model predstavlja jednostavnu osnovu za sustavnu analizu prijelaza između sudara, zajedničkog kretanja i odvajanja u dinamičkim problemima kontakta.

Ključne riječi: dinamički kontakt, sudar, koeficijent restitucije, oscilator s jednim stupnjem slobode, jednostrani kontakt

[1] **doc. dr. sc. Teo Mudrić, mag. ing. aedif.**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: teo.mudric2@uniri.hr
[2] **Katarina Tutić, mag. ing. aedif.**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: katarina.tutic@gradri.uniri.hr
[3] **izv. prof. dr. sc. Nina Čeh, mag. ing. aedif.**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: nina.ceh@gradri.uniri.hr
[4] **prof. dr. sc. Gordan Jelenić, dipl. ing. građ.**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: gordan.jelenic@gradri.uniri.hr

1 Uvod

Kontaktni problemi pripadaju klasi mehaničkih problema s jednostranim ograničenjima i mogu uključivati prijelaze između udara, kontakta i odvajanja [1]. U radu se razmatra jednodimenzionalan sustav u kojem koncentrirana masa udara u masu linearnog oscilatora s jednim stupnjem slobode, s naglaskom na kretanje nakon sudara.

2 Model i analiza kretanja nakon sudara

Promatraju se kruta koncentrirana masa m_b i masa m_s linearnog neprigušenog oscilatora krutosti k, čiji su položaji označeni s $y_b(t)$ i $y_s(t)$. Pozitivni smjer osi y je prema gore, a razmak između masa definiran je kao $d(t) = y_b(t) - y_s(t)$. Kontakt je jednostran te vrijede uvjeti

$$d(t) \geq 0, \quad N(t) \geq 0, \quad d(t)N(t) = 0, \tag{1}$$

pri čemu je $N(t)$ kontaktna sila, pozitivna u tlaku. U trenutku sudara t_c položaji masa ostaju nepromijenjeni, dok njihove brzine doživljavaju skok. Brzine nakon sudara određuju se iz zakona očuvanja količine kretanja i Newtonova zakona restitucije. Za $e > 0$ relativna brzina nakon sudara dovodi do otvaranja kontakta te se mase nastavljaju kretati odvojeno. Za $e = 0$ brzine masa nakon sudara su jednake, ali to samo po sebi ne osigurava zajedničko kretanje. Mogućnost zajedničkog kretanja provjerava se određivanjem potrebne kontaktne sile, pri čemu se zajednički položaj masa označava s $y_c(t)$. Iz jednadžbi kretanja slijedi

$$N(t) = -\frac{m_b}{m_b + m_s} k y_c(t). \tag{2}$$

Za $y_c(t_c) < 0$ kontaktna sila je pozitivna, pa je zajedničko kretanje neposredno nakon sudara moguće. Za $y_c(t_c) > 0$ kontaktna sila bila bi negativna, odnosno vlačna, što nije u skladu s uvjetima (1), pa zajedničko kretanje nije moguće. Za $y_c(t_c) = 0$ kontaktna sila neposredno nakon sudara jednaka je nuli, pa je potrebna lokalna analiza njezina ponašanja.

3 Zaključak

Newtonov zakon restitucije određuje brzine neposredno nakon sudara, ali ne i daljnji režim kretanja. Za $e > 0$ kontakt se neposredno nakon sudara otvara, dok se za $e = 0$ održivost zajedničkog kretanja mora dodatno provjeriti uvjetima jednostranog kontakta. Razmatrani model predstavlja osnovu za sustavno određivanje režima kretanja nakon sudara.

Literatura

[1] Wriggers, P.; Computational Contact Mechanics; 2nd ed. Berlin Heidelberg: Springer; 2006.

Stohastički inverzni problemi u mehanici i uloga strojnog učenja

Nikolić, M.[1], Pavić, D.[2]

Sažetak
Inverzni problemi imaju važnu ulogu u mehanici jer omogućuju identifikaciju parametara numeričkih modela na temelju eksperimentalnih ili sintetičkih mjerenja. Stohastički pristup omogućuje procjenu nepoznatih parametara i njihove nesigurnosti i detaljnije proučavanje utjecaja pojedinih parametara na odgovor modela. U ovom radu prikazana je stohastička identifikacija parametara diskretnog rešetkastog modela za simuliranje raspucavanja kvazi-krtih materijala, pri čemu se računalna učinkovitost Bayesove identifikacije povećava primjenom neuronske mreže kao surogat modela. Dodatno se primjenjuje Sobolova analiza osjetljivosti kako bi se istražio utjecaj pojedinih parametara i njihovih interakcija na ponašanje modela.

Ključne riječi: inverzni problemi, Bayesova identifikacija parametara, MCMC, neuronske mreže

[1] **Izv. prof. dr. sc. Mijo Nikolić,** Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, 21000 Split, e-mail: mijo.nikolic@gradst.hr
[2] **Mag. ing. aedif. Duje Pavić,** Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, 21000 Split, e-mail: duje.pavic@gradst.hr

1 Uvod

Inverzni problemi u mehanici mogu se rješavati deterministički ili stohastičkim pristupom. Stohastički inverzni problemi računalno su zahtjevniji, ali za razliku od determinističkog pristupa omogućuju određivanje distribucija nepoznatih parametara te istraživanje ponašanja modela u širem parametarskom prostoru. U ovom se radu pokazuje kako stohastička analiza, osim za identifikaciju parametara, može poslužiti za bolje razumijevanje numeričkog modela i fizikalnog problema primjenom Sobolove analize osjetljivosti, na primjeru diskretnog rešetkastog modela [1] ('discrete lattice model') za simuliranje raspucavanja kvazi-krtih materijala.

2 Stohastička identifikacija parametara

Stohastička identifikacija temelji se na Bayesovom pristupu uvjetne vjerojatnosti [2], prema kojem se a posteriori distribucija nepoznatih parametara θ, uz poznata mjerenja x, određuje kao

$$p(\theta/x) = \frac{p(x/\theta)\, p(\theta)}{p(x)}$$

gdje je $p(\theta)$ a priori distribucija početnog znanja o parametarima, $p(x/\theta)$ funkcija vjerodostojnosti, a $p(\theta/x)$ a posteriori distribucija. U problemima mehanike posteriorna distribucija može se uzorkovati primjenom Markov Chain Monte Carlo (MCMC) algoritama, koji zahtijevaju velik broj simulacija numeričkog modela. Zbog njihove računalne skupoće direktni se model često zamjenjuje surogatnim modelom. Dok se u tu svrhu tradicionalno mogu koristiti modeli generaliziranog polinomskog kaosa (gPC), u ovom radu koristi se neuronska mreža većeg broja parametara kako bi se aproksimirala složena veza između ulaznih parametara i različitih odziva dobivenih numeričkim simulacijama. Prikazani pristup koristi se za stohastičku identifikaciju parametara loma diskretnog rešetkastog modela za simulaciju raspucavanja kvazi-krtih materijala. Nakon izgradnje surogatnog modela moguće je provesti velik broj evaluacija uz znatno manji računalni trošak ali i provesti globalnu Sobolovu analizu osjetljivosti. Sobolovi indeksi omogućuju kvantifikaciju doprinosa pojedinih parametara i njihovih međusobnih interakcija varijanci promatranog odgovora, čime stohastička analiza postaje alat ne samo za identifikaciju parametara nego i za detaljnije razumijevanje ponašanja numeričkog modela.

3 Zaključak

Stohastička identifikacija omogućuje određivanje parametara numeričkog modela i pripadajućih nesigurnosti na temelju dostupnih mjerenja, a njezina primjena nije ograničena samo na identifikaciju. Povezivanjem Bayesovog pristupa, surogatnih modela strojnog učenja i globalne analize osjetljivosti moguće je istražiti ponašanje modela u cijelom parametarskom prostoru.

Literatura

[1] Nikolić, M., Karavelić, E., Ibrahimbegovic, A., Miščević, P.; Lattice element models and their peculiarities; Archives of Computational Methods in Engineering; 2018; 25 (3), 753-784.
[2] Šodan M., Urbanics A., Friedman N., Stanic A., Nikolić M; Comparison of Machine Learning and gPC-based proxy solutions for an efficient Bayesian identification of fracture parameters; Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering; 2025; 436, 117686

Procjena potresnog ponašanja kuće od nabijene zemlje primjenom nelinearne statičke analize: studija slučaja

Olić Miloš, P.[1], Kraus, I.[2], Landović, A.[3] i Hadzima-Nyarko, M.[4]

Sažetak

Istraživanje analizira potresno ponašanje tradicionalne kuće od nabijene zemlje (RE) karakteristične za područje istočne Hrvatske primjenom nelinearne statičke (pushover) analize. Primjenom računalnog paketa ANSYS 2024 R2 provedene su nelinearne analize za dvije konstrukcijske konfiguracije: jednu s fleksibilnom drvenom međukatnom konstrukcijom (dijafragmom) i drugu s krutom armiranobetonskom pločom. Analize su također obuhvatile tri razine vertikalnog opterećenje kako bi se procijenio zajednički utjecaj gravitacijskog opterećenja i krutosti dijafragme na globalnu nosivost i deformabilnost.

Rezultati pokazuju da obje analizirane konfiguracije pokazuju gotovo linearno-elastičan odziv do dostizanja maksimalne nosivosti, bez jasno izraženog područja plastičnog tečenja. Ugradnja krute dijafragme povećala je nosivost u razini temelja, pri čemu je njezin utjecaj bio izraženiji u dužem smjeru građevine, gdje je ostvarena približno dvostruko veća nosivost u odnosu na modele s fleksibilnim drvenim stropom, dok je u kraćem smjeru građevine povećanje iznosilo približno 30–40 %. Kruta dijafragma značajno je poboljšala deformacijski kapacitet konstrukcije, što se očituje u većim vršnim pomacima i međukatnim pomacima u odnosu na modele s fleksibilnim drvenim stropom.

Ključne riječi: nabijena zemlja; potresno ponašanje; nelinearna statička analiza; fleksibilna stropna konstrukcija; kruta armiranobetonska ploča; Ansys

[1] **Petra Olić Miloš, mag. ing. aedif.**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: policmilos@gfos.hr

[2] **Izv. prof. dr. sc. Ivan Kraus, mag. ing. aedif.**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: ikraus@gfos.hr

[3] **Izv. prof. dr. sc. Aleksandar Landović, d.i.g.**, Univerzitet u Novom Sadu, Građevinski fakultet Subotica, Kozaračka 2a, 24000 Subotica, e-mail: landovic@gf.uns.ac.rs

[4] **Prof. dr. sc. Marijana Hadzima-Nyarko, dipl. ing. građ.**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: mhadzima@gfos.hr

1 Uvod

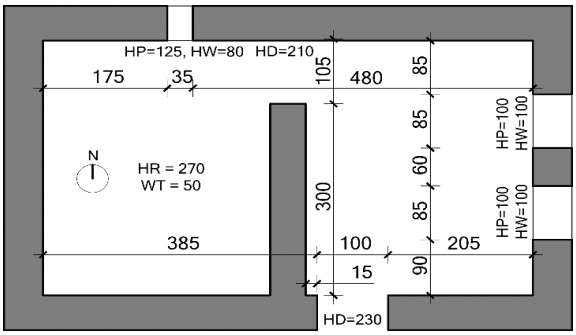
Zemljana arhitektura i danas ima značajnu ulogu u svjetskom graditeljstvu, pružajući smještaj za gotovo trećinu svjetskog stanovništva, dok je približno 15 % lokaliteta s UNESCO-ova Popisa svjetske baštine izgrađeno od zemljanih materijala [1]. Građevine od zemlje prisutne su na gotovo svim kontinentima, uključujući potresno aktivna područja [2], zbog čega procjena njihove otpornosti na potresno djelovanje predstavlja važan tehnički izazov.

Među tradicionalnim tehnikama gradnje zemljom, nabijena zemlja (RE) karakteristična je po slojevitom zbijanju tla unutar oplate, čime se oblikuju monolitni zidovi. Posljednjih desetljeća provedena su brojna eksperimentalna i numerička istraživanja mehaničkog i potresnog ponašanja RE konstrukcija (npr. [1], [3], [4]). Terenska istraživanja u istočnoj Hrvatskoj također su utvrdila velik broj tradicionalnih kuća izvedenih ovom tehnikom [5], od kojih su mnoge u uporabi ili se obnavljaju radi očuvanja graditeljske baštine.

S obzirom na potresnu aktivnost Republike Hrvatske i nužnu primjenu Eurokoda, nedostatak odgovarajućih odredbi za konstrukcije od zemlje otežava procjenu njihove potresne otpornosti te sanacije. Primjenom nelinearne statičke (pushover) analize cilj ovog istraživanja je pružiti osnovu za daljnja istraživanja seizmičkog ponašanja hrvatskih građevina od zemlje.

2 Opis građevine

Studija slučaja obuhvaća tradicionalnu RE kuću smještenu u selu Zmajevac, u Baranji, istočna Hrvatska. Kuća (Slika 1.) jednokatnica je pravokutnog tlocrta s nosivim zidovima od nabijene zemlje i drvenom krovnom konstrukcijom. Vanjski zidovi debljine su 50 cm (WT) i visine 270 cm (HR) [6].



Slika 1. Tlocrt prizemlja promatrane RE kuće, [cm] [6]

3 Metodologija

Potresno ponašanje promatrane kuće analizirano je za tradicionalnu i suvremenu konstrukcijsku konfiguraciju. Tradicionalna konfiguracija obuhvaća fleksibilnu drvenu međukatnu konstrukciju (FL), sastavljenu od drvenog prstena po obodu zidova, poprečnih drvenih greda na razmaku od 0,8 m i vitlova (promjera 12 cm) postavljenih između greda i prekrivenih slojem nabijene zemlje i drvenim daskama. Druga, suvremena konfiguracija (RG), karakteristična i česta za obnovu

tradicionalnih kuća, sastoji se od armiranobetonske ploče debljine 15 cm. Obje konfiguracije imaju jednaku dvostrešnu krovnu konstrukciju pokrivenu glinenim crijepom.

Za FL konfiguraciju vertikalno opterećenje prenosi se prvenstveno uzdužnim zidovima, dok drveni zabatni zidovi imaju zanemariv doprinos. Za RG konfiguraciju armiranobetonska ploča omogućava ravnomjerniju raspodjelu opterećenja na sve nosive zidove. Radi procjene utjecaja gravitacijskog opterećenja na horizontalnu otpornost konstrukcije, analizirane su tri reprezentativne razine vertikalnog opterećenja na zidove: 0,05 MPa, 0,175 MPa, i 0,30 MPa, određene na temelju terenskih istraživanja postojećih kuća od nabijene zemlje i dostupne literature [1].

Sve analize provedene su uz monotono povećanje horizontalnog opterećenja primjenom nelinearne statičke analize [7], [8].

3.1 Nelinearna statička analiza i numerički model

Nelinearne statičke analize provedene su do globalnog sloma.

Primijenjena je trokutasta raspodjela horizontalnog opterećenja na fleksibilnu stropnu konstrukciju, pri čemu je puni intenzitet opterećenja (100 %) primijenjen na opterećeno pročelje, a na suprotnom pročelju intenzitet iznosio 0 %. U slučaju F opterećenje je djelovalo na vanjski zid bez otvora, dok je u slučaju O opterećenje primijenjeno na zid s većim otvorima (vrata ili prozora). Pri opterećenju u smjeru kraće strane građevine, unutarnji je zid također bio opterećen proporcionalnim opterećenjem definiranim na temelju geometrijske sličnosti s trokutastom raspodjelom. Na stropnu konstrukcije RG konfiguracije horizontalno opterećenje je naneseno jednoliko po promatranom smjeru.

Numerički modeli razvijeni su u programu Ansys primjenom makromodelskog pristupa ([7], [8]). RE modelirana je kao homogeni, izotropni kontinuum na razini konačnih elemenata.

Zidovi su modelirani primjenom solid konačnih elemenata uz diskretizaciju mreže na 10x10 cm, što približno odgovara debljini jednog zbijenog sloja zemlje. Armiranobetonska ploča modelirana je kao linearno-elastična ploča, dok je RE zidovima pridruženo nelinearno ponašanje materijala (E=75 N/mm^2, ν=0,22, ρ=2090 kg/m^3, $f_{t,ax}$=0,061 N/mm^2, f_{cb}=1,37 N/mm, f_c=1,14 N/mm^2) , pri čemu su u analizi uzete u obzir i fizikalna i geometrijska nelinearnost. Svojstva materijala i metodologija usvojeni su u skladu s [6].

4 Rezultati

Dinamička svojstva analiziranih RE kuća određena su uz djelovanje vlastite težine konstrukcije. Za model FL prve tri prirodne frekvencije iznosile su 5,96 Hz, 7,13 Hz i 8,01 Hz. Za model RG prve tri prirodne frekvencije iznosile su 6,26 Hz, 11,20 Hz i 11,13 Hz.

Dobiveni rezultati ukazuju na umjereno povećanje globalne krutosti konstrukcije zamjenom fleksibilne međukatne konstrukcije krutom armiranobetonskom pločom. Taj je učinak posebno izražen kod drugog i trećeg oblika vlastitih titranja, pri kojima kruta dijafragma učinkovito ograničava međusobno pomicanje zidova te povećava krutost konstrukcije u ravnini.

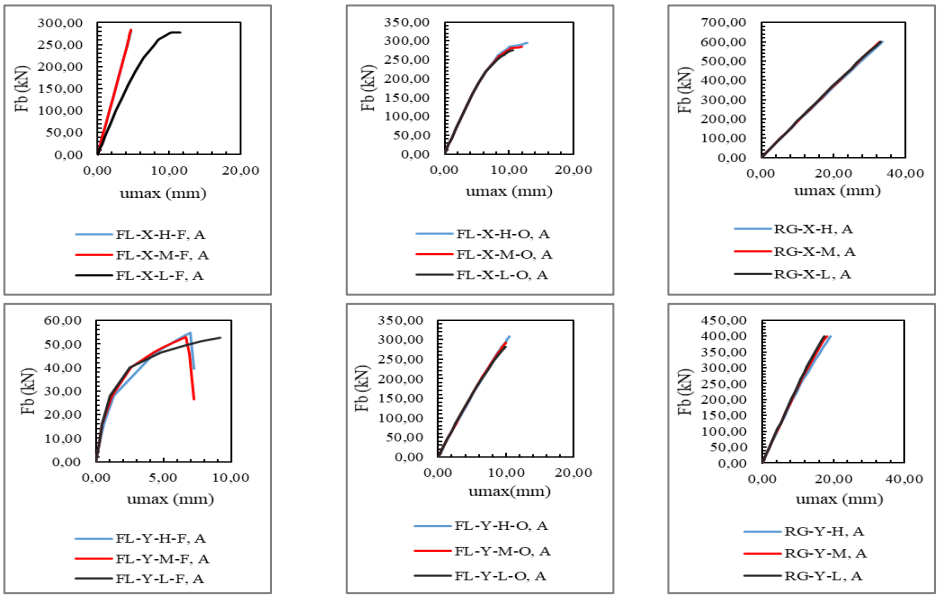
4.1 Krivulje nosivosti i usporedba modela

Numerički dobivene krivulje sposobnosti nosivosti (Slika 2.) pokazuju gotovo linearno-elastičan odziv do dostizanja maksimalne nosivosti, bez jasno izraženog popuštanja.

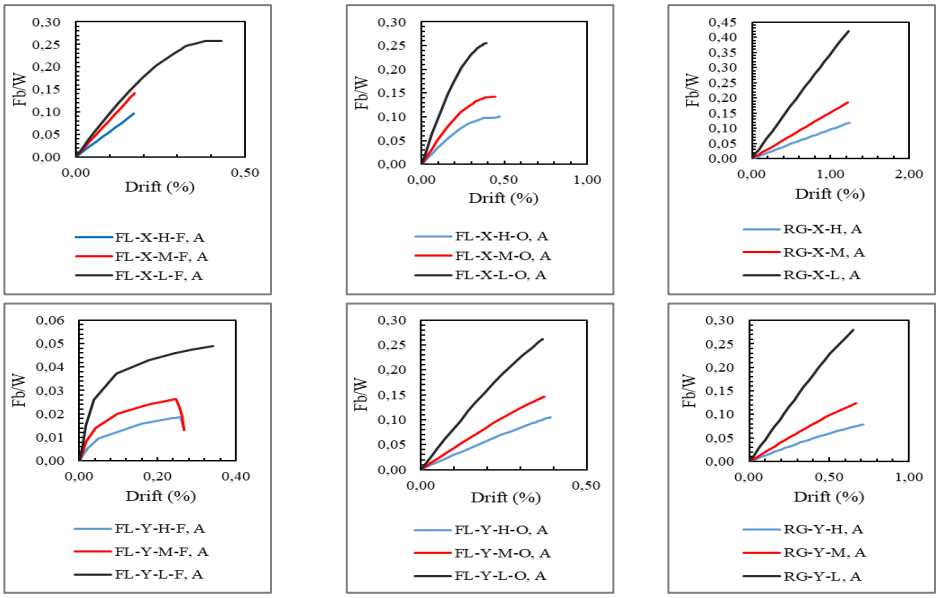
Usporedba odziva modela FL i modela RG pokazuje da modeli s krutom dijafragmom ostvaruju veću horizontalnu nosivost i veći deformacijski kapacitet. U dužem smjeru građevine (X os), modeli FL-X-O postižu maksimalne sile od približno 280 do 295 kN, dok RG-X-O dosežu do oko 600 kN, odnosno približno dvostruko više. U kraćem smjeru građevine (Y os), FL-Y-O modeli postižu oko 300 kN, a RG-Y-O oko 400 kN, što također potvrđuje povoljan utjecaj krute dijafragme, iako manje izražen nego u smjeru X. Razlike su još izraženije u deformacijskom kapacitetu. Kod FL-X-O modela maksimalni pomaci iznose između 11 i 13 mm, dok RG-X-O modeli dosežu između 30 i 33 mm. U smjeru Y, FL-Y-O ostvaruje približno 10mm, a RG-Y-O oko 19 mm. Sličan trend vidljiv je i kroz međukatni pomak, pri čemu RG modeli ostvaruju veće granične vrijednosti u odnosu na FL modele.

Normalizacijom horizontalne potresne sile ukupnom težinom konstrukcije, F_b/W (Slika 3.), uočava se jasan utjecaj razine vertikalnog opterećenja. Najveće vrijednosti ostvaruju modeli s najmanjim vertikalnim opterećenjem (L), zatim modeli sa srednjim vertikalnim opterećenjem (M), dok najniže vrijednosti postižu modeli s najvećim vertikalnim opterećenjem (H). Primjerice, u slučaju FL-X-O omjer F_b/W smanjuje se približno s 0,25 - 0,26 za L model na oko 0,14 za M i približno 0,09 - 0,10 za H model. Isti trend prisutan je i kod RG modela, kod kojih se u smjeru X vrijednost smanjuje približno s 0,42 na 0,18 i 0,11.

Dobiveni rezultati pokazuju da kruta dijafragma povećava normalizirani horizontalni kapacitet i deformacijski kapacitet konstrukcije, dok fleksibilni strop pokazuje veću osjetljivost na smjer djelovanja i raspored otvora. Neovisno o tipu stropne konstrukcije, povećanjem vertikalnog opterećenja smanjuje se omjer F_b/W, što upućuje na smanjenje relativnog horizontalnog kapaciteta konstrukcije s porastom vertikalnog opterećenja.



Slika 2. Odnos horizontalne sile u podnožju, F_b, i maksimalnog horizontalnog pomaka, u_{max}.



Slika 3. Krivulje odnosa normalizirane horizontalne sile u podnožju i međukatnog relativnog pomaka

5 Zaključak

Ovo istraživanje prikazuje numeričku analizu potresnog ponašanja tradicionalne kuće od nabijene zemlje, karakteristične za istočnu Hrvatsku. Primjenom nelinearnih statičkih analiza provedenih u programu Ansys, analizirane su dvije konstrukcijske konfiguracije - fleksibilnom drvenom dijafragmom i krutom armiranobetonskom pločom, pri različitim razinama vertikalnog naprezanja.

Provedene numeričke analize pokazale su značajan utjecaj krutosti međukatne konstrukcije i razine vertikalnog opterećenja na potresni odziv promatrane kuće. Model s krutom armiranobetonskom dijafragmom (RG) ostvario je veću horizontalnu nosivost i deformacijski kapacitet u odnosu na model s fleksibilnim drvenim stropom (FL). Fleksibilni model pokazao je veću osjetljivost na smjer djelovanja horizontalnog opterećenja i raspored otvora u zidovima. Povećanjem vertikalnog opterećenja kod obje konfiguracije smanjuje se omjer F_b/W, što upućuje na smanjenje relativnog horizontalnog kapaciteta konstrukcije s porastom vertikalnog opterećenja. Dobiveni rezultati potvrđuju važnost krutosti dijafragme i raspodjele vertikalnog opterećenja pri procjeni potresnog ponašanja postojećih građevina od nabijene zemlje.

Nabijena zemlja pokazuje ograničenu sposobnost preraspodjele naprezanja nakon pojave pukotina, bez jasno izražene faze očvršćivanja ili duktilnog platoa, dok uvođenje krute dijafragme povećava globalnu krutost, nosivost i deformacijski kapacitet konstrukcije. Dobivene rezultate ipak treba smatrati preliminarnima jer uočeno krhko ponašanje može djelomično biti posljedica numeričkih čimbenika i lokaliziranih mehanizama sloma, osobito u području otvora. Buduća istraživanja trebala bi uključiti eksperimentalna ciklička i dinamička ispitivanja te detaljnije numeričko modeliranje međuslojnih sučelja, klizanja, odvajanja i kontakta zidova s temeljima.

Zahvale

Modeli, unutar računalnog programa Ansys, napravljeni su u okviru projekta Hrvatske zaklade za znanost UIP-2020-02-7363 Nabijena zemlja za modeliranje i standardizaciju u seizmički aktivnim područjima (RE-forMS). Analiza predstavljena ovim radom provedena je u okviru projekta Integrirani pristup održivoj obnovi graditeljskog nasljeđa Slavonije i Baranje (IPOO) (šifra projekta: 581-UNIOS-74), koji financira Europska unija – NextGenerationEU.

Literatura

[1] Perić Fekete, A.; Kraus, I.; Grubišić, M. i Dokšanović, T.; In-plane seismic performance of rammed earth walls: an eastern Croatia reconnaissance based study; *Bulletin of Earthquake Engineering*; 2023; 22; 1–30. https://doi.org/10.1007/s10518-023-01826-4

[2] 2. Thompson, J., Augarde, C., Osorio, F.; A review of current construction guidelines for earthen structures and their seismic implications; Structures; 2023; 53; 686–701. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.04.034

[3] 4. Romanazzi, A., Oliveira, D. V., Silva, R. A., Barontini, A., Mendes, N.; Performance of rammed earth subjected to in-plane cyclic displacement; Materials and Structures; 2022; 55(1); 26. https://doi.org/10.1617/s11527-022-01894-z

[4] 5. Romanazzi, A., Oliveira, D. V., Silva, R. A., Barontini, A.; Effectiveness of a TRM solution for rammed earth under in-plane cyclic loads; Construction and Building Materials; 2023; 407; 133551. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.133551

[5] 7. Brkanić Mihić, I., Kraus, I., Kaluđer, J., Perić Fekete, A.; Architectural Features and Soil Properties of Traditional Rammed Earth Houses: Eastern Croatia Case Study; Buildings; 2024; 14(7); 2049. https://doi.org/10.3390/buildings14072049

[6] Kraus, I.; Aoki, T. i Olić Miloš, P.; Behaviour Factor Assessment for a Traditional Rammed Earth House: A Case Study; Proceedings of the Third RILEM International Conference on Earthen Construction (ICEC 2026); Lisbon, Portugal; 2026; u tisku

[7] Allahvirdizadeh, R., Oliveira, D. V., Silva, R. A.; Numerical investigation of the in-plane seismic performance of unstrengthened and TRM-strengthened rammed earth walls; International Journal of Architectural Heritage; 2019; 15(4); 548–566. https://doi.org/10.1080/15583058.2019.1629507

[8] Wangmo, P.; Shrestha, K. C.; Miyamoto, M. i Aoki, T.; Assessment of out-of-plane behaviour of rammed earth walls by pull-down tests; *International Journal of Architectural Heritage*; 2018; 13(2); 273–287. https://doi.org/10.1080/15583058.2018.1433903

Problemi pri demontaži dotrajalih industrijskih postrojenja: studija slučaja urušavanja cjevovoda koksnog plina

Opačak, D. [1], Damjanović, D. [2], Lesičar, T. [3] , Prosen, M. [4], Lorković, N. [5]

Sažetak

Demontaža dotrajalih industrijskih postrojenja može izazvati neočekivane promjene nosivog sustava i progresivni slom elemenata koji su desetljećima bili u uporabi. U radu se analizira urušavanje glavnog cjevovoda koksnog plina DN1800 tijekom pripreme za demontažu. Cjevovod je više od 50 godina bio izložen korozivnom kondenzatu koji nastaje iz sastojaka koksnog plina, osobito amonijaka, vodikova cijanida i sumporovodika. Posljedice su jednoliko stanjivanje stijenke i lokalna jamičasta korozija, uz dodatno opterećenje nataloženim nečistoćama. Primjenom nelinearnoga modela konačnih elemenata uspoređeni su cjevovod s otvorima i bez njih, dva rubna uvjeta te niz debljina stijenke. Utvrđeno je da izrezani pristupni otvori stvaraju samo lokalne koncentracije naprezanja i nisu glavni uzrok urušavanja. Odvajanjem segmenta od ostatka cjevovoda rubni uvjeti promijenili su se iz ukliještenih u približno slobodno oslonjene, čime su bitno porasla savojna naprezanja. Kritična debljina stijenke iznosi približno 5,1 mm; pri toj vrijednosti ekvivalentno naprezanje doseže granicu tečenja čelika P235GH od 235 MPa i započinje plastični slom. Rezultati potvrđuju da su odlučujući čimbenici bili gubitak debljine stijenke, nepovoljni rubni uvjeti i dodatna masa naslaga.

Ključne riječi: urušavanje cjevovoda, koksni plin, metoda konačnih elemenata, stanjivanje stijenke, demontaža

---

[1] **Domagoj Opačak, univ. spec. mech.**, Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Ulica 108. brigade ZNG 36, 35000 Slavonski Brod; e-mail: dopacak@unisb.hr
[2] **izv. prof. dr. sc. Darko Damjanović,** Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Ulica 108. brigade ZNG 36, 35000 Slavonski Brod; e-mail: ddamjanovic@unisb.hr
[3] **izv. prof. dr. sc. Tomislav Lesičar,** Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana Lučića 5, 10 000 Zagreb; e-mail: tomislav.lesicar@fsb.hr
[4] **Marcel Prosen**, **mag. inž. str.,** Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo, Smetanova ulica 17, 2000 Maribor, Slovenija; e-mail: marcel.prosen@um.si
[5] **Nenad Lorković, dipl. ing. stroj.,** viši predavač, Veleučilište u Karlovcu, Strojarski odjel, Trg J. J. Strossmayera 9, 47 000 Karlovac; e-mail: nenad.lorkovic@vuka.hr

1 Uvod

Cjevovodni sustavi u naftnoj, plinskoj, petrokemijskoj i metalurškoj industriji tijekom dugotrajnog rada izloženi su različitim oblicima degradacije koji mogu smanjiti njihov konstrukcijski integritet i preostali vijek trajanja [1]. Među najčešćim uzrocima oštećenja izdvajaju se unutarnja i vanjska korozija, koje postupnim smanjenjem debljine stijenke smanjuju nosivost cjevovoda [2–4]. Za procjenu preostale čvrstoće korodiranih cjevovoda široko se primjenjuju ASME B31G i DNV-RP-F101 [5,6]. Značaj korozije potvrđuju i statistički podaci prema kojima ona uzrokuje približno četvrtinu zabilježenih incidenata na plinovodima [7–9]. Predmet istraživanja je urušavanje segmenta glavnog cjevovoda koksnog plina koji je ostao u pogonu dulje od 50 godina. Koksni plin korozivno djeluje na ugljični čelik [10-13], dok nataložene nečistoće tijekom dugotrajnog rada stvaraju dodatno opterećenje. Posebnost analiziranog slučaja je urušavanje tijekom demontaže, pri kojoj rezanje otvora i odvajanje segmenta mijenjaju rubne uvjete i raspodjelu opterećenja. Cilj rada je analizirati utjecaj izrezanih otvora, promjene rubnih uvjeta i smanjenja debljine stijenke te odrediti kritičnu debljinu pri kojoj dolazi do gubitka stabilnosti cjevovoda.

2 Urušavanje cjevovoda

Prije demontaže u cjevovodu su izrezani pristupni otvori radi uklanjanja ostataka. Donji slojevi naslaga bili su zbijeni i očvrsnuti, dok su gornji ostali rastresiti. Nakon odvajanja segment se nije urušio odmah, nego se tijekom noći progresivno deformirao. Sljedećeg jutra zabilježen je lom u srednjem području raspona, uz deformaciju skele i zaštitne ograde. Takav tijek upućuje na postupni gubitak nosivosti, a ne na trenutačni lom neposredno uz izrezane otvore. Slika 1a prikazuje pristupne otvore dok slika 1b prikazuje nečistoće u cjevovodu.


a)


b)

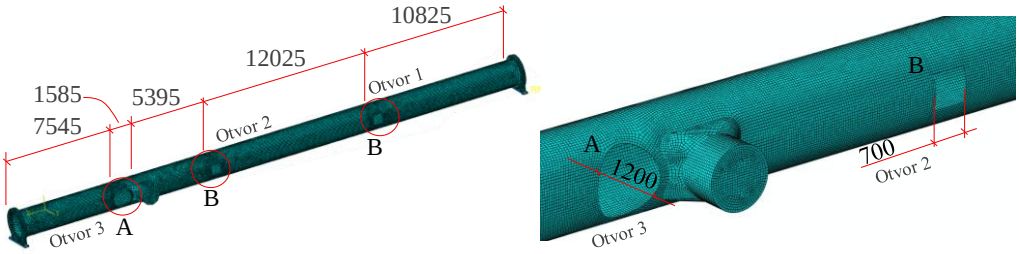
Slika 1. Pristupni otvori i naslage nečistoća u cjevovodu

3 Numeričko modeliranje

Proračuni su provedeni u programu Simulia Abaqus. Cijev i oslonci modelirani su ljuskastim elementima S4R i S3 uz geometrijsku i materijalnu nelinearnost. Mreža modela s otvorima sadržavala je približno 91 000 četverokutnih i 130 trokutnih elemenata. Uspoređena su dva stanja: B_{fix}, u kojem je analizirani segment spojen s ostatkom cjevovoda i rotacijski ograničen, te B_{free}, u kojem je segment odvojen i ponaša se približno kao slobodno oslonjena greda.

3.1 Geometrija i materijal

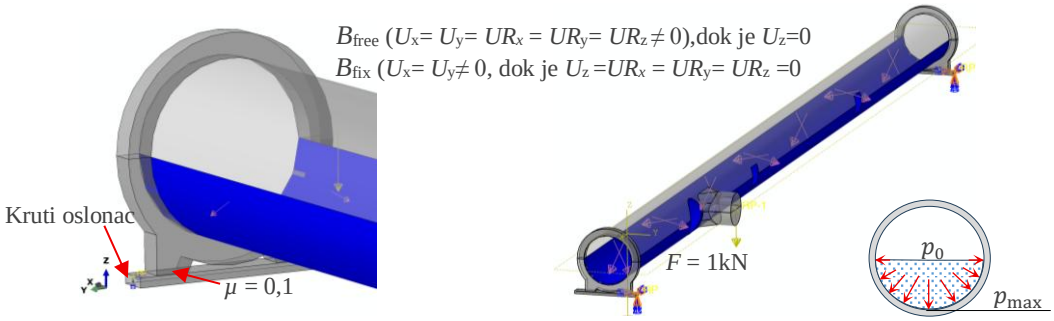
Analizirani segment prikazan na slici 2 dug je 37 375 mm, vanjskog je promjera 1820 mm i nazivne debljine stijenke 10 mm. Slika 2 prikazuje cijev sa izrezana dva pravokutna i jednim kružnim otvor. Geometrija otvora uključena je u model kako bi se obuhvatile lokalne koncentracije naprezanja na njihovim rubovima. Za cjevovod je usvojen bilinearni elasto-plastični materijalni model za čelik P235GH, E = 210 000 MPa, $R_{p0,2}$ = 235 MPa i ν = 0,3 [14].



Slika 2. Geometrija promatranog cjevovoda DN1800 s dimenzijama izreza

3.2 Rubni uvjeti

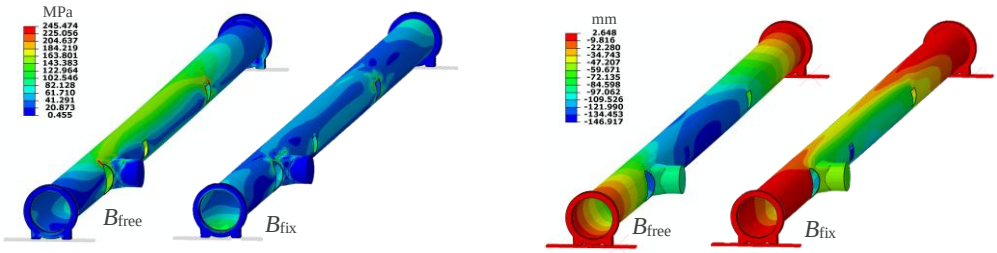
Osnovno opterećenje čine vlastita težina cijevi i hidrostatski raspodijeljena težina naslaga procijenjene gustoće q = 800 kg/m³. Slika 3 prikazuj dodanu koncentriranu silu od 1 kN koja predstavlja masu prirubnice, i kontakt krutog oslonca i cijevnog oslonca gdje je uzet koeficijent trenja μ = 0,1. Zavari nisu bili predmet analize.



Slika 3. Rubni uvjeti

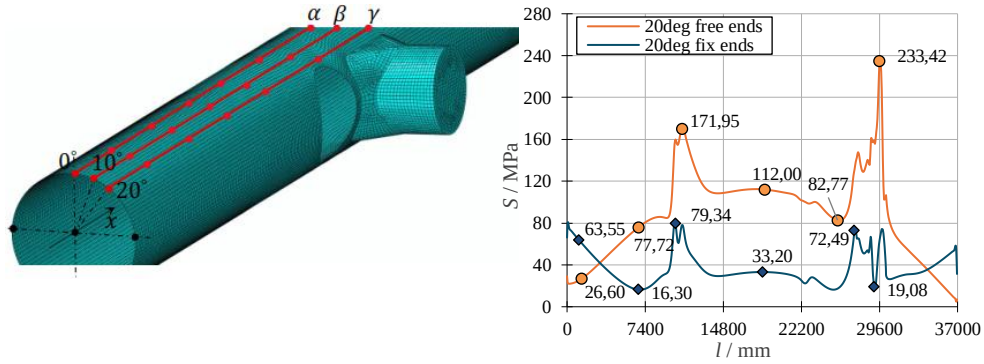
4 Analiza cjevovoda za dva različita rubna uvjeta

Na prikazanim rezultatima na slici 4 može se uočiti značajan utjecaj različitih rubnih uvjeta na ponašanje cjevovoda. Kod slobodnih krajeva (B_{free}) omogućeni su veći pomaci i zakretanja, zbog čega je savijanje cijevi izraženije. Nasuprot tome, kod fiksiranih krajeva (B_{fix}) pomaci i rotacije na mjestima učvršćenja su ograničeni, što dovodi do drugačije raspodjele naprezanja i deformacija duž cjevovoda. Na slici 4 također je vidljivo da se najveće vrijednosti ekvivalentnih von Misesovih naprezanja pojavljuju u karakterističnim područjima promjene geometrije, dok prikaz usmjerene deformacije jasno pokazuje razliku u deformiranom obliku između dva analizirana slučaja.



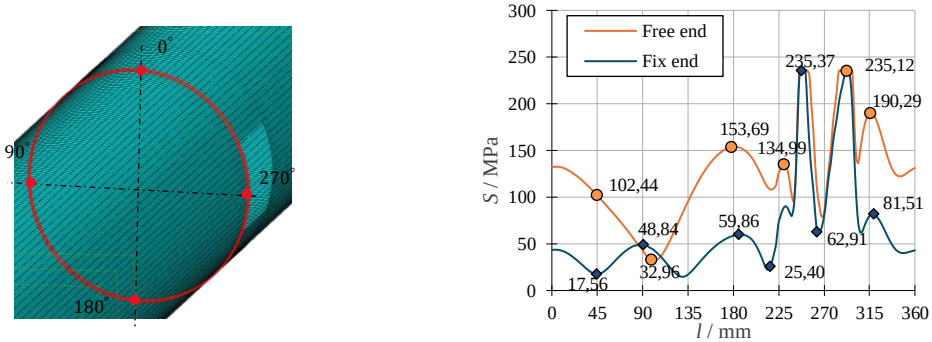
Slika 4. Raspodjela von Misesovih naprezanja i usmjerena deformacija za B_{free} i B_{fix}

Slika 5 prikazuje raspodjelu von Misesovih ekvivalentnih naprezanja duž putanje γ, koja se proteže u uzdužnom smjeru cijevi neposredno uz otvore za slučaj B_{free} i B_{fix}. Sa slike 5 je vidljivo da promjena rubnih uvjeta, odnosno zamjena fiksiranih krajeva cijevi slobodnim krajevima, uzrokuje značajno povećanje vrijednosti von Misesovih ekvivalentnih naprezanja.



Slika 5. Raspodjela von Misesovih naprezanja duž uzdužne putanje γ

Slika 6 prikazuje raspodjelu von Misesovih ekvivalentnih naprezanja duž obodne putanje u neposrednoj blizini otvora 1 za dva različita rubna uvjeta. Vidljivo je da naprezanja nisu jednoliko raspoređena po obodu cijevi, već se mijenjaju ovisno o položaju na obodnoj putanji. Vrijednosti naprezanja za slobodni i fiksirani kraj razlikuju se duž oboda. Uočene razlike pokazuju utjecaj rubnih uvjeta na raspodjelu naprezanja u neposrednoj blizini otvora.



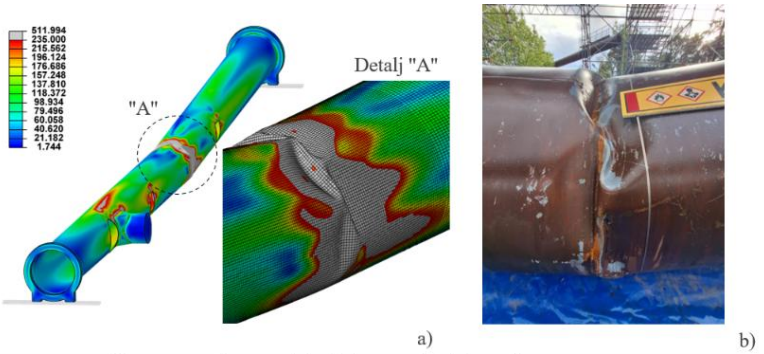
Slika 6. Raspodjela Von Misesovih naprezanja duž obodne putanje u blizini otvora 1

5 Određivanje kritične debljine stijenke za urušavanje cjevovoda

Debljina stijenke postupno je smanjivana sa slučaj B_{free} od nominalne vrijednosti 10 mm kako bi se odredila kritična debljina pri kojoj dolazi do urušavanja cjevovoda. Smanjenjem debljine stijenke dolazi do porasta maksimalnog von Misesovog naprezanja, s 116,2 MPa pri debljini od 10 mm na 183,2 MPa pri 6 mm. Pri debljini stijenke od 5,1 mm maksimalno naprezanje doseže $R_{p0,2}$ od 235 MPa, čime započinje plastična deformacija i gubitak stabilnosti. Dobivena kritična debljina stijenke iznosi približno 5,1 mm. Usporedba numerički dobivenog oblika deformacije sa stvarno urušenim segmentom prikazana je na slici 7.

Tablica 1. Utjecaj debljine stijenke na vrijednost von Misesovog ekvivalentnog naprezanja

W_t / mm	S_{max} / MPa	$S_{max}/R_{p0,2}$
10	116,2	0,49
9	122,6	0,52
8	141,2	0,60
7	164,6	0,70
6	183,2	0,79
5,1	235	1,00



Slika 7. Usporedba numeričke (a) i stvarne (b) deformacije urušenog segmenta

6 Zaključak

Na temelju provedenih analiza može se zaključiti da urušavanje cjevovoda nije posljedica jednog uzroka već međusobnog djelovanja više čimbenika. Izrezani otvori uzrokuju lokalno povećanje naprezanja, ali njihov utjecaj opada s udaljenošću te se ne može smatrati neposrednim uzrokom urušavanja. Značajniji utjecaj ima promjena rubnih uvjeta nakon odvajanja segmenta, kojom se povećavaju progib i savojna naprezanja, dok vlastita težina cijevi i masa nataloženih nečistoća dodatno povećavaju opterećenje. Ključno je korozijsko stanjivanje stijenke, kojim se smanjuje nosivost presjeka. Numeričkom analizom utvrđena je kritična debljina stijenke pri kojoj naprezanje doseže granicu tečenja materijala i dolazi do trajne deformacije. Podudarnost numeričkog rješenja sa stvarnim oblikom urušenog segmenta dodatno potvrđuje navedeno. Stoga se može zaključiti da je do urušavanja došlo uslijed kombinacije smanjene debljine stijenke, promijenjenih rubnih uvjeta te djelovanja vlastite težine i mase naslaga.

Acknowledgment

This research paper was funded by the University of Slavonski Brod through the institutional research project Analysis of the influence of design and process parameters of FDM

technology on the mechanical and vibrational properties of polyamide PA6 tooth of a cylindrical spur gear for the purpose of optimising the hybrid infill structure design (ASPFDM-PA6), financed by the European Union—NextGenerationEU. The views and opinions expressed in this paper are those of the author and do not necessarily reflect the official position of the European Union or the European Commission. Neither the European Union nor the European Commission can be held responsible for them.

7 Literatura

[1] Datta, A. & Bhattacharya, P. K., "Evaluation of Fitness for Service and Remaining Life Assessment of a Corroded Coke Oven Gas Pipeline in an Integrated Steel Plant," Kolkata, 2015.

[2] Cosham , A., & Hopkins, P., "The assessment of corrosion in pipelines – guidance in the pipeline defect assessment manual (pdam)," in *Pipeline Pigging and Integrity Management Conference*, Amsterdam, May 2004.

[3] Teixeira, A., Soares, C. G., Netto, T. & Estefen, S., "Reliability of pipelines with corrosion defects," *International Journal of Pressure Vessels and Piping 85* , p. 228–237, 2008.

[4] Wright, R., Lu, P., Devkota, J., Lu, F., Ziomek-Moroz, M. & Ohodnicki, P. J., "Corrosion sensors for structural health monitoring of oil and natural gas infrastructure: A review.," *Sensors 2019*, vol. 19, no. 18, p. 3964.

[5] ASME, Manual for determining the remaining strength of corroded pipelines., 2009.

[6] DNV, Dnvgl-rp-f101 corroded pipelines., 2017.

[7] Zakikhani, K., Fuzhan, N. & Tarek, Z., "A failure prediction model for corrosion in gas transmission pipelines," *Jurnal of Risk and Reliability*, vol. 235, no. 3, p. 374–390, 2020.

[8] Baker, M., "Pipeline corrosion-Final report submitted to the US Department of Transportation Pipeline and Hazardous Materials Safety Administration.," Washington, DC, 2008.

[9] "EGIG," [Online]. Available: https://www.egig.eu/reports. [Accessed 20.02.2026].

[10] Wright, K., "Coke oven gas treatment. Tar, liquor, ammonia," in *The year-book of the Coke Oven Managers' Association 2003*, 2003, pp. 221-257.

[11] Khan, R., Wieczorowski, M., Damjanović, D., Karim, M. R. & Alnaser, I. A., "Erosion–Corrosion Failure Analysis of a Mild Steel Nozzle Pipe in Water–Sand Flow," *Materials*, vol. 16, no. 22, art. 7084, 2023.

[12] Damjanović, D., Kozak, D., Gelo, I. & Gubeljak, N., "The Influence of Torsion Effect on Fracture Behavior of Pipe Ring Notched Bend Specimen (PRNB)," *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 103, art. 102286, 2019.

[13] Kozak, D., Samardžić, I., Stoić, A., Ivandić, Ž. & Damjanović, D., "Stress Analyses of Cylindrical Vessel with Changeable Head Geometry," *Scientific Bulletin, Series C: Fascicle Mechanics, Tribology, Machine Manufacturing Technology*, vol. 23, no. 100, p. 93, 2009.

[14] Thyssenkrupp, "Material data sheet for P235GH," thyssenkrupp Schulte, Essen.

Određivanje položaja impulsne pobude na temelju spektra razine zvučne snage: Teorijska analiza

Oštrić, L.[1], Braut, S.[2] i Skoblar, A.[3]

Sažetak
Uskopojasni spektar razine zvučne snage sadrži informacije o frekvencijskoj raspodjeli akustičke energije te je povezan s mehaničkom energijom vibracijskog odziva nakon impulsne pobude. U slučaju odziva grede pobuđene Diracovim delta impulsom, akustičko zračenje koje proizlazi iz međudjelovanja različitih prirodnih oblika vibriranja može se smatrati zanemarivim u odnosu na akustičko zračenje pojedinačnih prirodnih oblika. Stoga se, na temelju poznatih učinkovitosti akustičkog zračenja pojedinih prirodnih oblika vibriranja, mogu procijeniti njihove amplitude. Uvrštavanjem tako određenih amplituda u izraz za odziv definiran modalnom Greenovom funkcijom dobiva se dovoljna osnova za identifikaciju položaja i iznosa impulsne pobude, bez potrebe za poznavanjem faznih odnosa između pojedinih prirodnih oblika vibriranja.

Ključne riječi: spektar razine zvučne snage, Diracov delta impuls, efikasnost akustičkog zračenja, modalne Greenova funkcija, prirodni oblici vibriranja

[1] **Lovro Oštrić, univ. mag. ing. mech.**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000, Rijeka, e-mail: lovro.ostric@proton.me
[2] **dr.sc. Sanjin Braut, prof.**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000, Rijeka, e-mail: sanjin.braut@uniri.hr
[3] **dr.sc. Ante Skoblar, izv.prof.**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000, Rijeka, e-mail: ante.skoblar@uniri.hr

1 Uvod

Određivanje položaja i iznosa impulsa sile na temelju mjerenja vibracija konstrukcije u literaturi se provodi različitim pristupima, među kojima su određivanje na temelju smjera dolaska i vremena propagacije Lambova vala do niza senzora [1] te određivanje na temelju modalnog odziva konstrukcije tj. primjenom metode superpozicije prirodnih oblika vibriranja [2] koja se koristi i u ovom radu. Metoda superpozicije prirodnih oblika vibriranja primjenjuje se i za izračun ukupnog vibracijskog odziva konstrukcija izloženih harmonijskoj pobudi [3].

Osnovno ograničenje pri mjerenju vibracijskog odziva jest da korišteni senzori ne smiju utjecati na odziv konstrukcije. Stoga je kod laganih konstrukcija nužno primijeniti beskontaktne senzore vibracija ili druge metode beskontaktnog mjerenja na temelju kojih se vibracijski odziv može procijeniti. Primjer takvog pristupa prikazan je u [4], gdje se, uz ostale metode, primjenjuje akustička holografija u bliskom polju (NAH, engl. Near-field Acoustic Holography) za određivanje polja brzine vibriranja ploče na temelju akustičkih mjerenja zvučnog tlaka i/ili brzine čestica u bliskom polju.

Iako su takvim mjerenjem ostvareni preduvjeti za određivanje uskopojasnog spektra zvučne snage izvora, on u navedenom radu nije korišten za određivanje vibracijskog odziva zbog gubitka informacije o faznim odnosima između pojedinih prirodnih oblika vibriranja. Međutim, postoje teorijske osnove prema kojima za identifikaciju položaja i iznosa impulsa sile poznavanje tih faznih odnosa nije nužno. Na toj se pretpostavci temelji pristup predložen u ovom radu.

2 Numerički model

Numerički model ove analize temelji se na odzivu Euler-Bernoulli (EB) grede na Diracov delta impuls koji je definiran pomoću modalne Greenove funkcije [5] i temelji se na superpoziciji prirodnih oblika vibriranja

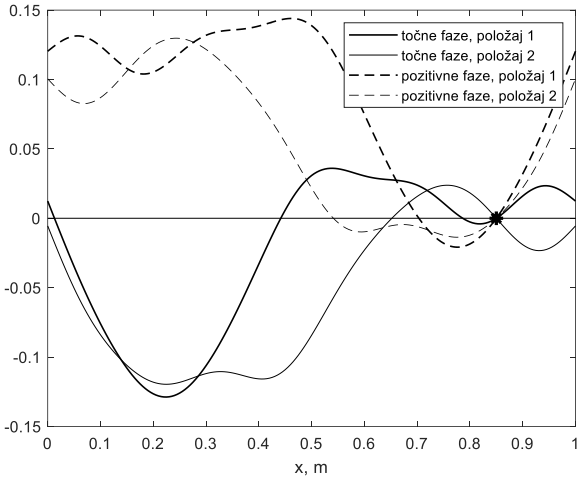
$$w(x,t) = I \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\phi_n(x)\phi_n(\xi)}{M_n \omega_n} \sin(\omega_n t)\, H(t) \tag{1}$$

gdje je I amplituda impulsa, $\phi_n(x)$ n-ti prirodni oblik vibriranja, $\phi_n(\xi)$ pomak na položaju impulsa ξ, M_n modalna masa i ω_n vlastita kružna frekvencija n-tog prirodnog oblika vibriranja, t vrijeme, i $H(t)$ Heaviside-ova funkcija.

Radi jednostavnijeg opisa osnovnih principa u izračunu prigušenje nije uzeto u obzir.

Iz definirane funkcije $w=f(I, \xi, A_n, \omega_h, x, t)$ za poznate amplitude prirodnih oblika vibriranja A_n, njihove vlastite kružne frekvencije ω_h te pomake w_j na minimalno dva položaja grede x_j u istom trenutku t, može se odrediti položaj i iznos impulsa sile (ξ, I) iz sustava dvije jednadžbe s dvije nepoznanice.

Vlastite frekvencije i prirodni oblici vibriranja određeni su iz karakteristika grede i rubnih uvjeta, dok su pomaci procijenjeni iz izraza (1). Na dijagramu na slici 1. prikazana je funkcija čije su nulte točke moguće vrijednosti položaja impulsa koji na mjestu mjerenja daje odgovarajući odziv u zadnom trenutku. Iz slike 1. vidljivo je da postoji samo jedno rješenje koje zadovoljava oba položaja mjerenja i da predznaci faze ne utječu na rješenje.



Slika 1. Funkcija čije su nulte točke moguće vrijednosti položaja impulsa koji na mjestu mjerenja daje odgovarajući pomak za zadani trenutak

S obzirom da se u izračunu koristi konačan broj prirodnih oblika vibriranja točnost metode je ograničena, međutim, korištenjem broja oblika vibriranja koji daje približno točan diskretiziran signal dobije se slična situacija kao i kod stvarnih mjerenja. U praksi se točnost sličnih metoda uvećava i mjerenjima na više položaja [2].

Ideja da se uskopojasni spektar zvučne snage koristi kao ulazni parametar slijedi iz poznatih izraza za izračun zvučne snage grede koja vibrira u prirodnom obliku vibriranja [6]. Zvučna snaga se iz akustičkih tlakova na polusferi u dalekom polju izračunava iz izraza

$$P(\omega) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{|p_{ff}|^2}{\rho c} r^2 \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi \tag{2}$$

gdje su φ i θ koordinate sfernog koordinatnog sustava (φ, $\pi/2$-θ, r) čije ishodište leži u kutu grede, a p_{ff} zvučni tlak u dalekom polju koji se izračunava po izrazu

$$p_{ff} = -ik\rho c \frac{e^{ikr}}{2\pi r} \int_0^b \int_0^L v e^{-i\left[\alpha\left(\frac{x}{L}\right)+\beta\left(\frac{x}{b}\right)\right]} \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{3}$$

gdje je ρ gustoća zraka, c brzina zvuka u zraku, k=ω/c broj vala, b širina grede, L duljina grede, v brzina diferencijalnog $b\mathrm{d}x$ elementa grede, a veličine α i β definirane izrazima $\alpha = kL \sin\theta \cos\varphi$ i $\beta = kb \sin\theta \sin\varphi$. Dobiveni izrazi za zvučnu snagu svedeni su na oblik

$$P_n(\omega) = S_n(\omega)\rho c b L \langle |v_\omega|^2 \rangle \tag{4}$$

gdje je S_{n} efikasnost akustičkog zračenja, a $\langle |v_\omega|^2 \rangle$ prosječna srednja kvadratna površinska brzina površine grede koja se izračunava po izrazu

$$\langle |v_\omega|^2 \rangle = \frac{1}{bL} \int_0^b \int_0^L \frac{1}{2} v^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{5}$$

Prirodni oblik vibriranja za gredu jednostavno oslonjenu na oba kraja glasi

$$u_n(x) = A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \tag{6}$$

i svaki prirodni oblik vibriranja ima odgovarajuću vlastitu kružnu frekvenciju ω_n.

Maksimalna brzina točke na prirodnom obliku vibriranja dobije se derivacijom po vremenu kojom je fazor brzine prirodnog oblika vibriranja 90° ispred fazora pomaka u kompleksnoj ravnini

$$v_n(x) = i\omega_n A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \tag{7}$$

pa se amplituda brzine definira izrazom $v_m = \omega_n A_n$.

Na temelju postavljene teorije u članku [6] izračunava se efikasnost akustičkog zračenja grede S_n koja vibrira u *n*-tom obliku vibriranja izrazom.

$$S_n = \frac{32k^2bL}{n^2\pi^4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\left[1 - \left(\frac{\alpha}{n\pi}\right)^2\right]\beta} \right\} \sin\theta \, d\theta d\varphi \tag{8}$$

gdje se funkcija kosinusa koristi kad je *n* neparni broj, dok se funkcija sinusa koristi kad je *n* parni broj.

S_n funkcija je vlastite kružne frekvencija ω_n, odgovarajućeg broja vala *k*, duljine grede *L*, i rednog broja vlastite frekvencije *n* koje su definirane vrijednosti s obzirom da je modalna analiza napravljena tj. poznate su vlastite frekvencije i prirodni oblici vibriranja.

Slijedi da se amplituda vibracijske brzine pojedinog prirodnog oblika vibriranja određuje iz izraza

$$v_m = \sqrt{\frac{4P(\omega)}{\rho c b l S(\omega)}} \tag{9}$$

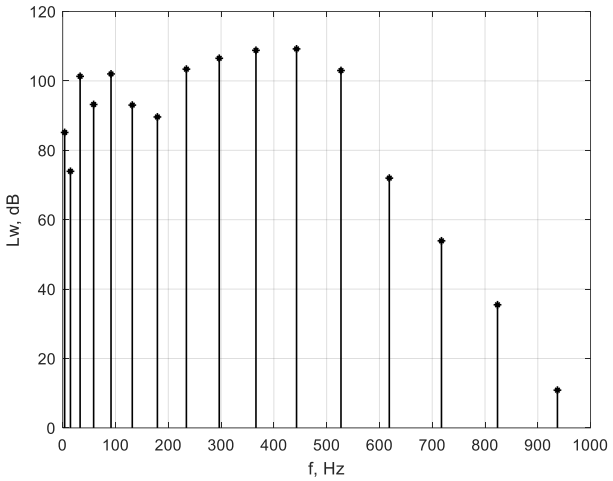
dok amplituda vibracijskog pomaka oblika vibriranja iznosi $A_n = v_m/\omega_n$.

S obzirom da su za odziv grede na Diracov delta impuls iznosi zvučnih snaga pojedinih prirodnih oblika vibriranja nezavisni od utjecaja ostalih prirodnih oblika vibriranja, iz opisane procedure se može odrediti amplituda pojedinih prirodnih oblika vibriranja.

Nedostatak ove inverzne procedure je što se ne dobije faza prirodnog oblika vibriranja, tj. + ili - predznak koeficijenta A_n, međutim uočeno je da predznak amplituda prirodnih oblika vibriranja A_n ne utječe na izračun položaja i iznos impulsa sile pa poznavanje faze nije potrebno.

3 Primjer

Zadana je jednostavno oslonjena greda duljine L=1 m, gustoće materijala ρ=7865.77 kg/m^3, modula elastičnosti E=2.1·10^{11} Pa, širine b=L/64, debljine h=L/640, koja je pobuđena Diracovim delta impulsom na položaju ξ=0.85 m s amplitudom impulsa I=1 Ns te je procijenjen vibracijski odziv grede pomoću 16 prirodnih oblika vibriranja i definiran je odgovarajući spektar razina zvučne snage na slici 2.



Slika 2. Teorijski uskopojasni spektar razina zvučne snage grede pobuđene s Diracovim delta impulsom

Vrijednosti označene sa oznakom "*" na slici 2. slijede iz izraza (4) i (8). U ovom teorijskom primjeru postupak natražnog određivanja točnog položaja i približnog iznosa impulsa uspješno je proveden za minimalno 11 prirodnih oblika vibriranja. Rezultat izračuna je točan položaj pobude ξ dok je iznos impulsa precijenjen za 1.3%.

4 Zaključak

Iz provedene teorijske analize proizlazi da je položaj i iznos Diracova delta impulsa moguće odrediti na temelju prirodnih oblika vibriranja i pripadajućih vlastitih frekvencija dobivenih modalnom analizom te amplituda pojedinih prirodnih oblika procijenjenih iz uskopojasnog spektra zvučne snage. Uvrštavanjem tako određenih amplituda u izraz za odziv definiran modalnom Greenovom funkcijom omogućuje se identifikacija položaja i iznosa impulsne pobude bez potrebe za poznavanjem faznih odnosa između pojedinih prirodnih oblika vibriranja.

Zahvale

Ovaj je rad financijski podržalo Sveučilište u Rijeci, Hrvatska, u okviru projekta broj uniri-iz-25-132.

Literatura

[1] Yang, H., Shin, T.J., Lee, S.; Source location in plates based on the multiple sensors array method and wavelet analysis; Journal of Mechanical Science and Technology; 2014.; 28 (1); 1~8.
[2] Zhang, B., Zhu, X., Li, J.; Truncated Transfer Matrix-Based Regularization for Impact Force Localization and Reconstruction; Sensors; 2025.; 25; 5712.
[3] Oštrić, L.; Zvučna snaga vibrirajuće kvadratne ploče; Diplomski rad; Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet; 2023.
[4] Pezerat, C., Leclere, Q., Totaro, N., Pachebat, M.; Identification of vibration excitations from acoustic measurements using near field acoustic holography and the force analysis technique; Journal of Sound and Vibration; 2009.; 326; 540–556.
[5] Bergmann, L.A., Hyatt, J.E.; Green functions for transversely vibrating uniform Euler-Bernoulli beams subjected to constant axial preload; Journal of Sound and Vibration; 1989.; 134(l); 175-180.
[6] Wallace, C.E.; Radiation Resistance of a Baffled Beam; The Journal of the Acoustical Society of America; 1972; 51(3)(2); 936-945.

Utjecaj različitih oblika i krutosti ispune na materijalne parametre kod materijala s izraženom mikrostrukturom

Papa Dukić, E.[1] i Jelenić, G.[2]

Sažetak
U radu će biti prikazani rezultati provedenih virtualnih eksperimenata na uzorcima s izraženom mikrostrukturom. Pokazat će se utjecaj različitih oblika i krutosti ispune na size efekt u okviru Cosseratove teorije elastičnosti te će biti određene karakteristične duljine na savijanje.

Ključne riječi: Cosseratova teorija, periodična struktura, materijalni parametri, utjecaj veličine, karakteristična duljina na savijanje

[1] **Doc.dr.sc. Edita Papa Dukić, dipl. ing. građ**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 101, 51000 Rijeka, e-mail: edita.papa@uniri.hr
[2] **Prof.dr.sc. Gordan Jelenić, redoviti profesor u trajnom zvanju**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: gordan.jelenic@uniri.hr

1 Uvod

Klasična Cauchyjeva teorija elastičnosti uspješno se primjenjuje za opis mehaničkog odziva različitih konstrukcijskih materijala. Međutim, njezina primjena postaje ograničena kada dimenzije mikrostrukturnih elemenata više nisu zanemarive u odnosu na veličinu ispitnog uzorka. U takvim slučajevima mogu se pojaviti značajna odstupanja između teorijskih predviđanja i eksperimentalnih rezultata, što je zabilježeno kod zrnatih i vlaknastih struktura [1].

Jedna od posljedica utjecaja mikrostrukture jest ovisnost mehaničkog odziva o dimenzijama uzorka, poznata kao utjecaj veličine (engl. *size effect*). Eksperimentalno je pokazano da manji uzorci mogu imati veću prividnu krutost u odnosu na geometrijski slične uzorke većih dimenzija. Budući da klasična teorija ne uključuje unutarnju duljinsku skalu povezanu s mikrostrukturom, navedeni fenomen nije moguće odgovarajuće opisati Cauchyjevim kontinuumom.

Za opis takvih pojava razvijene su alternativne teorije kontinuuma, među kojima je Cosseratova mikropolarna teorija [2]. Za razliku od klasične teorije, ona uvodi dodatne materijalne parametre koji omogućuju uključivanje mikrostrukturnih učinaka u opis mehaničkog odziva. Njihovo eksperimentalno određivanje i dalje predstavlja jedan od važnih izazova u primjeni mikropolarnih modela [3-8].

U ovom radu prikazani su rezultati numeričke analize uzoraka s izraženom mikrostrukturom u ovisnosti o različitim krutostima i oblicima ispune.

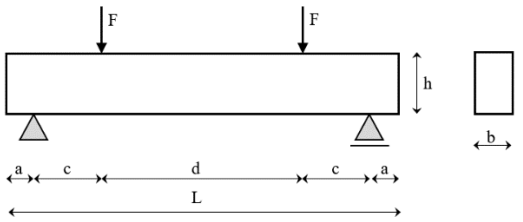
2 Numerička analiza i opis uzoraka

Uzorci različitih veličina koji su prikazani u tablici 1 formirani su od materijala s izraženom mikrostrukturom s različitim oblicima ispune. Razmatrani su kružni i kvadratni oblici ispune pri čemu je zadržana konstantna površina ispuna.



Slika 1. Unutarnja struktura uzoraka različitih oblika ispune.

Radijus šupljina iznosi 3.5 mm dok je duljina stranice kvadratne ispune jednaka 6.2 mm. Periodičnost ispune je definirana istostraničnim trokutom duljine stranice 14.66 mm (slika 1.). Varirana je krutost ispune u odnosu na krutost matrice (okolnog materijala) a obuhvaćene su i kruće i mekše ispune. Numerička analiza savijanja u četiri točke je provedena u programskom paketu Abaqus za tri različite veličine uzoraka, prema dimenzijama u tablici 1 i statičkoj shemi prikazanoj na slici 2.



Slika 2. Statička shema.

Modul elastičnosti matrice iznosi E_m=70 GPa a modul elastičnosti ispune $E_i=10^{-6}$ E_m, 10^{-4} E_m, 10^{-2} E_m, 0.1 E_m, 0.5 E_m, E_m, 2 E_m, 3E_m, 10 E_m, 100 E_m. Poissonov koeficijent iznosi 0.3 za matricu i za ispunu. Oslonci i mjesta unosa opterećenja su smještena između dviju susjednih ispuna kako bi se isključili lokalni efekti. Provedena je analiza konvergencije veličine konačnih elemenata te je za sve veličine uzoraka mreža formirana na način da su rubovi uzoraka podijeljeni na segmente istih duljina iznosa 0.5 mm. U skladu s time najmanji uzorci B1 su diskretizirani mrežom od 15861 konačnih elemenata, uzorci B2 mrežom od 58920 elemenata te najveći uzorci mrežom od 221518 konačnih elemenata. Korišteni su CPE6 (constant plain strain) trokutni konačni elementi.

Tablica 1. Dimenzije uzoraka

Greda	b [mm]	h [mm]	L [mm]	c [mm]	d [mm]
B1	12,7	12,7	140	43.98	43.98
B2	12,7	25,4	280	87.96	87.96
B3	12,7	50,8	530	190.58	131.94

Na skupu će biti prezentirani rezultati provedenih numeričkih analiza s ciljem utvrđivanja utjecaja oblika ispune na materijalne parametre.

Zahvale

Prezentirano istraživanje financirala je HRZZ u sklopu projekta HRZZ-IP-2024-05-9904.

Literatura

[1] Lakes, R.S.; Experimental microelasticity of two porous solids; International Journal of Solids and Structures; 1986; 22(1); 55-63.
[2] Cosserat, E. i Cosserat, F.; Theorie des corps deformables; Herma; Pariz; 1909.
[3] Gauthier, R. i Jahsman, W.E.; A quest for micropolar elastic constants; Journal of Applied Mechanics; 1975; 42; 369-374.
[4] Papa Dukić, E.; Grbac, L. i Jelenić, G.; Characteristic bending length in micropolar materials with periodic internal structure; Journal of Mechanics of Materials and Structures; 2024; 19; 515-530.

[5] Bigoni, D. i Drugan W.J.; Analytical derivation of Cosserat moduli via homogenization of heterogenous elastic materials; Trans. ASME J. Appl. Mech.; 2007; 74; 741-753.
[6] Beveridge, A.J.; Wheel, M.A. i Nash, D.H.; The micropolar elastic behavior of model macroscopically heterogeneous materials ; International Journal of Solids and Structures; 2013; 50; 246-255.
[7] He, Z.; Zhu, H.; Wang, X. i Ma, S.; Experimental investigation on scale effect of mechanical properties of heterogeneous microploar medium materials; Composite Structures; 2020; 251; 112667.
[8] Yang, J.F.C. i Lakes, R.S.; Experimental study of micropolar and couple stress elasticity in compact bone in bending; Journal of Biomechanics; 1982; 15; 91-98.

Simulacija heterogenih kvazi-krhkih materijala diskretnim rešetkastim modelom s ugrađenim jakim diskontinuitetma

Pavić, D.[1], Nikolić, M.[2]

Sažetak
Modeli rešetke naširoko se koriste u računalnoj mehanici za simulaciju loma kvazi-krhkih materijala, no standardne formulacije često ne uspijevaju vjerno reproducirati Poissonov omjer niti jednoliko polje pomaka u linearno elastičnom području. U ovom radu predstavljen je diskretni model rešetke temeljen na Voronoijevoj teselaciji i Timoshenkovim grednim elementima, u kojem se navedeno ograničenje prevladava uvođenjem korekcijskih koeficijenata k_a i k_s za prilagodbu uzdužne i posmične krutosti elemenata. Uz to, model uvodi spregnuti kriterij loma definiran eliptičkom plohom u prostoru unutarnjih sila, koji istodobno uzima u obzir vlačnu i posmičnu komponentu naprezanja, umjesto uobičajenog odvojenog promatranja ovih dviju veličina. Predloženi pristup ispitan je na numeričkom vlačnom testu uzorka oblika „pseće kosti", pri čemu su rezultati uspoređeni s klasičnim, nespregnutim modelom istih materijalnih parametara. Pokazano je da nespregnuti pristup sustavno precjenjuje nosivost elementa pod kombiniranim opterećenjem, dok spregnuta eliptička formulacija daje nižu, ali fizikalno konzistentniju vršnu nosivost te postupnije, realističnije posljevršno omekšavanje. Rezultati upućuju na to da spregnuti kriterij loma predstavlja značajno unaprjeđenje u odnosu na klasične rešetkaste modele pri simulaciji ponašanja kvazi-krhkih materijala izloženih miješanim stanjima naprezanja.

Ključne riječi: Rešetkasti model, Kvazi-krhki materijali, Ugrađeni jaki diskontinuteti

[1]**Duje Pavić, Asistent**, Sveučilište u Splitu, Fakultet Građevinarstva, arhitekture i geodezije, Matice hrvatske 15, 21000 Split, e-mail: dpavic@gradst.hr

1 Uvod

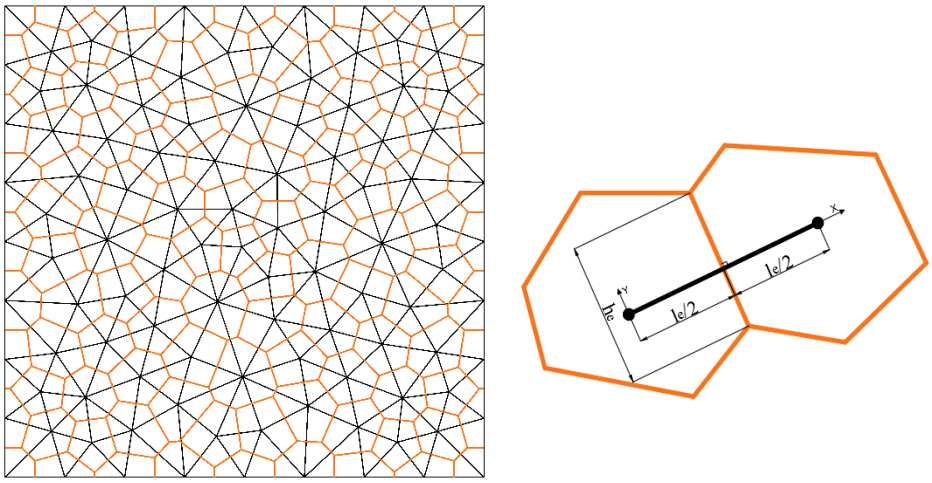
Reštkasti modeli u području računalne mehanike imaju veliku primjenu zbog svoje jednostavnosti i prirodne sposobnosti simulacije širenja pukotina i loma materijala. Diskretna priroda ovakvih modela omogućuje izravno praćenje inicijacije i propagacije pukotina na razini pojedinačnog elementa, bez potrebe za dodatnim tehnikama praćenja diskontinuiteta koje se često koriste u kontinuumskim formulacijama konačnih elemenata.

Međutim, standardne formulacije rešetke često se bore s točnom reprodukcijom ključnih elastičnih svojstava, posebno Poissonovog omjera, te često proizvode nejednolika polja pomaka pod homogenim opterećenjem, što je detaljno opisano u radu [2]. Ova ograničenja proizlaze iz same topologije rešetkaste mreže, gdje omjer uzdužne i posmične krutosti pojedinačnih elemenata izravno određuje makroskopski Poissonov omjer modelirane domene, dok istovremeno mora osigurati fizikalno konzistentan odziv na razini pojedinog elementa. Netočna kalibracija ovog omjera ne utječe samo na točnost linearno elastičnog ponašanja, već posljedično i na raspodjelu unutarnjih sila među elementima, a time i na način inicijacije loma u fazi omekšavanja materijala.

Ovaj rad predstavlja diskretni rešetkasti model temeljen na Voronoijevoj tesalaciji koji koristi Timoshenkove gredne elemente, poboljšane korekcijskim koeficijentima k_a i k_s za pravilno podešavanje uzdužne i posmične krutosti pojedinih elemenata. Cilj uvođenja ovih koeficijenata je postizanje jednolikog polja pomaka u linearno elastičnom stanju za zadani Poissonov omjer materijala, čime se posljedično poboljšava i ponašanje modela u fazi loma. Uz to, u model je implementiran kriterij otkazivanja elementa temeljen na eliptičkoj graničnoj plohi u prostoru unutarnjih sila, koja istovremeno uzima u obzir normalno i posmično naprezanje kao spregnuti kriterij loma, umjesto uobičajenog odvojenog promatranja ove dvije komponente.

2 Rešetkasti numerički model

Predloženi model diskretne rešetke konstruiran je primjenom Voronoijeve teselacije, pri čemu su Timoshenkovi gredni elementi postavljeni duž bridova odgovarajuće Delaunayjeve triangulacije (slika 1(a)). Te grede djeluju kao kohezivne veze između susjednih Voronoijevih ćelija, a njihove su krutosti definirane na temelju geometrije, konkretno duljine zajedničkih bridova susjednih ćelija (slika 1(b)). Međutim, jednodimenzionalna priroda elemenata rešetke i pripadajuće krutosti ograničavaju raspon elastičnih odziva i bočnih deformacija (povezanih s Poissonovim omjerom) koje se mogu točno reproducirati. Kako bi se prevladalo to ograničenje i osiguralo da rešetka vjerno prikazuje makroskopsko elastično ponašanje (uključujući Youngov modul i Poissonov omjer), uvode se korekcijski koeficijenti k_a i k_s kojima se redom prilagođavaju uzdužna i posmična krutost elemenata greda [1–4].



(a) (b)

Slika 1. a) Nepravilna rešetkasta domena [2], b) Susjedne dvije Voronie ćelije [2]

Nakon uspostave korigiranih krutosti, model uvodi spregnuti kriterij loma koji istodobno uzima u obzir uzdužnu i posmičnu komponentu unutarnjih sila u svakom elementu grede. Umjesto uobičajenog razdvojenog promatranja vlačnog i posmičnog otkazivanja, granica elastičnog područja definirana je eliptičkom plohom u prostoru unutarnjih sila definirana jednadžbom:

$$\left(\frac{N}{N_u}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_u}\right)^2 - 1 = 0 \tag{1}$$

gdje su N i V vlačna i posmična sila u elementu, dok N_u i V_u predstavljaju granične vrijednosti nosivosti elementa pri čistom vlaku odnosno čistom posmiku. Kada kombinacija (N,V) prijeđe granicu definiranu jednadžbom (1), element prelazi iz linearno elastičnog stanja u fazu omekšavanja.

U trenutku prekoračenja elipse bilježi se kombinacija sila (N_b,V_b) koja predstavlja mod loma elementa. Omjer u kojem su vlačna i posmična komponenta pridonijele inicijaciji loma izražava se kutom ω:

$$\omega = arctan\left(\frac{N_b/N_u}{V_b/V_u}\right) \tag{2}$$

pri čemu ω=0 odgovara čistom posmičnom modu loma, a ω=π/2 čistom vlačnom modu. Kut ω potom omogućuje glatku interpolaciju energije loma između vlačne (G_{ft}) i posmične (G_{fs}) vrijednosti, čime se definira efektivna energija loma:

$$G_f(\omega) = G_{fs} + \left(G_{ft} - G_{fs}\right)\left(\frac{2\omega}{\pi}\right)^n \tag{3}$$

gdje eksponent n određuje oblik prijelazne funkcije, a $G_f(\omega)$ dosljedno upravlja disipacijom energije ovisno o dominantnom mehanizmu loma.

Nakon inicijacije loma, odziv elementa u fazi omekšavanja modeliran je pristupom ugrađenog diskontinuiteta, pri čemu se ukupna deformacija elementa aditivno rastavlja na elastični dio i dio uzrokovan otvaranjem pukotine, opisan vektorom skoka $\alpha=[\alpha_u,\alpha_v]^T$. U svakom koraku opterećenja probna (elastična) sila projicira se radijalno na trenutnu, smanjenu eliptičku granicu, čime se dobiva stvarna sila u elementu, dok se pripadajuće komponente skoka α_u, α_v određuju iz razlike probne i projicirane sile:

$$\alpha_u = \frac{N^{proj} - N^{tr}}{k_a G^e}, \quad \alpha_v = \frac{V^{proj} - V^{tr}}{k_s G^e}, \tag{4}$$

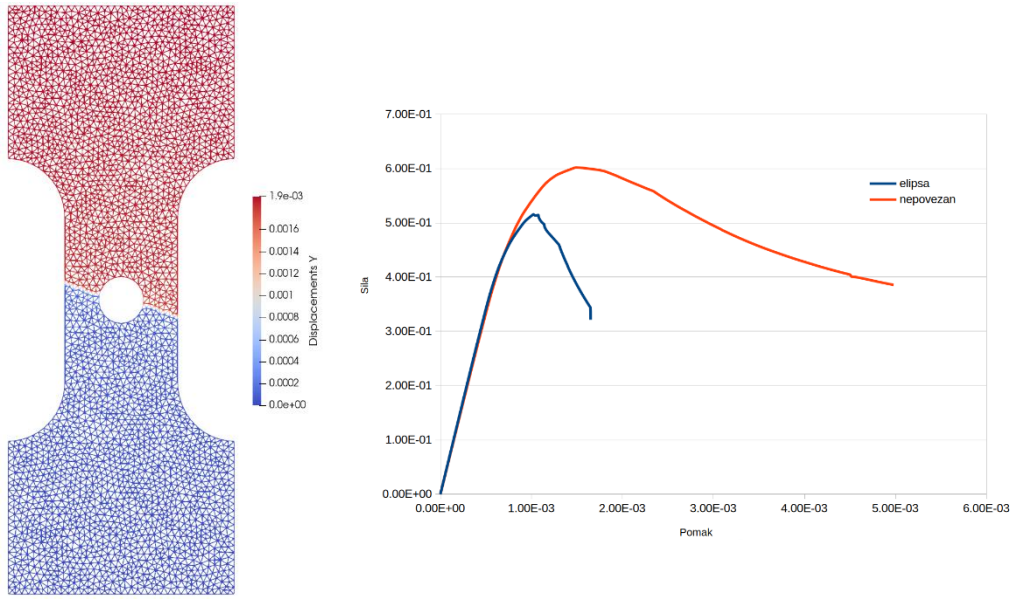
gdje je $G_e=-1/l_e$ geometrijski faktor ovisan o duljini elementa l_e, a N_{tr}, V_{tr} probne (elastično predviđene) vrijednosti sile. Akumulirana mjera otvaranja pukotine dobiva se kao norma vektora skoka, $\kappa=\kappa_0+\|\alpha-\alpha_0\|$, koja pogoni postupno smanjenje granica elipse, upravljano energijom $G_f(\omega)$, sve do potpunog gubitka nosivosti elementa [4].

3 Vlačni test

Ispitivanje je provedeno na uzorku oblika „pseće kosti" (slika 2(a)) sa sljedećim materijalnim karakteristikama: $E=3000\ kN/m^2$, Poissionov koefijent od 0.2. Primijenjeno je jednoliko vlačno opterećenje, a za kalibraciju linearnog elastičnog ponašanja modela identifcirani su korekcijski koeficijenti $k_a=1.256$ i $k_s=0.316$. Detaljan opis identifikacije korekcijskih koeficijenata može se pronaći u radu [2]. Za materijal poput betona definirani su parametri vlačne i posmične čvrstoće elementa te pripadajuće energije loma: $\sigma_u=0.29\ kN/m^2$, $\tau_u=0.35\ kN/m^2$, energija loma za vlačni mod iznosi $G_{ft}=0.0005$, a za posmični mod $G_{fs}=0.0001$ [5].

Dobivena krivulja sila–pomak prikazana je na slici 2(b). Plavom bojom označena je krivulja dobivena predloženim modelom sa spregnutom eliptičkom formulacijom vlačne i posmične čvrstoće elementa, opisanom u poglavlju 2. Crvenom bojom označena je krivulja dobivena za iste parametre materijala primjenom klasičnog, nespregnutog pristupa, u kojem se vlačna i posmična čvrstoća elementa provjeravaju neovisno jedna o drugoj.

Usporedba dviju krivulja ukazuje na značajne razlike u predviđenom ponašanju. Nespregnuti model (crveno) postiže veću vršnu nosivost u odnosu na spregnuti eliptički model, pri čemu je vršna vrijednost dosegnuta pri većem pomaku, a posljevršno omekšavanje odvija se postupno i prati se do znatno većeg pomaka uz zadržavanje značajnog dijela rezidualne nosivosti. Spregnuti eliptički model, s druge strane, pokazuje znatno strmije posljevršno omekšavanje, pri čemu je analiza prekinuta pri relativno malom pomaku.



(a) (b)

Slika 2. a) Polje pomaka i prikaz pukotine vlačnim testom na uzorku „pseće kosti" [5], b) Graf pomak-sila za spregnuti (elipsa) i nespregnuti (nepovezan) model

4 Zaključak

U ovom radu predstavljen je diskretni rešetkasti model temeljen na Voronoijevoj teselaciji i Timoshenkovim grednim elementima, unaprijeđen korekcijskim koeficijentima k_a i k_s za postizanje jednolikog polja pomaka u linearno elastičnom području te spregnutim eliptičkim kriterijem loma koji istodobno uzima u obzir vlačnu i posmičnu komponentu unutarnjih sila svakog elementa.

Rezultati provedenog vlačnog testa na uzorku oblika „pseće kosti" pokazuju da odabir kriterija loma značajno utječe na predviđeno ponašanje modela. Kada se vlačna i posmična čvrstoća elementa provjeravaju neovisno jedna o drugoj, element može istovremeno prenositi naprezanja bliska svojoj punoj vlačnoj i punoj posmičnoj graničnoj vrijednosti, budući da prekoračenje jednog kriterija ne utječe na dopušteni prostor drugog, što sustavno precjenjuje nosivost elementa pod kombiniranim opterećenjem. Predložena eliptička formulacija, naprotiv, ispravno opisuje interakciju dvaju mehanizama loma gdje prisutnost posmične komponente smanjuje dopuštenu vlačnu nosivost i obrnuto, čime se element lomi ranije nego što bi to predvidio bilo koji od kriterija promatran zasebno, a rezultirajuća krivulja sila–pomak pokazuje nižu vršnu nosivost i konzervativniju procjenu ponašanja u posljevršnom području.

Na temelju navedenog može se zaključiti da nespregnuti pristup, unatoč jednostavnosti i široj primjeni u postojećim rešetkastim modelima, može značajno precijeniti nosivost konstrukcije izložene kombiniranom vlačno-posmičnom stanju naprezanja. Predloženi model, koji objedinjuje korekcijske koeficijente krutosti za vjerno reproduciranje linearno elastičnog ponašanja s eliptičkim kriterijem loma za realističniji prikaz mehanizama otkazivanja, predstavlja

korak prema fizikalno konzistentnijim i pouzdanijim rešetkastim modelima kvazi-krhkih materijala.

Zahvale

Ovo istraživanje podržano je projektom ’Projekt razvoja karijera mladih istraživača – izobrazba novih doktora znanosti’ (DOK-NPOO-2023-10-8014), koji financira Hrvatska zaklada za znanost.

Literatura

[1] Ibrahimbegovic, A.; Nonlinear solid mechanics: theoretical formulations and finite element solution methods (vol. 160); Heidelberg: Springer Science & Business Media; 2009.
[2] Pavić, D. i Friedman, N. i Matthies, H. G. i Nikolić, M.; Lattice Element Model Elastic Behaviour in Solid Mechanics: Bayesian-Based Calibration and Fine-Tuning; European Journal of Computational Mechanics; 2026; 34(3&4); 241-274.
[3] Nikolić, M. i Karavelić, E. i Ibrahimbegovic, A. i Miscevic, P; Lattice element models and their peculiarities; Archives of Computational Methods in Engineering; 2018; 25(3); 753-784.
[4] Nikolić, M. i Ibrahimbegovic, A. i Miscevic, P;). Brittle and ductile failure of rocks: Embedded discontinuity approach for representing mode I and mode II failure mechanisms; International Journal for Numerical Methods in Engineering; 2015; 102(8); 1507-1526.
[5] Pavić, D. i Šodan, M. i Friedman, N. i Nikolić, M.; Lattice model linear and fracture parameter identification using Bayesian framework; Iz 2nd CEACM Multiscale Modeling of Solids and Fluids Conference; 2026; 211-214.

Eksperimentalno određivanje hidrodinamičkih karakteristika turbinskog mjerila protoka plina

Pavlović, B. [1]

Sažetak
Eksperimentalno su određene hidrodinamičke značajke turbinskog mjerila protoka plina za zadano područje protoka kod atmosferskog tlaka i za različite smjerove strujanja zraka. Određene su osnovne bezdimenzijske veličine turbinskog mjerila protoka, i to Reynoldsov broj (*Re*), odnos osrednjene obodne brzine rotora i brzine strujanja fluida, i koeficijent lokalnog gubitka. Određeni su koeficijenti uzgona i otpora lopatice rotora s obzirom na napadni kut fluida i *Re*. Eksperimentalno određivanje hidrodinamičkih karakteristika je provedeno za turbinsko mjerilo protoka Elster G250, nazivnog promjera DN100 u području protoka od 0.1 m^3/h do 400 m^3/h. Rezultati ukazuju na bitna nova saznanja. S povećanjem *Re* se smanjuje koeficijent lokalnog gubitka, i to do *Re* ~ 30,000. Pri povećanju *Re* je prisutan porast koeficijenta lokalnog gubitka. Odnos osrednjene obodne brzine rotora i brzine strujanja fluida ukazuje na stupanj odziva rotora turbine na stvarni protok koji je približno konstantan u području 10,000 < *Re* < 230,000. Koeficijent lokalnog gubitka, odnos osrednjene obodne brzine rotora i brzine strujanja fluida, koeficijenti uzgona i otpora na lopaticu rotora s obzirom na napadni kut, predstavljaju podatke bitne za računalno modeliranje turbinskog mjerila protoka.

Ključne riječi: turbinsko mjerilo protoka, Reynoldsov broj, koeficijent otpora, koeficijent uzgona, napadni kut

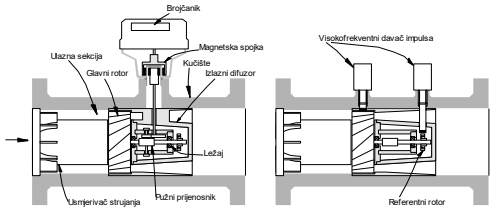
[1] **Dr.sc. Berislav Pavlović,** Gradska plinara Zagreb, Sektor za podršku korisnicima i kupcima, Služba ispitivanja i ovjeravanja mjerno- regulscijske opreme, Odjel ovjere i umjeravanja, Radnička cesta 1, Zagreb, berislav.pavlovic@plinara-zagreb.hr

1. Uvod

Turbinska mjerila protoka su karakterizirana relativno malim mjernim opsegom zbog čega nisu prikladna za mjerenje malih protoka. S povećanjem radnih tlakova dolazi do povećanja mjernog opsega zbog veće gustoće fluida i konzekventno veće količine gibanja koje fluid prenosi na lopatice rotora mjerila. Zbog toga je provedeno eksperimentalno istraživanje da se utvrdi ovisnost koeficijenta otpora i koeficijenta uzgona na lopaticu o napadnom kutu na lopaticu rotora, te koeficijent lokalnog gubitka i odnos osrednjene obodne brzine rotora i brzine strujanja fluida u funkciji Reynoldsovog broja.

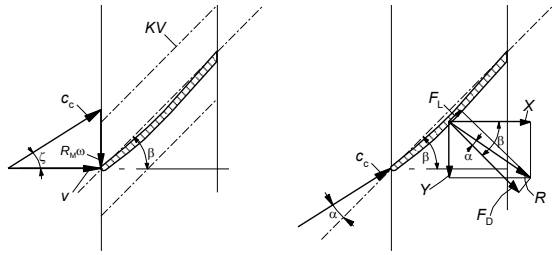
2. Opis ispitne instalacije i mjerna oprema

Za određivanje osnovnih hidrodinamičkih karakteristika turbinskog mjerila protoka korištena je instalacija za isptivanje mjerila protoka plina područja protoka koja se sastoji od ventilatora, vakuum pumpe, etalonskih mjerila protoka G16 i G250, venturijevih sapnica, osjetnika tlaka, temperature i relativne vlage, pripadnih cjevovoda i armatura, sustava za akviziciju mjerenih signala i računala sa softverom za obradu rezultata mjerenja. Ispitivano mjerilo protoka se spaja na ulazni priključak ispitne instalacije. Tlak zraka u instalaciji je malo niži od atmosferskog jer se zrak kroz istu usisava. Na slici 1 prikazano je u presjeku turbinsko mjerilo protoka kakvo se najčešće koristi za mjerenje većih količina plina.



Slika 1: Presjek turbinskog mjerila protoka

Na turbinskom mjerilu protoka količina zraka koja struji registrirana je s davača impulsa uz rotor mjerila gdje razlika između dva impulsa predstavlja određeni kutni pomak rotora. Etaloni protoka sljedivi se prema VSL Nizozemska. Proširena mjerna nesigurnost sustava bez ponovljivosti iznosi 0,25 % od mjerene veličine. Ispitivanja su provođena sa zrakom kod protoka od 0,1 m^3/h do 400 m^3/h. Fizikalne veličine koje su mjerene uz ispitivano mjerilo protoka su ulazni i izlazni tlak, ulazna i izlazna temperatura zraka, broj impulsa sa rotora turbine, te vrijeme. Na slici 2 prikazana je turbinska rešetka s lopaticom rotora sa brzinama i silama na lopaticu. U nastavku se primjenjuje dvodimenzijska teorija turbostrojeva prema [1], [2] i [3].



Slika 2 Turbinska rešetka

Prema slici 3 imamo; c_c – relativna brzina strujanja fluida prema lopatici, m/s, v – brzina strujanja u aksijalnom smjeru kroz rešetku, m/s, ζ – kut brzine c_c u odnosu na aksijalnu os, rad, β – kut nagiba lopatice u odnosu na aksijalnu os, rad, α – napadni kut, rad, R_M– srednji polumjer ulazne sekcije, m, ω – kutna brzina rotora, rad/s. Iz slike je vidljivo da vrijedi

$$\beta = \alpha + \zeta \tag{1}$$

Koeficijent otpora lopatice

$$C_D = \frac{2F_D}{\rho {c_C}^2 A_L} \tag{2}$$

Koeficijent uzgona lopatice

$$C_L = \frac{2F_L}{\rho {c_C}^2 A_L} \tag{3}$$

gdje je A - površina lopatice, m^2. Veličine C_D i C_L su koeficijenti otpora odnosno uzgona na lopaticu. Sile F_D i F_L određuju se kao

$$F_D = R\cos\alpha \tag{4}$$

$$F_L = R\sin\alpha \tag{5}$$

Gdje je

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{6}$$

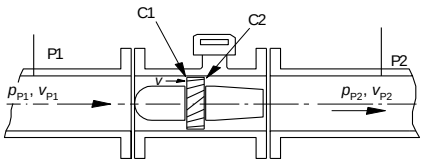
Aksijalna sila X je funkcija pada tlaka preko rešetke i površine poprečnog presjeka rešetke.

$$X = (p_1 - p_2)(D^2 - d^2)\frac{\pi}{4} \tag{7}$$

Radijalna sila Y je funkcija trenja u ležajevima i zupčaničkim prijenosnicima i određuje se kao

$$Y = \frac{M_{MEH}}{r_T N_L} \tag{8}$$

Gdje je r_T - srednji polumjer lopatice rotora, m N_L- broj lopatica rotora, M_{MEH} – moment otpora usljed mehaničkog trenja, Nm. Mehanički gubici M_{MEH} sastoje se od gubitaka usljed trenja u ležajevima i od gubitaka u zupčaničkim prijenosnicima. Općenito se može uzeti da su mehanički gubici konstantni. Na slici 3 prikazano je turbinsko mjerilo protoka s oznakama mjernih mjesta tlakova, temperatura i brzine vrtnje rotora.



Slika 3 turbinsko mjerilo protoka

Budući da je pad tlaka preko turbine relativno mali možemo pisati

$$p_{P1} + \frac{1}{2}\rho_{P1} {v_{P1}}^2 = p_{C1} + \frac{1}{2}\rho_{C1} {v_{C1}}^2 \tag{9a}$$

$$p_{C2} + \frac{1}{2}\rho_{C2} {v_{C2}}^2 = p_{P2} + \frac{1}{2}\rho_{P2} {v_{P2}}^2 \tag{9b}$$

gdje je prema slici 4 p_{C1} – tlak u točki C1, Pa, p_{C2} – tlak u točki C2, Pa
v_{C1}– brzina strujanja u točki C1, m/s, pri čemu vrijedi

$$v_{C1} = v \tag{9c}$$

v_{C2} – brzina strujanja u točki C2, m/s, ρ_{C1} – gustoća fluida u točki C1, kg/m^3, ρ_{C2} – gustoća fluida u točki C2, kg/m^3.

Gornji izrazi predstavljaju Bernoullijeve jednadžbe od P1 do C1 odnosno od C2 do P2 prema slici 3. U jednadžbama su zanemareni otpori trenja. Primjenom dimenzionalne analize određuju se osnovne bezdimenzijske varijable koje opisuju rad turbinskog mjerila protoka. Ove varijable su Reynoldsov broj *Re*, koeficijent lokalnog gubitka K_T i odnos obodne brzine vrtnje rotora i osrednjene brzine strujanja kroz mjernu sekciju $r_T\omega/v$. Budući da je Machov broj $Ma < 0{,}13$, strujanje se može smatrati nestlačivim. Na temelju izmjerenih veličina određena je zavisnost koeficijenta lokalnog gubitka K_T od Reynoldsovog broja. Koeficijent lokalnog gubitka K_T u općem slučaju je funkcija Reynoldsovog broja, odnosno vrijedi odnos

$$K_T = K_T(Re) \tag{10}$$

Reynoldsov broj definiran je u obliku

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v D_0}{\mu} \tag{11}$$

gdje su sve veličine definirane u odnosu na ulaz u turbinsko mjerilo protoka; ρ - gustoća fluida, kg/m^3, v - srednja brzina strujanja fluida, m/s, D_0 – srednji promjer ulazne sekcije mjerila, m, μ - koeficijent dinamičke viskoznosti, Pas. Koeficijent lokalnog gubitka, K_T, određuje se iz izraza

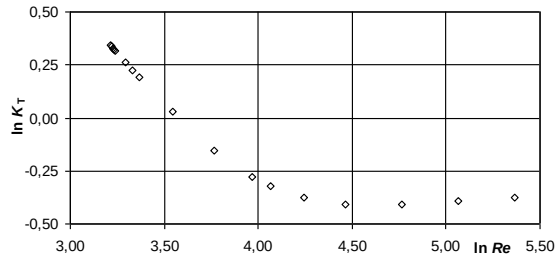
$$K_T = \frac{2\Delta p}{\rho v^2} \quad , \quad \Delta p = p_{C1} - p_{C2} \tag{12}$$

Veličina Δp predstavlja razliku tlakova ispred i iza rotora mjerila gdje je p_{C1} - apsolutni tlak uzvodno od rotora turbine, Pa, p_{C2} - apsolutni tlak nizvodno od rotora turbine, Pa. Odnos obodne brzine vrtnje rotora i osrednjene brzine strujanja kroz mjernu sekciju $r_T\omega/v$ je funkcija Reynoldsovog broja

$$r_T\omega = r_T\omega(Re) \tag{13}$$

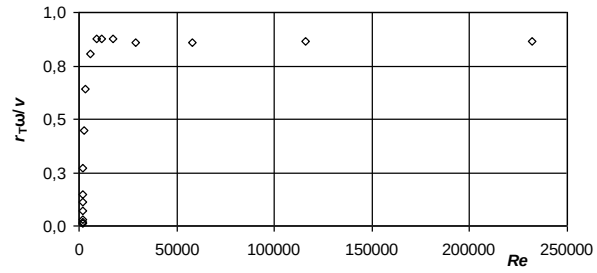
3. Rezultati eksperimenta

Na slici 4 prikazano je na dijagramu ovisnost koeficijenta lokalnog gubitka K_T o Reynoldsovom broju *Re*.



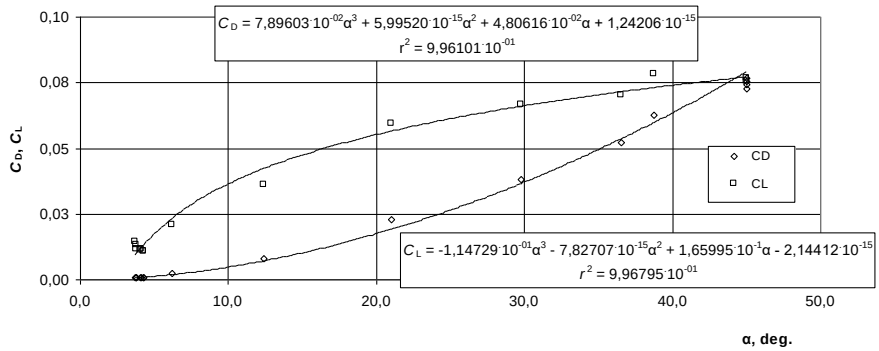
Slika 4 Koeficijent lokalnog gubitka u funkciji Reynoldsovog broja

Na slici 5 prikazana je na dijagramu ovisnost odnosa osrednjene obodne brzine rotora i brzine strujanja kroz mjernu sekciju $r_T\omega/v$ o Reynoldsovom broju *Re*.



Slika 5 ovisnost odnosa $r_T\omega/v$ o Reynoldsovom broju *Re*

Vidljiv je približno linearnu ovisnost odnosa $r_T\omega/v$ od Re =10000 do $Re=230000$ za oba slučaja. Odnos $r_T\omega/v$ predstavlja mjeru točnosti mjerila i ekvivalentan je relativnom odstupanju mjerila u odnosu na stvarnu vrjednost protoka. Na slici 6 prikazana je ovisnost koeficijenta uzgona i koeficijenta otpora na lopaticu rotora u funkciji napadnog kuta na lopaticu.



Slika 6 Koeficijent uzgona CL i otpora CD lopatice turbinskog rotora
u ovisnosti o napadnom kutu

4. Rezultati eksperimenta i zaključci

Iz slike 4 vidljivo je da se K_T smanjuje s povećanjem protoka odn. Reynoldsovog broja. K_t blago raste s porastom Reynoldsovih brojeva od $Re=3\cdot10^4$ do $Re=2.3\cdot10^5$. To je područje sa strujanjem s potpunom turbulencijom. Za područje $Re=1.6\cdot10^3$ do $Re=6\cdot10^3$ strujanje se može smatrati laminarnim. U području od $Re=6\cdot10^3$ do $Re=3\cdot10^4$ može se smatrati da je strujanje u prijelaznom području. Vrijedno je napomenuti da za zadane uvjete mjerenja protok kod kojeg rotor mjerila reagira na strujanje fluida Q=2.8 m^3/h gdje je Re=1630. Iz slike 6 je vidljivo da je s povećanjem napadnog kuta α prisutan porast koeficijenata uzgona i otpora. Oblik aproksimativnih krivulja pokazuje slične trendove kao i podaci iz literature [2] i [3]. Rezultati ovih istraživanja daju uvid u fizikalne pojave kod rada turbinskog mjerila protoka te pružaju bazu za matematičko modeliranje istog u sklopu modela nestacionarnog strujanja plina kroz cjevovodnu mrežu u različitim režimima rada.

Literatura

1 M. Matijašević, Turbostrojevi I – bilješke s predavanja na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu, šk. god. 1985/86.,

2 R. I. Daughtery, J.B. Franzini, Fluid Mechanics with Engineering Applications, McGraw-Hill Company, Tokyo 1977.,

3 Šunić M., Pavlović B. Efikasnost mjerenja i obračuna potrošnje plina, Energetika-Marketing, Zagreb 2000.

Obrazovanje vještaka u graditeljstvu primjenom pedagoških Escape Room igara

Penava, D.[1], Ereš, A.[2], Hadzima-Nyarko, M.[3], Lozančić, S. [4], Pichler, D. [5] i Abrahamczyk, L. [6]

Sažetak

Građevinsko vještačenje zahtijeva istodobnu primjenu tehničkih znanja, sposobnost kritičkog razmatranja nepotpunih i ponekad proturječnih podataka te jasno i nepristrano obrazlaganje zaključaka u pravnom okruženju. U okviru Erasmus+ projekta RECONSTRUCT razvija se obrazovni pristup temeljen na stvarnim primjerima oštećenja konstrukcija i primjeni obrazovnih Escape Room igara. U radu je prikazan pristup razvijen na primjeru oštećene zaštićene povijesne zidane građevine, u kojem polaznici prolaze postupak od zaprimanja sudskog naloga, prikupljanja dokumentacije i virtualnog očevida do razmatranja mogućih uzroka oštećenja, izrade nalaza i mišljenja te njegove obrane u posebno oblikovanom sudskom postupku. Posebna pažnja posvećena je povezivanju ocjene ponašanja konstrukcije s etičkim, pravnim i komunikacijskim znanjima i sposobnostima vještaka. Predloženi pristup omogućuje iskustveno učenje u uvjetima sličnim stvarnom postupku građevinskog vještačenja.

[1] **prof. dr. sc. Davorin Penava, redoviti profesor**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: dpenava@gfos.hr

[2] **Antonija Ereš, asistentica**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za materijale i konstrukcije, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: aeres@gfos.hr

[3] **prof. dr. sc. Marijana Hadzima-Nyarko, redovita profesorica**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za materijale i konstrukcije, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: mhadzima@gfos.hr

[4] **prof. dr. sc. Silva Lozančić, redovita profesorica**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: lozancic@gfos.hr

[5] **izv. prof. dr. sc. Davorin Pichler, izvanredni profesor**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Pravni fakultet Osijek, Katedra građanskog i građanskoprocesnog prava, Ulica Stjepana Radića 13, 31000 Osijek, e-mail: dpichler@pravos.hr

[6] **Jun.-Prof.-Dr.-Ing. Lars Abrahamczyk, docent**, Bauhaus-Unversität Weimar, Fakultät Bau und Umwelt, Professur Komplexe Tragwerke, Marienstraße 13, 99423 Weimar, Njemačka, e-mail: lars.abrahamczyk@uni-weimar.de

Ključne riječi: građevinsko vještačenje; Escape Room; iskustveno učenje; ocjena oštećenosti; obrazovni pristup

1 Uvod

Obrazovanje građevinskih inženjera uglavnom je usmjereno na projektiranje novih konstrukcija, dok stručna praksa obuhvaća i obrnut problem: na temelju zatečenog stanja, rasporeda oštećenja, dostupne građe i rezultata mjerenja potrebno je utvrditi najvjerojatniji uzrok njihova nastanka. Takav pristup čini osnovu forenzičkog inženjerstva i građevinskog vještačenja [1,2] (Slika 1.).

Postupak vještačenja često započinje nepotpunim ili proturječnim informacijama, zbog čega vještak mora odrediti bitne činjenice, prikupiti dodatne podatke, razmotriti moguće uzroke te zaključak utemeljiti na provjerljivim dokazima. Nalaz pritom mora biti jasno obrazložen i prikladan za stručno i pravno preispitivanje.

U okviru Erasmus+ projekta RECONSTRUCT razvija se obrazovni pristup u kojem se stvarni slučajevi oštećenja preoblikuju u interaktivne obrazovne primjere i Escape Room zadatke [2-5]. Cilj je ovoga rada prikazati takav pristup na primjeru povijesne zidane građevine te pokazati kako se mogu povezati ocjena stanja konstrukcije, građevinsko vještačenje, stručna etika, pravni aspekti i obrazlaganje stručnog zaključka.



Slika 1. Pristup obrazovanja građevinskog vještaka temeljen na stvarnom slučaju oštećenja

2 Vještačenja u graditeljstvu kao obrazovni problem

Obrazovni Escape Room ne promatra se u ovom radu samo kao igra ili sredstvo povećanja motivacije. Njegova je osnovna vrijednost mogućnost oblikovanja slijeda odluka sličnog stvarnom građevinskom vještačenju. Polaznik ne dobiva sve podatke istodobno, nego informacije prikuplja i vrednuje tijekom rješavanja slučaja. Svaki zadatak predstavlja jedan dio postupka vještačenja. Ispravno rješavanje zadatka otvara nove informacije ili omogućuje napredovanje prema sljedećoj cjelini, dok pogrešna pretpostavka može zahtijevati povratak na prethodne podatke i ponovno razmatranje usvojene hipoteze. Na taj se način pogreška ne promatra samo kao razlog za gubitak bodova, nego postaje dio obrazovnog postupka [6,7].

Posebno je važno da zadatci nisu izdvojene zagonetke bez stručnog značenja. Svaki zadatak mora odgovarati unaprijed određenom ishodu učenja i predstavljati radnju koju bi vještak mogao provoditi i u stvarnom postupku: pregled dokumentacije, interpretaciju pukotina, razmatranje rezultata mjerenja, provjeru uvjeta iz propisa, usporedbu mogućih uzroka oštećenja ili stručno obrazlaganje zaključka.

3 Ogledni primjer građevine

3.1 Odabrana građevina i pripadna oštećenja

Za razvoj obrazovnog primjera odabran je stvarni primjer zidane građevine iz povijesnog dijela Osijeka (Slika 2.). Građevina je izvorno izgrađena u drugoj polovici 18. stoljeća kao nearmirana zidana konstrukcija od pune opeke i vapnenog morta, s drvenim međukatnim konstrukcijama. Na građevini su tijekom njezina vijeka provedeni zahvati obnove i rekonstrukcije.Tijekom opsežnih infrastrukturnih radova na neposredno susjednoj javnoj površini izvođeni su iskopi, radovi na podzemnoj infrastrukturi i prometovanje teških vozila. U tom su se razdoblju na pročelju i unutarnjim zidovima pojavile odnosno postale uočljive horizontalne i dijagonalne pukotine, osobito u području otvora i donjih dijelova zidova.

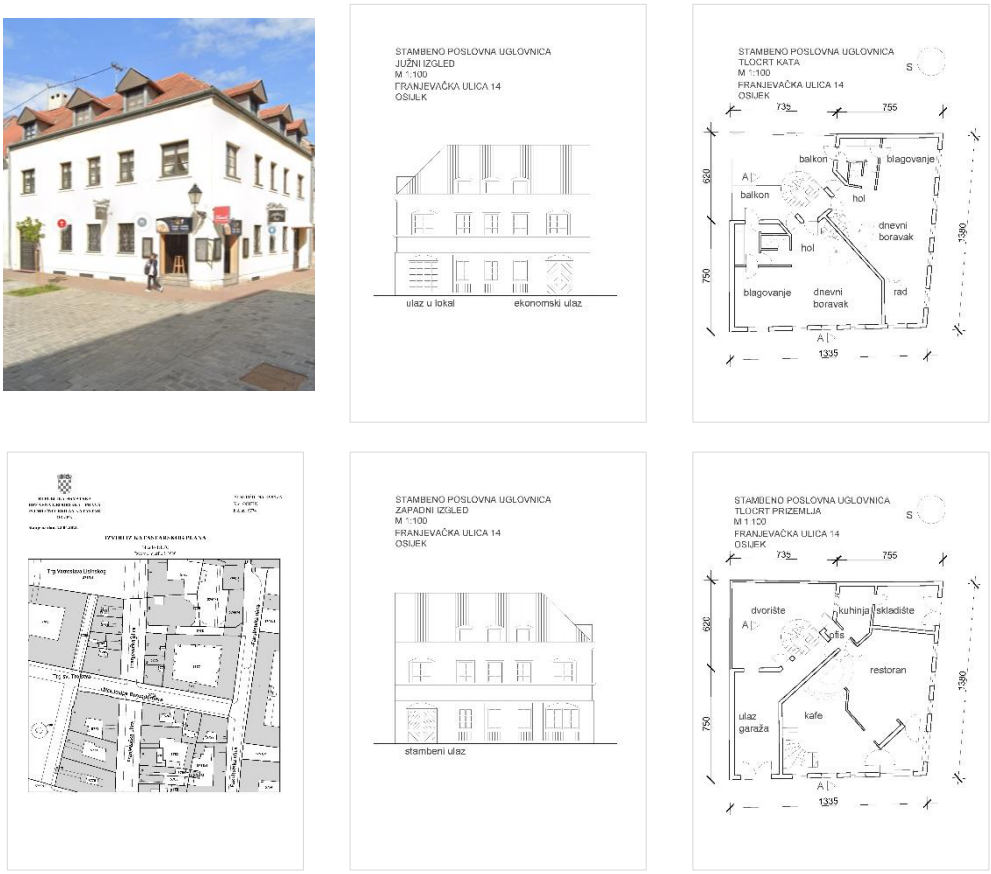
Samo vremensko podudaranje izvođenja radova i uočavanja pukotina nije dovoljno za dokazivanje uzročne veze. Stoga su u nastavnom primjeru oblikovane različite hipoteze: moguć utjecaj vibracija od radova i prometa, lokalna promjena uvjeta temeljenja i slijeganje tla, utjecaj prethodne rekonstrukcije građevine te mogućnost da su neka oštećenja postojala prije početka predmetnih radova. Pedagoška vrijednost slučaja proizlazi upravo iz te nejednoznačnosti. Studentima se ne daje informacija o „točnom" uzroku, nego skup tragova koji trebaju biti povezani u tehnički utemeljenu cjelinu.

3.2 Podatci za provedbu vještačenja

Polaznicima se tijekom igre postupno stavljaju na raspolaganje četiri osnovne skupine podataka. Prvu skupinu čine podatci o građevini: nacrti, opis konstrukcijskog sustava, podaci o prethodnim zahvatima i dokumentacija o ranijem stanju građevine. Drugu skupinu čine opažanja s očevida, uključujući položaj, orijentaciju i karakteristične značajke pukotina. Treću skupinu predstavljaju rezultati mjerenja i podatci o mogućim djelovanjima, primjerice zapisi vibracija, podatci o tlu i

mogućnosti slijeganja. Četvrtu skupinu čine kriteriji iz tehničkih propisa, normi i stručnih smjernica kojima se opažena stanja i izmjerene vrijednosti mogu vrednovati.

Takva organizacija podataka omogućuje studentima da razlikuju opažanje od interpretacije. Činjenica da je pukotina dijagonalna predstavlja opažanje; zaključak da je posljedica određenog oblika slijeganja predstavlja hipotezu koju tek treba dokazati.



Slika 2. Ogledni primjer povijesne zidane građevine

4 Didaktička prilagodba u Escape Room okružje

4.1 Escape Room u okviru eksperimentalnog kolegija

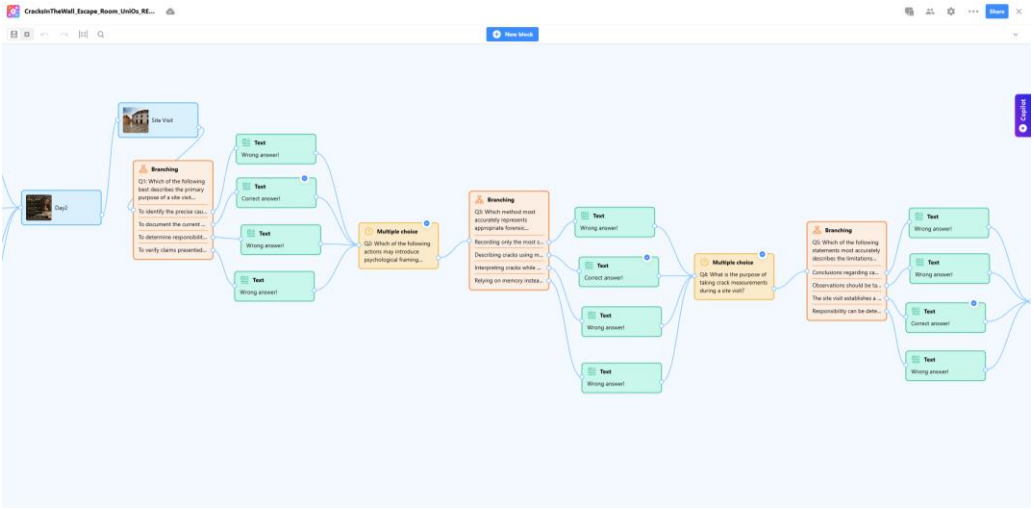
Obrazovni Escape Room razvijen je u okviru međunarodnog izbornog kolegija *Forensic Structural Engineering*, oblikovanog u projektu RECONSTRUCT za studente diplomskih i doktorskih studija te stručnjake iz prakse. Kolegij nosi 6 ECTS bodova i povezuje nastavu, samostalni i projektni rad s obradom stvarnih slučajeva oštećenja konstrukcija.

Cilj je osposobiti polaznike za prikupljanje i vrednovanje podataka, razmatranje mogućih uzroka oštećenja te izradu i obrazlaganje stručnog nalaza [8].

Sadržaj i ishodi kolegija oblikovani su na temelju iskustava projektnih partnera te potreba utvrđenih među stručnjacima i predstavnicima strukovnih udruga [5,9,10]. Escape Room predstavlja praktičnu primjenu tih znanja na složenom slučaju čiji uzrok nije unaprijed poznat.

4.2 Tijek igre: od sudskog zadatka do nalaza

Nastavni primjer prati slijed stvarnog vještačenja u web-aplikaciji ThingLink [11,12] (Slike 3. i 4.). Nakon upoznavanja sa slučajem tim zaprima sudski nalog, pregledava dokaznu građu i provodi virtualni očevid, pri čemu bilježi oštećenja i odabire podatke potrebne za daljnja razmatranja.



Slika 3. Prikaz grananja nastavnog primjera u web aplikaciji ThingLink [12]

Nakon očevida studenti razmatraju moguće uzroke oštećenja, analiziraju mjerenja, povijesne podatke i podatke o građevinskim radovima te ih uspoređuju s tehničkim kriterijima. Na temelju prikupljenih dokaza određuju i obrazlažu najvjerojatniji mehanizam nastanka oštećenja.

Na završetku izrađuju sažeti nalaz i mišljenje te ga brane u oblikovanom sudskom postupku. Pritom se provjeravaju primijenjeni postupak, pouzdanost podataka i opravdanost isključivanja drugih mogućih uzroka..

4.3 Digitalno okruženje i interaktivnost

Digitalno okruženje omogućuje panoramski prikaz mjesta očevida i pristup fotografijama, detaljima pukotina, mjerenjima, dokumentima i dodatnim zadatcima putem interaktivnih točaka. Time ThingLink služi ne samo za vizualizaciju nego i za organiziranje i postupno otkrivanje dokazne građe. Vremenska ograničenja i slijed uvjetovan prethodnim odlukama približavaju zadatak stvarnom radu vještaka. Nakon završetka igre provodi se zajedničko razmatranje odluka, pri čemu studenti preispituju koje su podatke prihvatili, koje su mogućnosti prerano odbacili i jesu li tijekom postupka tražili samo dokaze koji potvrđuju već oblikovani zaključak [11,12].



Slika 4. Izdvojene ilustracije iz Escape Room-a nastavnog primjera

5 Tehnička, etička i pravna znanja i vještine

Rad građevinskog vještaka ne završava utvrđivanjem mogućeg uzroka oštećenja. Zaključak mora biti utemeljen na provjerljivim činjenicama, jasno obrazložen i prikladan za stručno i pravno preispitivanje. U obrazovnom Escape Roomu stoga se tehnička razmatranja povezuju s etičkim, pravnim i izvjestiteljskim zahtjevima građevinskog vještačenja.

Studenti na temelju očevida, mjerenja i raspoložive dokazne građe opisuju i razvrstavaju oštećenja, razmatraju moguće mehanizme njihova nastanka te primjenom prethodno stečenih znanja utvrđuju najvjerojatniji uzrok. Pritom je važno razlikovati utvrđene činjenice od njihove stručne interpretacije te razmotriti više mogućih objašnjenja prije oblikovanja konačnog mišljenja. Istodobno se upoznaju sa zadatkom vještaka, granicama njegova djelovanja te načinom izrade i obrazlaganja stručnog nalaza.

Posebna pozornost posvećuje se stručnoj neovisnosti i psihološkim čimbenicima koji mogu utjecati na prosuđivanje. U Escape Room su stoga uključene okolnosti povezane s pritiskom autoriteta [13], grupnim usuglašavanjem [14], kognitivnom pristranošću i opravdavanjem prethodno donesenih odluka [15]. Od studenata se očekuje da zadrže nepristranost, provjere izvore podataka i svoje zaključke temelje na dokazima, neovisno o vanjskim pritiscima. Na taj se način tehnička znanja povezuju s kritičkim prosuđivanjem, stručnom odgovornošću te sposobnošću stručnog obrazlaganja i obrane zaključaka.

6 Vrednovanje uspješnosti i ishodi učenja

Obrazovni Escape Room vrednuje cjelokupan postupak vještačenja, a ne samo konačno utvrđeni uzrok oštećenja. Naglasak je na načinu prikupljanja i tumačenja podataka, utemeljenosti zaključka, stručnoj neovisnosti te sposobnosti njegova stručnog obrazlaganja i obrane.

Sustav bodovanja obuhvaća pet područja prikazanih u Tablici 1. Najveći udio odnosi se na tehničku ispravnost, dok se dodatno vrednuju profesionalni i etički integritet, pripremu nalaza, njegova obrana te postupanje pod vanjskim i medijskim pritiscima.

Tablica 1. Sustav bodovanja rada polaznika u obrazovnom Escape Roomu

Područje vrednovanja	**Broj bodova**
Tehnička ispravnost	40
Stručni i etički integritet	25
Obrana stručnog nalaza	15
Nalaz i stručno obrazlaganje	15
Postupanje prema medijskim i drugim vanjskim utjecajima	5
Ukupno	**100**

Ukupni broj bodova povezan je s različitim završetcima nastavnog primjera. Visok broj bodova uz zadovoljen prag stručnog integriteta vodi prema prihvaćenom i stručno obranjivom nalazu, dok niži rezultat ili nedostatci u nepristranosti mogu dovesti do njegova osporavanja ili potrebe za ponovnim vještačenjem. Time posljedice donesenih odluka postaju sastavni dio procesa učenja..

7 Zaključak

Primjena obrazovnog Escape Room-a u kolegiju *Forensic Structural Engineering* omogućuje povezivanje teorijskih znanja s postupcima koji odgovaraju stvarnom radu građevinskog vještaka. Za razliku od klasičnih zadataka s unaprijed zadanim podatcima, studenti trebaju prepoznati bitne informacije, razlikovati činjenice od pretpostavki te postupno razmatrati i provjeravati moguće uzroke oštećenja.

Rad u manjim skupinama potiče usporedbu različitih tumačenja, kritičko mišljenje i preispitivanje početnih zaključaka. Posebna vrijednost pristupa proizlazi iz povezivanja tehničkog razmatranja s etičkim i pravnim aspektima vještačenja te iz potrebe da se doneseni zaključci jasno obrazlože i stručno obrane.

Uvođenjem vremenskih ograničenja, nepotpunih podataka i različitih izvora informacija studenti se približavaju uvjetima stvarnog vještačenja. Pritom elementi igre ne smiju nadvladati stručni sadržaj, nego svaki zadatak treba biti neposredno povezan s postupkom vještačenja i predviđenim ishodima učenja.

Escape Room stoga treba promatrati kao dopunu nastavi, projektnom radu i stvarnom očevidu, a ne kao njihovu zamjenu. Buduća provedba kolegija i povratne informacije polaznika omogućit će provjeru obrazovnih učinaka i daljnju doradu predloženog pristupa.

Zahvale

Ovaj je rad izrađen u okviru Erasmus+ projekta Europske unije *RECONSTRUCT: Forensic Structural Engineering Database for HEI and Pilot Course with Innovative and Interactive Learning Methods*, broj projekta 2024-1-DE01-KA220-HED-000251069.

Literatura

[1] Forensic Practices Committee of the Technical Council on Forensic Engineering. Guidelines for Forensic Engineering Practice. 2nd ed. Kardon JB, editor. Reston (VA): American Society of Civil Engineers; 2012. doi: 10.1061/9780784412466.
[2] Penava D, Lozančić S. Razvoj obrazovnih sadržaja za sudska vještačenja u građevinarstvu: Erasmus+ projekt RECONSTRUCT. Građevinar. 2025;77(8):815–820.
[3] Abrahamczyk L, Uzair A, Apostolska R, Höffer R, Salzinger J, Winkelmann U, Penava D, et al. Forensic Structural Engineering Database for HEI and Innovative Pilot Course – RECONSTRUCT Project. In: Nakov D, editor. Proceedings of the 21st International Symposium of MASE. Skopje: Macedonian Association of Structural Engineers; 2025. p. 1155–1162.
[4] RECONSTRUCT Consortium. Forensic Structural Engineering database for HEI and pilot course with innovative and interactive learning methods (RECONSTRUCT): Erasmus+ KA220-HED project proposal. Form ID KA220-HED-54AD3240; 2024.
[5] Bauhaus-Universität Weimar. RECONSTRUCT: Forensic Structural Engineering database for HEI and pilot course with innovative and interactive learning methods [Internet]. Weimar: Bauhaus-Universität Weimar; [pristupljeno 19. kolovoza 2026.]. Dostupno na: https://www.uni-weimar.de/en/civil-and-environmental-engineering/chairs/advanced-structures/research/current-projects/reconstruct/
[6] Veldkamp A, van de Grint L, Knippels MCPJ, van Joolingen WR. Escape education: A systematic review on escape rooms in education. Educational Research Review. 2020;31:100364. doi: 10.1016/j.edurev.2020.100364.
[7] Wolf M, Montag M, Söbke H, Wehking F, Springer C. Low-Threshold Digital Educational Escape Rooms Based on 360VR and Web-Based Forms. Electronic Journal of e-Learning. 2024;22(4):1–18. doi: 10.34190/ejel.21.7.3156.
[8] RECONSTRUCT Consortium. Course Development & Design. RECONSTRUCT project report, WP2. Version 1; January 2026.
[9] RECONSTRUCT Consortium. Analysis of the Requirements for Forensic Structural Engineering for the Design of the RECONSTRUCT Pilot Course. RECONSTRUCT project report, WP2; 2026.
[10] Abrahamczyk L, Hasan PL, Uzair A. Risk Management & Dissemination Strategy. RECONSTRUCT project report, WP1; April 2026.
[11] RECONSTRUCT Consortium. Gamification of Escape Rooms. RECONSTRUCT project report, WP3. Version 1; February 2026.
[12] ThingLink. Scenario Builder 2.0 [Internet]. ThingLink; 2026 [pristupljeno 19. kolovoza 2026.].
[13] Milgram S. Behavioral study of obedience. Journal of Abnormal and Social Psychology. 1963;67:371–378. doi: 10.1037/h0040525.
[14] Janis IL. Groupthink: Psychological Studies of Policy Decisions and Fiascoes. 2nd ed. Boston: Houghton Mifflin; 1982.
[15] Nickerson RS. Confirmation bias: A ubiquitous phenomenon in many guises. Review of General Psychology. 1998;2(2):175–220. doi: 10.1037/1089-2680.2.2.175.

Građevna obilježja i istaknuti primjeri svođenih sustava palačne i sakralne arhitekture Slavonije i Baranje od kraja 17. do početka 20. stoljeća

Penava, D.[1], Vrban, A.[2], Bošnjak-Klečina, M. [3] i Sarhosis, V.[4]

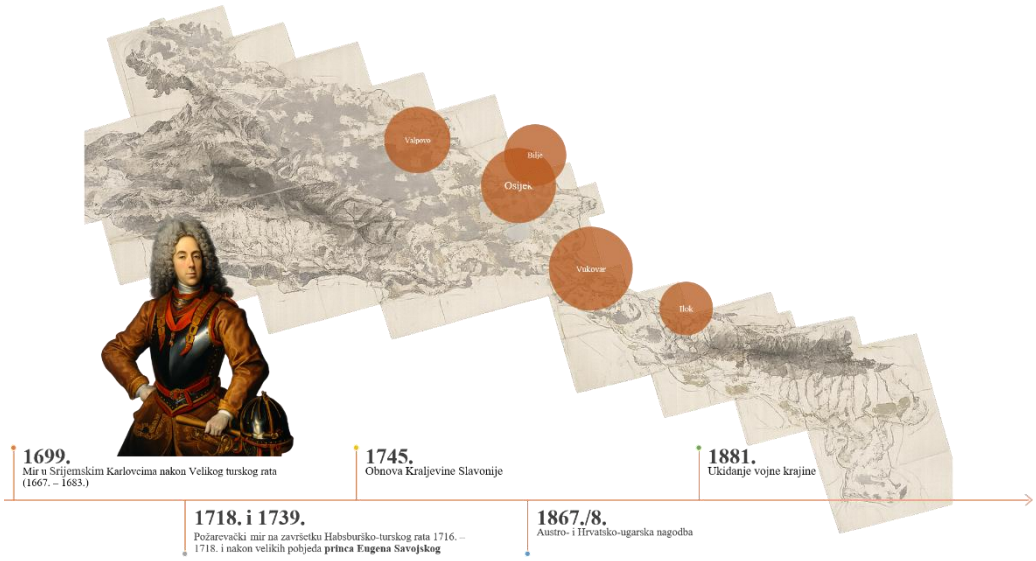
Sažetak
Povijesne svođene konstrukcije čine arhitektonski vrijedne i konstrukcijski zahtjevne dijelove brojnih palačnih i sakralnih građevina Slavonije i Baranje nastalih od kraja 17. do početka 20. stoljeća. Unatoč njihovoj važnosti, građevna, oblikovna i konstrukcijska obilježja tih sustava nisu objedinjena u sustavnu studijsku građu koja bi omogućila njihovu međusobnu usporedbu i tipološko vrednovanje. U radu se prikazuje metodološki okvir za prikupljanje, digitalno dokumentiranje i razvrstavanje podataka o odabranim svođenim sustavima na području Iloka, Vukovara, Osijeka, Valpova i Bilja. Arhivska, konzervatorska i restauratorska građa povezuje se s podacima terenskih pregleda, mjerenja i 3D laserskog snimanja te s podacima o povijesnom ziđu. Na odabranim primjerima razmatraju se obilježja važna za oblikovanje otvorenoga tipološkog okvira i izdvajanje morfološko-konstrukcijskih skupina. Takav pristup omogućuje odabir oglednih svođenih sustava za daljnja eksperimentalna i proračunska istraživanja te predstavlja podlogu za razvoj postupaka ocjenjivanja konstrukcijskog ponašanja, očuvanja i održive obnove povijesnih građevina.

Ključne riječi: povijesne svođene konstrukcije; zidano graditeljstvo; tipološka razredba; 3D lasersko snimanje; graditeljsko nasljeđe; održiva obnova

[1] **prof. dr. sc. Davorin Penava, redoviti profesor**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: dpenava@gfos.hr
[2] **Ante Vrban, dipl. ing. arh., doktorand**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: avrban@gfos.hr
[3] **izv. prof. dr. sc. Mirjana Bošnjak-Klečina, izvanredna profesorica**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Ulica Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: mbosnjak@gfos.hr
[4] **prof. dr. sc. Vasilis Sarhosis, redoviti profesor**, University of Leeds, Faculty of Engineering and Physical Sciences School of Civil Engineering, LS2 9JT, Leeds, Ujedinjena Kraljevina, e-mail: V.Sarhosis@leeds.ac.uk

1 Uvod

Graditeljsko nasljeđe Slavonije i Baranje obuhvaća brojne palačne i sakralne građevine nastale od kraja 17. do početka 20. stoljeća. Povijesni položaj promatranog prostora u okviru Habsburške Monarhije prikazan je na slici 1 prema Prvoj vojnoj izmjeri, pri čemu je izdvojen prostor civilne Slavonije bez Slavonske vojne krajine [1]. Razvoj graditeljstva tijekom 18. st. pripada širem srednjoeuropskom baroknom krugu, obilježenom raznolikim prostornim i svođenim sustavima [2].



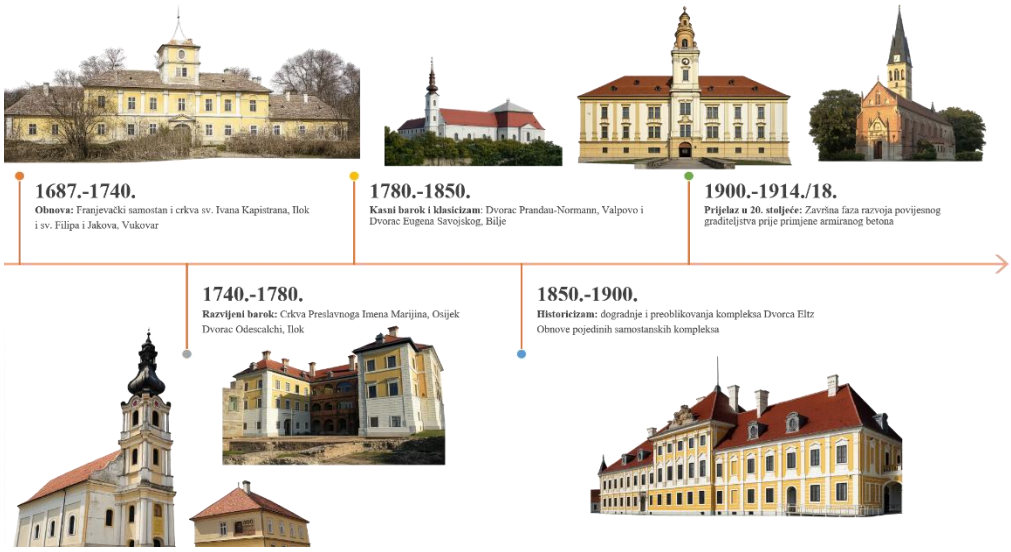
Slika 1. Povijesni prikaz prostora Slavonije u okviru Habsburške Monarhije u drugoj polovici 17. i prvoj polovici 18. stoljeća bez Slavonske vojne krajine: Prva vojna izmjera 1763.–1787. (izvor: [1])

Svođene konstrukcije važni su nosivi dijelovi povijesnih palačnih i sakralnih građevina, a njihovo ponašanje određuju geometrija, način zidanja, svojstva gradiva i uvjeti oslanjanja [3]. Njihova raznolikost rezultat je dugotrajnoga razvoja graditeljskih tehnika i prilagodbe različitim prostornim i konstrukcijskim zahtjevima. Za područje Slavonije važnu osnovu čine prethodna istraživanja karakterističnih bačvastih svodova 18. i 19. st. [4] te potresne otpornosti monumentalnih sakralnih građevina [7].

Povijesne su građevine tijekom uporabe bile izložene različitim preinakama, postupnom propadanju, promjenama uvjeta oslanjanja i drugim djelovanjima, zbog čega njihovo ocjenjivanje zahtijeva cjelovito poznavanje konstrukcije, njezina razvoja i postojećega stanja [5,6]. Sustavno povezivanje povijesnih, geometrijskih, materijalnih i konstrukcijskih podataka omogućuje usporedbu različitih svođenih sustava i prepoznavanje njihovih zajedničkih obilježja. Cilj je rada prikazati metodološki okvir za dokumentiranje i razvrstavanje odabranih svođenih sustava Slavonije i Baranje te izdvojiti obilježja važna za njihov tipološki opis i odabir oglednih primjera za daljnja eksperimentalna i proračunska istraživanja.

2 Obuhvat istraživanja i odabrani primjeri

Istraživanje obuhvaća odabrane palačne i sakralne građevine na području Iloka, Vukovara, Osijeka, Valpova i Bilja, nastale ili značajnije oblikovane od kraja 17. do početka 20. st. Promatrano razdoblje obuhvaća obnovu i izgradnju nakon oslobađanja Slavonije od osmanske vlasti, razvijeni i kasni barok, klasicizam te historicističke pregradnje i dogradnje. Time se omogućuje praćenje promjena u primjeni svođenih konstrukcija tijekom više razvojnih razdoblja graditeljstva Slavonije i Baranje.



Slika 2. Vremenski i prostorni obuhvat istraživanja te odabrani primjeri palačne i sakralne arhitekture Slavonije i Baranje

Među odabranim primjerima nalaze se franjevački samostan i crkva sv. Ivana Kapistrana u Iloku (izvorno 14. st., obnova i pregradnje početkom 18. st.), crkva sv. Filipa i Jakova u Vukovaru (1723.–1732./33.), crkva Preslavnoga Imena Marijina u Osijeku (1733.–1743.), dvorac Odescalchi u Iloku (srednjovjekovna jezgra, barokna pregradnja početkom 18. st.), dvorac Prandau-Normann u Valpovu (pregradnja i dogradnja srednjovjekovne utvrde u prvoj polovici 18. st., nakon 1721.), dvorac Eugena Savojskog u Bilju (1707.–1712.) te kompleks dvorca Eltz u Vukovaru (1749.–1751., s kasnijim pregradnjama, osobito 1895.–1907.). Njihov je odabir usmjeren na građevine različite namjene, vremena nastanka i prostornog ustroja kako bi se obuhvatila što raznovrsnija građevna i oblikovna obilježja svođenih sustava.

Odabrane se građevine ne promatraju samo kao pojedinačni primjeri graditeljskog nasljeđa, nego kao polazište za međusobnu usporedbu i oblikovanje sustavne studijske građe. Posebna se pozornost posvećuje vrsti svoda, njegovoj geometriji, gradivu, načinu oslanjanja i odnosu prema ostalim konstrukcijskim dijelovima. Usporednim razmatranjem primjera iz različitih razdoblja i sredina moguće je uočiti ponavljajuća obilježja, ali i posebnosti pojedinih građevina koje proizlaze iz vremena nastanka, namjene i graditeljske prakse.

Time se ujedno stvaraju preduvjeti za sustavno praćenje razvoja pojedinih tipova svodova na promatranom području. Takav pristup omogućuje prepoznavanje zajedničkih morfološko-konstrukcijskih obilježja, razvoj otvorenoga tipološkog okvira te izdvajanje oglednih primjera za daljnja istraživanja [4,10,11].

3 Metodologija istraživanja i digitalno dokumentiranje

Istraživanje svođenih konstrukcija temelji se na povezivanju arhivskih, terenskih i digitalno prikupljenih podataka. Pregledom povijesne, konzervatorske i restauratorske dokumentacije utvrđuju se vrijeme nastanka građevine, naknadne preinake i dostupni podaci o načinu izvedbe, dok se terenskim pregledom bilježe postojeća geometrija, građevna obilježja i vidljiva oštećenja. Takav pristup omogućuje sagledavanje svođenog sustava u kontekstu razvoja i današnjega stanja cijele građevine.

Poseban dio istraživanja čini 3D lasersko snimanje, kojim se stvarna geometrija građevine bilježi u obliku prostorno gustog oblaka točaka. Primjena takvih postupaka osobito je korisna kod povijesnih građevina, kod kojih odstupanja od idealizirane geometrije mogu biti posljedica izvorne izvedbe, dugotrajnoga deformiranja ili naknadnih zahvata te utjecati na konstrukcijsko ponašanje [8].

U okviru istraživanja 3D lasersko snimanje provodi se uređajem Leica BLK360. Dobiveni oblak točaka omogućuje određivanje prostornog položaja i geometrije pojedinih konstrukcijskih dijelova te predstavlja osnovu za izradu digitalne studijske građe. Na slici 3 prikazan je primjer digitalnog dokumentiranja dvorca Eltz u Vukovaru, na kojemu se može razabrati složenost prostornog sklopa i međusobni odnos njegovih dijelova.



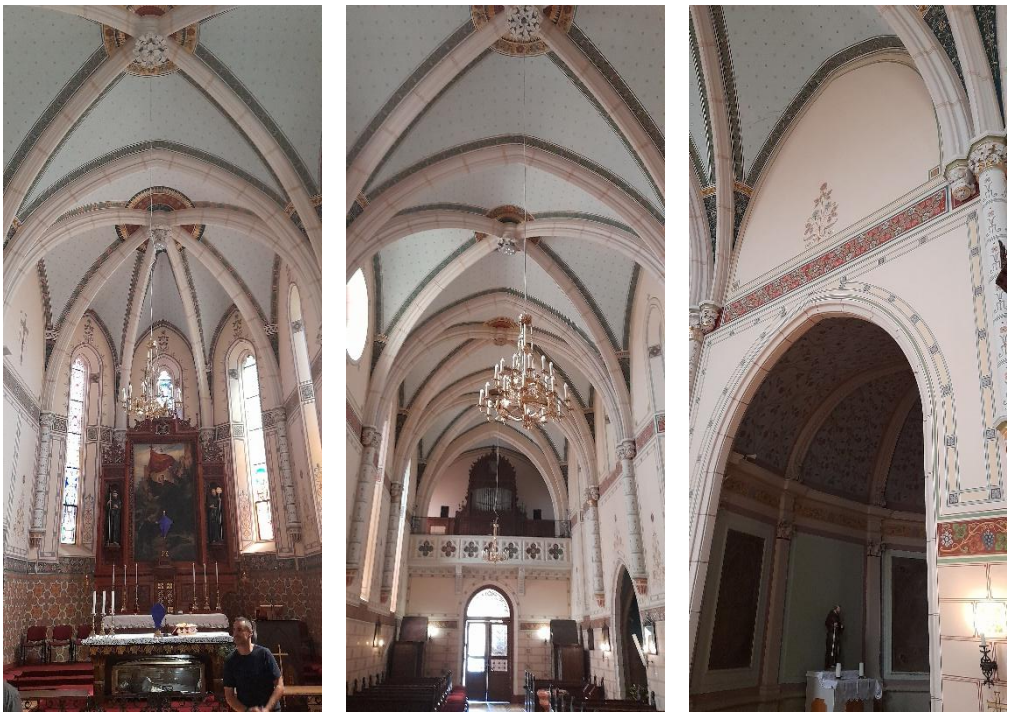
Slika 3. Primjer digitalnog dokumentiranja graditeljskog nasljeđa 3D laserskim snimanjem – dvorac Eltz u Vukovaru.

Digitalni zapisi povezuju se s podacima prikupljenima pregledom građevine te, prema potrebi, mjerenjima dinamičkih svojstava i ispitivanjima gradiva. Time se podaci o geometriji, materijalu i konstrukcijskom ustroju postupno objedinjuju u podlogu za tipološku razredbu i odabir oglednih svođenih sustava. Stvarna geometrija pritom predstavlja važnu osnovu i za oblikovanje vjerodostojnijih proračunskih modela povijesnih zidanih konstrukcija [8,11].

Metodološki pristup stoga nije ograničen na dokumentiranje postojećega stanja, nego omogućuje povezivanje podataka od razine pojedinoga konstrukcijskog elementa do razine cijele građevine. Tako oblikovana studijska građa predstavlja osnovu za daljnju usporedbu, eksperimentalna istraživanja i konstrukcijsko vrednovanje odabranih svođenih sustava.

4 Građevna obilježja i tipološka razredba svođenih sustava

Tipološka razredba povijesnih svodova ne temelji se samo na njihovu geometrijskom obliku, nego obuhvaća gradivo, način izvedbe, raspon, debljinu, uvjete oslanjanja i odnos prema ostalim konstrukcijskim dijelovima (slika 4). Geometrija svoda i način njegova oslanjanja neposredno utječu na prijenos opterećenja i stabilnost, zbog čega se svođeni sustav promatra zajedno s nosivim zidovima, stupovima i drugim osloncima [3,11,12]. Za područje Slavonije važnu osnovu predstavljaju ranija istraživanja karakterističnih bačvastih svodova 18. i 19. st. [4].



Slika 4. Četverodijelni križno-rebrasti svodovi glavnog broda crkve sv. Ivana Kapistrana u Iloku, dovršene 1349. i neogotički obnovljene prema projektu Hermana Bolléa početkom 20. stoljeća

Jedan od odabranih primjera jest crkva sv. Ivana Kapistrana u Iloku na slici 4, srednjovjekovna građevina dovršena 1349. godine i višestruko pregrađivana tijekom kasnijih stoljeća. Današnji izgled crkve u velikoj je mjeri rezultat neogotičke obnove koju je početkom 20. st. projektirao i vodio arhitekt Herman Bollé. U glavnom brodu ističu se četverodijelni križno-rebrasti svodovi s pojasnim šiljastim lukovima, čija geometrija i način oslanjanja predstavljaju karakterističan primjer svođenoga sustava sakralne arhitekture.

Pri dokumentiranju pojedinoga svoda bilježe se njegov oblik i geometrija, odnos prema tlocrtu prostora, način oslanjanja, gradivo te povezanost s okolnim konstrukcijskim dijelovima. Uz ta se obilježja evidentiraju vidljive pukotine, deformacije, tragovi ranijih zahvata i druge posebnosti koje mogu upućivati na prethodno konstrukcijsko ponašanje. Takvi podaci omogućuju usporedbu svodova različitih građevina i razdoblja te prepoznavanje njihovih zajedničkih i posebnih obilježja [7,12].

Razvojem otvorenoga tipološkog okvira nastoje se izdvojiti morfološko-konstrukcijske skupine unutar kojih se mogu odabrati ogledni svođeni sustavi. Njihovo će daljnje eksperimentalno i proračunsko istraživanje omogućiti povezivanje geometrije, gradiva, načina oslanjanja i zabilježenih oštećenja s konstrukcijskim ponašanjem te pridonijeti razvoju postupaka njihova ocjenjivanja i očuvanja.

5 Daljnji razvoj istraživanja i očekivani ishodi

Nakon prikupljanja početne studijske građe i utvrđivanja građevnih i morfoloških obilježja slijedi sustavna tipološka razredba evidentiranih svođenih sustava. Cilj je unutar pojedinih skupina prepoznati zajednička obilježja i izdvojiti ogledne primjere koji će biti pogodni za detaljnija eksperimentalna i proračunska istraživanja. Pri njihovu odabiru razmatrat će se geometrija, gradivo, način oslanjanja, stanje konstrukcije i zastupljenost pojedinoga tipa među istraženim građevinama (prema tablici 1).

Tablica 1. Predviđene radne cjeline razvoja istraživanja svođenih sustava

Cjelina	Radnja	Očekivani ishod
studijska građa	arhivska građa, terenski pregledi, 3D lasersko snimanje	digitalna dokumentacija odabranih građevina i svodova
tipološka razredba	usporedba geometrije, gradiva, izvedbe i načina oslanjanja	morfološko-konstrukcijske skupine i odabir oglednih primjera
eksperimentalna i proračunska istraživanja	ispitivanje gradiva i modelskih konstrukcija, izrada i provjera modela	pouzdaniji opis konstrukcijskog ponašanja svodova
vrednovanje i primjena	objedinjavanje rezultata i usporedba istraženih sustava	digitalna zbirka, postupci ocjenjivanja i preporuke za očuvanje i obnovu

Daljnja istraživanja obuhvatit će laboratorijsko ispitivanje svojstava povijesnog ziđa i modelskih konstrukcija te razvoj prostornih proračunskih modela. Rezultati eksperimentalnih ispitivanja poslužit će za provjeru i prilagodbu proračunskih modela, s posebnim naglaskom na utjecaj geometrije, načina oslanjanja i svojstava gradiva na ponašanje svođenih sustava. Time će se omogućiti postupno povezivanje podataka od razine gradiva i pojedinoga svoda do razine cijele građevine.

Završna faza istraživanja predviđa objedinjavanje prostornih modela, tipoloških podataka, podataka o gradivima, oštećenjima i konstrukcijskom ponašanju u digitalnu zbirku svođenih konstrukcija graditeljskog nasljeđa Slavonije i Baranje. Takva će zbirka omogućiti sustavnu usporedbu postojećih primjera, naknadno uključivanje novih građevina te povezivanje pojedinoga svoda s pripadajućom morfološko-konstrukcijskom skupinom.

Očekuje se da će razvijena studijska građa i rezultati eksperimentalnih i proračunskih istraživanja poslužiti kao osnova za razvoj postupaka ocjenjivanja te preporuka za očuvanje i održivu obnovu povijesnih svođenih konstrukcija. Time se istraživanje usmjerava od dokumentiranja pojedinačnih građevina prema oblikovanju primjenjivoga okvira za njihovo sustavno konstrukcijsko vrednovanje.

6 Zaključak

Povijesni svođeni sustavi palačne i sakralne arhitekture Slavonije i Baranje odlikuju se raznolikošću geometrijskih, građevnih i konstrukcijskih obilježja koja su rezultat različitih razdoblja gradnje, graditeljskih tehnika i naknadnih preinaka. Njihovo sustavno istraživanje stoga zahtijeva povezivanje povijesne i konzervatorske građe s terenskim pregledima, digitalnim dokumentiranjem te podacima o gradivu i konstrukcijskom ustroju.

Predloženi pristup omogućuje oblikovanje otvorenoga tipološkog okvira i izdvajanje morfološko-konstrukcijskih skupina svođenih sustava. Digitalno dokumentiranje, uključujući 3D lasersko snimanje, pritom predstavlja važnu podlogu za utvrđivanje njihove stvarne geometrije, međusobnu usporedbu i izradu vjerodostojnijih proračunskih modela.

Daljnjim eksperimentalnim i proračunskim istraživanjima odabranih oglednih primjera nastojat će se povezati geometrija, gradivo, način oslanjanja i zabilježena oštećenja s konstrukcijskim ponašanjem. Konačni je cilj uspostava nadogradive digitalne studijske građe koja će pridonijeti sustavnom ocjenjivanju, očuvanju i održivoj obnovi povijesnih svođenih konstrukcija Slavonije i Baranje.

Zahvale

Ovaj je rad izrađen u okviru *projekta* Europske unije u okviru programa NextGeneration *IPOO: Integrirani pristup održivoj obnovi graditeljskog nasljeđa Slavonije i Baranje*, oznake NPOO-581-UNIOS-74.

Autori zahvaljuju Restauratorskom odjelu Osijek Hrvatskog restauratorskog zavoda te Konzervatorskim odjelima u Osijeku i Vukovaru, Uprave za zaštitu kulturne baštine Ministarstva kulture i medija Republike Hrvatske, na stručnoj suradnji, pomoći pri provedbi istraživanja te ustupljenoj građi i podacima.

Literatura

[1] Arcanum Maps. Provinz Slavonien (1781–1783) – First Military Survey [mrežna povijesna karta]. Arcanum Adatbázis Kft; kartografski podaci: Österreichisches Staatsarchiv; pristupljeno 20. 8. 2026. Arcanum navodi Provinzialslawonien pod arhivskom oznakom B IX a 879 i razdoblje izmjere 1781.–1783.
[2] Hempel E. Baroque Art and Architecture in Central Europe: Germany, Austria, Switzerland, Hungary, Czechoslovakia, Poland. Baltimore: Penguin Books; 1965.
[3] Frkin V. Herman Bollé i obnova franjevačkih sakralnih objekata. Život umjetnosti. 1980;(29/30):180–185. Rad izravno obrađuje obnovu franjevačke crkve u Iloku i Bolléov angažman; Hrčak potvrđuje bibliografske podatke i stranice 180–185.
[4] Heyman J. The Stone Skeleton: Structural Engineering of Masonry Architecture. Cambridge: Cambridge University Press; 1995.
[5] Bošnjak-Klečina M. Analiza stanja naprezanja karakterističnih bačvastih svodova 18. i 19. stoljeća u Slavoniji [magistarski rad]. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet; 1997.
[6] D'Ayala D, Speranza E. Definition of collapse mechanisms and seismic vulnerability of historic masonry buildings. Earthquake Spectra. 2003;19(3):479–509. doi:10.1193/1.1599896.
[7] ICOMOS. Principles for the Analysis, Conservation and Structural Restoration of Architectural Heritage. Paris: International Council on Monuments and Sites; 2003.
[8] Bošnjak-Klečina M. Potresna otpornost monumentalnih sakralnih građevina Slavonije [doktorski rad]. Osijek: Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek; 2004.
[9] Mallardo V, Malvezzi R, Milani E, Milani G. Seismic vulnerability of historical masonry buildings: a case study in Ferrara. Engineering Structures. 2008;30(8):2223–2241. doi:10.1016/j.engstruct.2007.11.006.
[10] Mirosavljević K, Bošnjak-Klečina M, Penava D. Eksperimentalno istraživanje mehaničkih svojstava ziđa od pune opeke. e-GFOS. 2010;1(1):24–33.
[11] Bošnjak-Klečina M, Lozančić S. Testing of physical and mechanical properties of bricks and mortar in historic structures. Tehnički vjesnik. 2010;17(2):209–215.
[12] Como M. Statics of Historic Masonry Constructions. 3rd ed. Cham: Springer International Publishing; 2017. doi:10.1007/978-3-319-54738-1.
[13] De Matteis G, Cacace D, Rouhi J. Masonry vaults: architectural evolution, structural behaviour and collapse mechanisms. In: Proceedings of the 7th Structural Engineers World Congress 2019 – Architecture & Structures: From Past to Future; 24–26 April 2019; Istanbul, Turkey.
[14] Uzair A, Abrahamczyk L, Vrban A, Penava D. Seismic performance assessment of the 18th century Jesuit College in Dubrovnik's Old City. Buildings. 2023;13(8):1904. doi:10.3390/buildings13081904.
[15] Penava D, Valinčić M, Vrban A, Abrahamczyk L, Guljaš I, Kraus I. The effects of strong earthquakes on built heritage: a preliminary case study of Rector's Palace in Dubrovnik's Old City. Sustainability. 2023;15(20):14926. doi:10.3390/su152014926.

Promjena mase i mehaničkih svojstava biorazgradivog PLLA materijala pri različitim slučajevima opterećenja

Pintarić, N.[1], Labar, L.[2], Virag, L.[3] i Karšaj, I.[4]

Sažetak

U ovom radu istražuje se utjecaj mehaničkog opterećenja na proces degradacije 3D printanog poli-L-laktičnog (PLLA) materijala, s potencijalnom primjenom u izradi stentova. U sklopu preliminarnih eksperimenata ispitani su utjecaji temperature, brzine opterećivanja i trajanja degradacije na mehanička svojstva materijala. Jednoosni vlačni testovi provedeni su na nedegradiranim uzorcima te na uzorcima degradiranima jedan i tri dana, pri različitim temperaturama i brzinama opterećivanja. Također je praćena promjena mase uzoraka tijekom procesa degradacije. Rezultati su pokazali da povećanje brzine opterećivanja dovodi do povećanja vlačne čvrstoće i smanjenja maksimalne deformacije. Utvrđeno je i da temperatura značajno utječe na rezultate jednoosnog vlačnog testa, pri čemu i male promjene temperature mogu uzrokovati značajne razlike u maksimalnoj deformaciji. U početnim fazama degradacije zabilježeno je povećanje mase uzoraka, što se pripisuje upijanju vode i bubrenju materijala. Na temelju rezultata preliminarnih eksperimenata definirani su uvjeti za provedbu glavnog eksperimenta. U glavnom eksperimentu predviđeno je ispitivanje utjecaja različitih režima nametnute deformacije na proces degradacije PLLA uzoraka u fosfatom puferiranoj otopini soli pri temperaturi od 37 °C. Utjecaj degradacije i opterećenja planira se procijeniti praćenjem promjene mase i mehaničkih svojstava uzoraka tijekom različitih vremenskih intervala.

Ključne riječi: eksperiment, PLLA, stent, jednoosni vlačni test, degradacija, BRS

[1] **Nino Pintarić, univ. mag. ing. mech., asistent na projektu HrZZ**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: nino.pintaric@fsb.unizg.

[2] **Luka Labar, univ. mag. ing. mech., asistent**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: luka.labar@fsb.unizg.hr

[3] **Dr. sc. Lana Virag, mag. ing., docentica**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: lana.virag@fsb.unizg.hr

[4] **Dr. sc. Igor Karšaj, dipl. ing., redoviti profesor u trajnom zvanju**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: igor.karsaj@fsb.unizg.hr

1 Uvod

Vaskularni stent je cijevasta konstrukcija čijom se ugradnjom širi unutarnji poprečni presjek stenozom zahvaćene krvne žile, a čija je zadaća nakon ugradnje održavati unutarnji oblik krvne žile, čime se omogućava normalan protok krvi. Konvencionalni stentovi nakon ugradnje trajno ostaju u tijelu. Jedna od mogućih komplikacija nakon ugradnje stenta jest restenoza, odnosno ponovno taloženje plaka unutar samog stenta. Budući da već ugrađeni stent otežava ponovnu intervenciju na mjestu stenoze, razvija se nova generacija bioresorptivnih stentova, čija je ideja da se nakon zacijeljivanja žile u proširenom obliku ugrađeni stent potpuno metabolizira i nestane iz tijela [1].

Jedan od predloženih materijala za bioresorptivne stentove (eng. *Bioresorbable Scaffold, BRS*) jest 3D printana poli-L-laktična kiselina (PLLA). PLLA je dokazano biokompatibilan, hemokompatibilan i bioresorptivan materijal. Njegovi nedostatci za primjenu u vaskularnim stentovima uključuju slabija mehanička svojstva te nedovoljno poznavanje tijeka degradacije i evolucije fizikalnih svojstava tijekom degradacije [2].

U svrhu boljeg opisivanja ponašanja PLLA materijala tijekom eksploatacije stenta, osmišljen je eksperiment, koji se sastoji od degradacije ispitnih uzoraka u okruženju koje simulira uvjete u tijelu te naknadnih mjerenja na ispitnim uzorcima pri različitim stadijima razgradnje.

2 Provedba eksperimenta

3D printani ispitni uzorci biti će degradirani u fosfatom puferiranoj otopini soli, na temperaturi 37°C, što simulira fiziološke uvjete u tijelu. Tijekom eksploatacije, na stent djeluje opterećenje u obliku nametnute poznate deformacije.

2.1 Eksperimentalni postav

Testni uzorci za vrijeme degradacije smješteni su u naprave od nehrđajučeg čelika, koje preko vijčanog prijenosa osiguravaju stalnu deformaciju. Degradacija se odvija u akvariju od nehrđajučeg čelika, u kojem se nalazi PBS.

PBS se priprema pomoću destilirane vode i P4417 tableta za pripremu otopine, prema uputama proizvođača. Za mjerenje mase koristi se Kern ALJ 310-4A vaga. Jednoosni vlačni testovi obavljaju se na kidalici.

Ispitni uzorci printani su iz PLLA materijala proizvođača 3D4Makers pomoću Bambu Lab X1 Carbon printera.

2.2 Preliminarni eksperimenti

Provedeni su preliminarni eksperimenti kako bi se utvrdili uvjeti provođenja glavnog eksperimenta. U tu svrhu, nedegradirane epruvete podijeljene su u dvije grupe te su na njima provedeni jednoosni vlačni testovi. Jedna grupa epruveta podvrgnuta je jednoosnom vlačnom testu u suhom stanju te na sobnoj temperaturi. Statički vlačni test proveden je na 5 suhih epruveta pri brzini od 1 mm/min.

Druga grupa epruveta podvrgnuta je jednoosnom vlačnom testu u vodi temperature 37°C. Test je proveden na tri epruvete pri brzini od 1 mm/min, na jednoj epruveti pri brzini od 5 mm/min i na jednoj epruveti pri brzini od 10 mm/min.

Zatim je proveden preliminarni test degradacije. Dvije grupe epruveta degradirane su u običnoj vodi na sobnoj temperaturi. Na prvoj grupi proveden je proces degradacije u trajanju od jednog dana, a zatim je na epruvetama proveden jednoosni vlačni test. Jedna je epruveta ispitana pri brzini 1 mm/min, na temperaturi 39°C, a četiri epruvete pri brzini 1mm/min i temperaturi 37°C. Potom su još dvije epruvete ispitane na temperaturi 37°C, jedna pri brzini opterećivanja u iznosu od 5 mm/min, a druga pri brzini opterećivanja 10 mm/min.

Druga grupa degradiranih epruveta podvrgnuta je na jednak način jednoosnom vlačnom testu nakon tri dana degradacije u običnoj vodi na sobnoj temperaturi. Pritom je šest epruveta podvrgnuto testu pri temperaturi vode 37°C i brzini 1 mm/min, a druge dvije epruvete pri istoj temperaturi i brzinama opterećivanja 5 mm/min i 10 mm/min.

Svim epruvetama podvrgnutim degradaciji izmjerena je masa prije degradacije te nakon degradacije, u suhom stanju.

2.2 Tijek glavnog eksperimenta

Ispitni uzorci grupirani su u 6 grupa sa zasebnim režimima opterećivanja te jednu kontrolnu grupu bez opterećenja. Svaka grupa podijeljena je u četiri do šest podgrupa s po 5 testnih uzoraka. Prije procesa degradacije, uzorcima će se izmjeriti masa.

Svaka grupa opteretiti će se vlastitim iznosom nametnute deformacije te će biti podvrgnuta procesu degradacije. Degradacija će se odvijati u akvariju, u PBS-u na 37°C, pri brzinama od 1 mm/min, 5 mm/min i 10 mm/min. U konačnim vremenskim periodima, iz pojedinih grupa s zajedničkim režimom opterećivanja izdvojiti će se jedna podgrupa uzoraka za testiranje.

Nakon što se pojedina podgrupa izdvoji iz grupe, biti će osušena te će joj biti izmjerena masa, a zatim će se na svakom uzorku provesti jednoosni vlačni test.

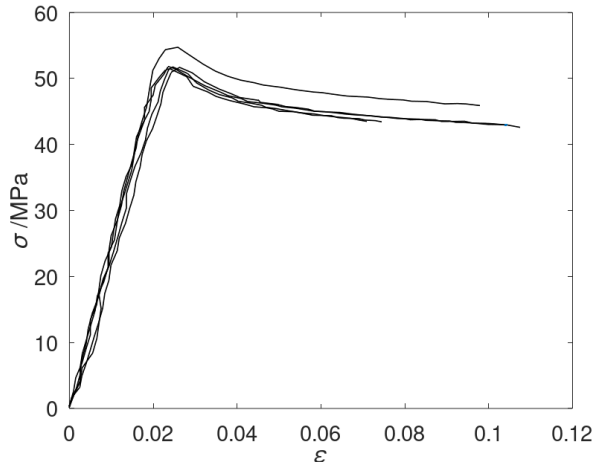
Na ovaj način, četiri grupe ispitnih uzoraka biti će degradirano pri konstantnoj nametnutoj deformaciji te će biti podvrgnuti jednoosnom vlačnom testu i mjerenju mase dok se ne izvrše mjerenja na svim podgrupama. Preostale dvije grupe će biti podvrgnute degradaciji pri čemu će se nakon svakog izdvajanja pojedine podgrupe mijenjati iznos nametnute deformacije, dok će u intervalima između mjerenja nametnuta deformacija biti konstantna. Na ovaj način ispitati će se utjecaj opterećenja na proces degradacije.

3 Rezultati preliminarnih eksperimenata

Na slici 1. prikazani su rezultati jednoosnog vlačnog testa provedenog na nedegradiranim uzorcima u suhom stanju pri sobnoj temperaturi, uz brzinu opterećivanja od 1 mm/min.

Može se primijetiti da izgled krivulje ovisnosti naprezanja o deformaciji izgleda relativno slično za svih 5 provedenih mjerenja.

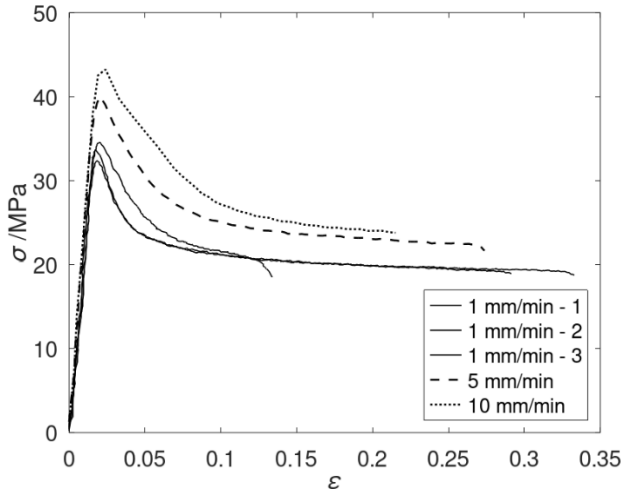
Na slici 2. prikazani su rezultati jednoosnog vlačnog testa prevedenog u vodi temperature 37°C na nedegradiranim uzorcima. Može se primijetiti da izgled krivulje ovisnosti naprezanja o deformaciji izgleda relativno slično za uzorke ispitane pri istim brzinama, no također je jasno vidljivo da je izmjerena veća vlačna čvrstoća kod uzoraka ispitanim pri većim brzinama



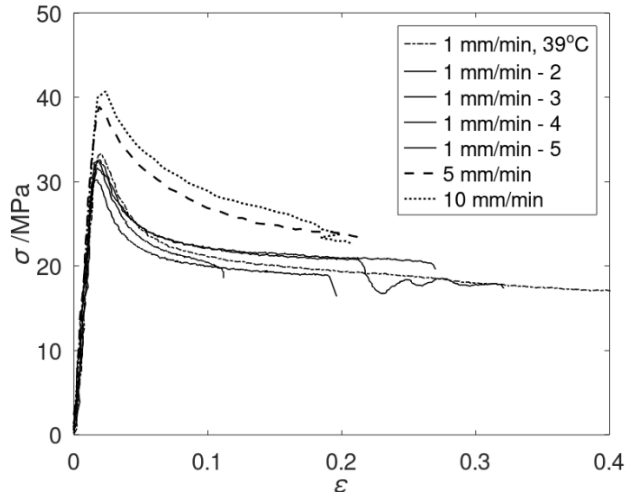
Slika 1. Dijagram deformacija-naprezanje za nedegradirane uzorke testirane na sobnoj temperaturi

S druge strane, maksimalna deformacija ima trend opadanja s porastom brzine opterećivanja, osim jednog uzorka koji je izgledno puknuo na manjoj maksimalnoj deformaciji uslijed greške epruvete.

Usporedbom slika 2. i 3. može se primijetiti da i dalje postoji trend povećanja vlačne čvrstoće te opadanja maksimalne deformacije s porastom brzine opterećivanja. Također je vidljivo da promjena temperature može značajno utjecati na iznos maksimalne deformacije.



Slika 2. Dijagram deformacija-naprezanje za nedegradirane uzorke testirane u vodi temperature 37°C

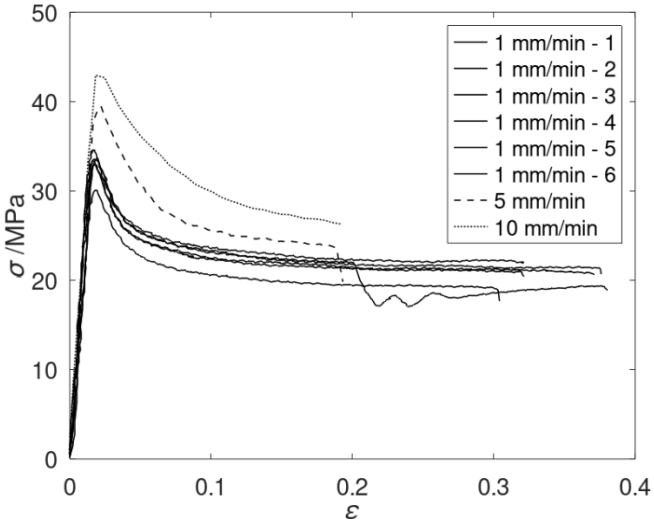


Slika 3. Dijagram deformacija-naprezanje za uzorke degradirane 1 dan na sobnoj temperaturi

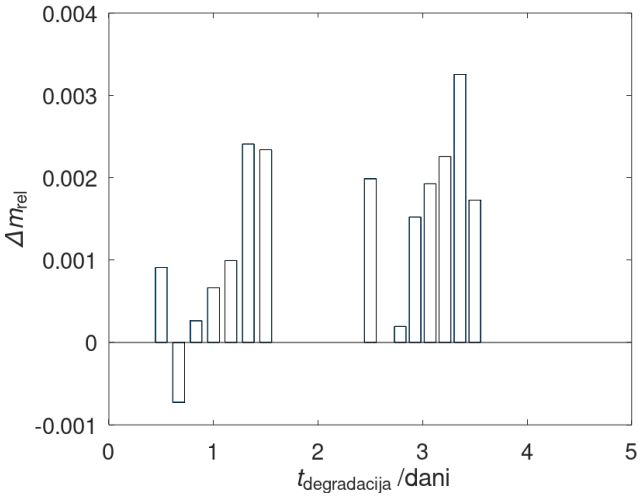
Na slici 4. prikazana je ovisnost naprezanja o deformaciji za uzorke degradirane 3 dana u običnoj vodi na sobnoj temperaturi. Testovi su provedeni u vodi temperature 37°C, brzinama 1 mm/min, 5 mm/min i 10 mm/min. Rezultati jednoosnih vlačnih testova uzoraka ispitanih nakon 1 dan degradacije i nakon 3 dana degradacije, usporedivi su, što se vidi na slikama 3. i 4.

Osim jednoosnog vlačnog testa, mjerena je i promjena mase tijekom degradacije, vidjeti sliku 5. Relativna promjena mase Δm_{rel} računana je pomoću izraza (1).

$$\Delta m_{\mathrm{rel}} = \frac{m_0 - m_{\mathrm{degradirano}}}{m_0} \tag{1}$$



Slika 4. Dijagram deformacija-naprezanje za uzorke degradirane 3 dana na sobnoj temperaturi



Slika 5. Relativna promjena mase uslijed degradacije

4 Zaključak

Na rezultat jednoosnog vlačnog testa razmatranog PLLA materijala značajno utječu faktori kao što su temperatura na kojoj se provodi testiranje i brzina opterećivanja. Već 2°C značajno utječu na maksimalnu deformaciju. Stoga je važno za prilikom testiranja adekvatno kontrolirati navedene uvjete.

U ranim fazama degradacije, materijalu se povećava masa, što je vjerojatno rezultat bubrenja, odnosno navlačenja vode u materijal.

Zahvale

Ovaj rad financirala je Hrvatska zaklada za znanost
(IP-2022-10-1497 and DOK-NPOO-2023- 10-6116).

Zahvaljujem Luki Labaru na pomoći pri provedbi eksperimenta.

Literatura
(10pt)
[1] Sobieszczyk, P. i Beckman, J. Carotid artery disease. *Circulation*. 2006;114(7). doi:10.1161/CIRCULATIONAHA.105.542860.
[2] Qiu, T. i Zhao, L. Research into biodegradable polymeric stents: a review of experimental and modelling work. *Vessel Plus*. 2018;2(6):12. doi:10.20517/2574-1209.2018.13.

Pregled mogućnosti i ograničenja proračunskih pristupa za modeliranje mjera protupotresnog pojačanja zidanih građevina

Radić, J.[1], Penava, D.[2], Sarhosis, V.[3] i Hadzima-Nyarko, M.[4]

Sažetak

Zidane građevine čine značajan dio postojećeg građevinskog fonda te kulturne i povijesne baštine, no zbog heterogene i anizotropne građe ziđa te izražene materijalne nelinearnosti pokazuju osjetljivost na potresna djelovanja. Cilj ovog rada je pružiti sustavan pregled proračunskih pristupa za modeliranje ponašanja zidanih konstrukcija pojačanih tradicionalnim metodama protupotresnog pojačanja. Na temelju odabranih eksperimentalnih i proračunskih istraživanja razmotrene su različite metode pojačanja, razine modeliranja, primijenjeni programski alati i pripadajući konstitutivni modeli. Rezultati pokazuju da proračunski modeli u pravilu dobro reproduciraju eksperimentalno utvrđeno ponašanje. Obrađene metode pojačanja značajno povećavaju nosivost, krutost i duktilnost ziđa te mogu dovesti do promjene mehanizma sloma iz krhkog posmičnog prema stabilnijem ponašanju ili kontroliranom raspucavanju. Utvrđeno je da izbor razine modeliranja ovisi o cilju analize: makromodeli prikladni su za procjenu globalnog odziva građevine, dok mikro- i mezomodeli omogućuju detaljniji uvid u lokalne mehanizme oštećenja i međudjelovanje ziđa i sustava pojačanja. Unatoč dobrom slaganju proračunskih i eksperimentalnih rezultata, postojeći pristupi i dalje su metodološki fragmentirani, što ukazuje na potrebu za standardizacijom pojednostavljenih proračunskih modela, njihovom širom eksperimentalnom validacijom te daljnjim razvojem pristupa za pouzdanu procjenu dugotrajnog ponašanja pojačanih zidanih konstrukcija.

Ključne riječi: zidane građevine, proračunsko modeliranje, protupotresno pojačanje, konstitutivni modeli, mehanizmi sloma

[1] **Josip Radić, asistent**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za materijale i konstrukcije, Ul. Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: jradic@gfos.hr

[2] **prof. dr. sc. Davorin Penava, redoviti profesor**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za tehničku mehaniku, Ul. Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: dpenava@gfos.hr

[3] **prof. dr. sc. Vasilis Sarhosis, redoviti profesor**, University of Leeds, School of Civil Engineering, Resilient Structures and Infrastructure, LS2 9JT, Leeds, e-mail: V.Sarhosis@leeds.ac.uk

[4] **prof. dr. sc. Marijana Hadzima-Nyarko, redovita profesorica**, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Građevinski i arhitektonski fakultet Osijek, Zavod za materijale i konstrukcije, Ul. Vladimira Preloga 3, 31000 Osijek, e-mail: mhadzima@gfos.hr

1 Uvod

Nearmirane zidane građevine predstavljaju jednu od najstarijih i najtrajnijih graditeljskih tradicija te čine značajan dio postojećeg građevinskog fonda i povijesne baštine. Osnovno načelo zidanja temelji se na slaganju kamena, opeke ili blokova s mortom ili bez njega [1]. Unatoč jednostavnosti izvedbe i dugoj tradiciji, raznolikost lokalnih materijala i načina gradnje rezultirala je velikim brojem različitih konstrukcijskih sustava [2]. Posljednjih godina zidane konstrukcije ponovno privlače pozornost i kao održivo rješenje s relativno malim utjecajem na okoliš [3]. Zid je heterogeni kompozit sastavljen od zidnih elemenata i morta, čija se mehanička svojstva mogu znatno razlikovati ovisno o podrijetlu, izvedbi i starosti. Raspored sljubnica dodatno uzrokuje izraženu anizotropiju, dok ponašanje na kontaktu između elemenata i morta znatno utječe na ukupni mehanički odziv. Zbog takve složenosti zid se ne može uvijek pouzdano opisati kao homogeni kontinuum, već njegovo ponašanje zahtijeva primjenu odgovarajućih nelinearnih konstitutivnih modela. Proračunska procjena postojećih i povijesnih zidanih građevina dodatno je otežana nedostatkom podataka o geometriji i materijalima, prisutnošću postojećih oštećenja, varijabilnošću svojstava te ograničenim mogućnostima terenskih i laboratorijskih ispitivanja [4]. Iako nearmirane zidane građevine učinkovito preuzimaju vertikalna gravitacijska opterećenja, njihova je otpornost na horizontalna djelovanja, osobito potrese, često ograničena. Posljedice potresnog djelovanja mogu biti različite, od pojave lokalnih pukotina i oštećenja pojedinih zidova do razvoja mehanizama sloma i djelomičnog ili potpunog urušavanja građevine (Slika 1).



Slika 1. Primjeri oštećenja zidanih građevina nakon potresa [5]

Zbog toga su razvijene različite metode protupotresnog pojačanja kojima se nastoje povećati nosivost, krutost, duktilnost i sposobnost raspršivanja energije konstrukcije. Među tradicionalnim metodama koje se često primjenjuju ističu se mlazni beton, ferocement, injektiranje morta i metoda središnje jezgre, dok se izbor odgovarajućeg rješenja određuje prema specifičnostima konstrukcije i zahtjevima zahvata.

Rad daje sustavan pregled proračunskih pristupa koji se primjenjuju za vrednovanje učinaka protupotresnog pojačanja zidanih građevina. Poseban naglasak stavljen je na usporedbu različitih razina modeliranja, njihovu primjenjivost, točnost i ograničenja pri simulaciji nelinearnog odziva pojačanog zida. Na temelju pregleda dostupnih istraživanja razmatraju se različite metode pojačanja i pripadajući proračunski pristupi te uspoređuju proračunske predikcije s eksperimentalnim rezultatima. Cilj rada je utvrditi mogućnosti i ograničenja postojećih pristupa modeliranju te pružiti osnovu za pouzdaniju procjenu potresne otpornosti pojačanih zidanih konstrukcija.

2 Metode protupotresnog pojačanja zidanih konstrukcija

Zidane konstrukcije sastoje se od nosivog i nenosivog ziđa te stropnih konstrukcija, pri čemu njihova potresna otpornost ovisi o međusobnom djelovanju pojedinih konstrukcijskih elemenata. Mjerama pojačanja nastoje se poboljšati karakteristike ziđa pri djelovanju opterećenja u njegovoj ravnini, dok se otpornost na djelovanja izvan ravnine prvenstveno povećava poboljšanjem međusobnog povezivanja zidova i ostalih konstrukcijskih elemenata. Poznavanje mogućih mehanizama sloma pritom predstavlja važan preduvjet za odabir odgovarajuće metode pojačanja, budući da različiti oblici oštećenja i sloma zahtijevaju različite konstrukcijske intervencije. Primjenom mjera pojačanja može se povećati čvrstoća, krutost i duktilnost ziđa, ali i promijeniti dominantni mehanizam sloma. Čak i manje pukotine mogu znatno smanjiti posmičnu i vlačnu čvrstoću zida, zbog čega se postupci sanacije i pojačanja često temelje na obnovi kontinuiteta oštećenog ziđa ili dodavanju novih nosivih slojeva i elemenata. Tradicionalne metode pojačanja mogu se općenito podijeliti na metode kojima se povećava otpornost postojećeg ziđa, metode kojima se povećava otpornost pojedinih ili cijelih konstrukcijskih sustava te metode kojima se poboljšava prostorna krutost konstrukcije i sprječava gibanje zidova okomito na njihovu ravninu.

2.1 Mlazni beton

Mlazni beton predstavlja tehniku pojačanja pri kojoj se beton ili mort pod tlakom nanosi izravno na površinu postojećeg ziđa. Primjenjuje se za povećanje čvrstoće i krutosti zidova, a može se izvoditi suhim ili mokrim postupkom (Slika 2).



Slika 2. Primjena mlaznog betona [6]

Kod suhog postupka voda se dodaje u području mlaznice, dok se kod mokrog postupka prethodno pripremljena smjesa transportira do mjesta ugradnje. Primjenom mlaznog betona može se znatno povećati otpornost zida na horizontalna djelovanja, osobito pri opterećenju u ravnini zida. Međutim, povećanjem debljine i mase konstrukcije mijenja se i njezin ukupni odziv, što je potrebno uzeti u obzir pri odabiru i proračunu sustava pojačanja.

2.2 Ferocementne obloge

Ferocementne obloge sastoje se od tankih slojeva cementnog morta pojačanih gusto pletenim čeličnim mrežama (Slika 3). Njihova je osnovna funkcija ograničavanje deformacija i razvoj pukotina te povećanje nosivosti zida pri neelastičnim deformacijama u njegovoj ravnini. Obloge

se mogu povezati kroz postojeće ziđe čeličnim sidrima, čime se osigurava zajedničko djelovanje postojećeg zida i sloja pojačanja.



Slika 3. Postupak primjene ferocementne obloge [7]

Istraživanja su pokazala da se ovom metodom kod nearmiranog ziđa može povećati otpornost na horizontalna opterećenja, dok su poboljšanja kod omeđenog ziđa manje izražena. Ferocement se odlikuje dobrom otpornošću na pojavu i širenje pukotina te može značajno poboljšati duktilnost i deformabilnost konstrukcije.

2.3 Injektiranje

Injektiranje morta predstavlja postupak unutarnjeg pojačanja kojim se nastoji obnoviti kontinuitet i cjelovitost oštećenog ziđa bez značajnijeg utjecaja na arhitektonski izgled građevine. Postupak se temelji na unošenju odgovarajuće injekcijske smjese u pukotine, šupljine i druga oštećena područja, čime se ponovno uspostavlja veza između razdvojenih dijelova ziđa (Slika 4). Prije injektiranja pukotine i šupljine potrebno je odgovarajuće pripremiti i očistiti kako bi se omogućilo njihovo što potpunije ispunjavanje. Zbog relativno jednostavne izvedbe, dostupnosti materijala i mogućnosti očuvanja vanjskog izgleda konstrukcije, injektiranje je pogodno i za sanaciju postojećih i povijesnih zidanih građevina.



Slika 4. Primjer injektiranja zidanog zida [8]

Primjenom injektiranja poboljšava se povezanost sastavnih dijelova ziđa, a time i njegova čvrstoća pri klizanju i posmičnom djelovanju. Učinkovitost postupka u velikoj mjeri ovisi o svojstvima injekcijske smjese i njezinoj sposobnosti prodiranja u postojeće pukotine i šupljine. S druge strane, injektiranje je manje učinkovito pri savijanju jer se njime ne postiže značajnije povećanje vlačne čvrstoće ziđa. Kao mogući nedostatak javlja se i stvaranje područja neujednačene krutosti, osobito ako injekcijska smjesa nije ravnomjerno raspoređena unutar zida.

2.4 Metoda središnje jezgre

Metodu središnje jezgre uveo je Plecnik 1986. godine kao postupak unutarnjeg pojačanja nearmiranih zidanih konstrukcija (Slika 5). Metoda se temelji na izvođenju vertikalnih otvora kroz unutrašnjost zida, u koje se postavljaju armaturne šipke i injekcijska smjesa. Otvori se izvode od vrha zida prema temelju, a nakon uklanjanja nastalih krhotina u njih se ugrađuje armatura. Injekcijska smjesa ispunjava preostali prostor i osigurava vezu između armature i okolnog ziđa.



Slika 5. Oprema, hidraulička bušilica i prikaz stabilizatora [9]

Ugradnjom armirane jezgre unutar postojećeg zida nastaje zajednički konstrukcijski sustav kojim se poboljšava sposobnost preuzimanja horizontalnih djelovanja. Takvim pojačanjem može se povećati otpornost zida na posmik u ravnini, ali i na savijanje izvan ravnine. Učinkovitost metode ovisi o položaju i broju jezgri, njihovoj povezanosti s postojećim ziđem te načinu sidrenja armature. Važna prednost metode središnje jezgre jest činjenica da se pojačanje nalazi unutar zida, zbog čega se vanjski izgled građevine uglavnom ne mijenja. To predstavlja značajnu prednost kod povijesnih i kulturno zaštićenih građevina, gdje mogućnosti intervencija na pročeljima mogu biti ograničene.

2.5 Ostale tradicionalne metode pojačanja

Osim navedenih metoda, pojačanje zidanih konstrukcija može se provesti vertikalnim prednapinjanjem, omeđivanjem te ugradnjom dodatnih vertikalnih i horizontalnih elemenata. Njihov je cilj poboljšati međusobnu povezanost pojedinih dijelova konstrukcije, povećati prostornu krutost te spriječiti razvoj lokalnih i globalnih mehanizama sloma. Vertikalnim prednapinjanjem u ziđe se uvodi tlačno naprezanje kojim se poboljšava njegovo ponašanje pri djelovanju horizontalnih sila. Prednost je mogućnost izvedbe unutar zida, bez značajnijih promjena njegova vanjskog izgleda. Prednapinjanje omogućuje ravnomjerniju raspodjelu opterećenja, smanjuje razvoj pukotina i povećava čvrstoću ziđa. Pri projektiranju je, međutim, potrebno uzeti u obzir dugotrajne gubitke sile prednapinjanja te mogućnost korozije čeličnih elemenata.

Omeđivanjem se zidana konstrukcija dodatno pojačava na uglovima, spojevima zidova i rubovima otvora. Time se povećavaju posmična čvrstoća u ravnini zida, duktilnost i otpornost na savijanje te se poboljšava međusobna povezanost konstrukcijskih elemenata. Iako je izvedba takvih zahvata zahtjevnija, pravilnim povezivanjem zidova i ostalih dijelova konstrukcije može se značajno smanjiti mogućnost razvoja nepovoljnih mehanizama sloma.

3 Eksperimentalni i proračunski pristupi modeliranju pojačanja zidanih konstrukcija

S obzirom na složeno i izrazito nelinearno ponašanje zidanih konstrukcija, koje proizlazi iz njihova heterogenog sastava i izraženih anizotropnih svojstava, proračunsko modeliranje predstavlja ključan alat za procjenu njihova odziva pri djelovanju potresa te za vrednovanje učinkovitosti različitih tehnika protupotresnog pojačanja. Primjena proračunskih metoda omogućuje detaljno proučavanje složenih mehanizama prijenosa opterećenja, inicijacije i širenja pukotina te razvoja različitih mehanizama sloma pod utjecajem potresa. Osim toga, takvi modeli omogućuju preciznu kvantifikaciju promjena nosivosti, bočne krutosti i ukupne duktilnosti ostvarenih primijenjenim mjerama ojačanja. Bilježenjem tih složenih mehanizama, proračunski modeli služe kao vrijedna i troškovno učinkovita nadopuna eksperimentalnim istraživanjima, pomažući u optimizaciji procjena građevinske sigurnosti. Pregled odabranih eksperimentalnih i proračunskih istraživanja koja proučavaju ova ponašanja prikazan je u Tablici 1.

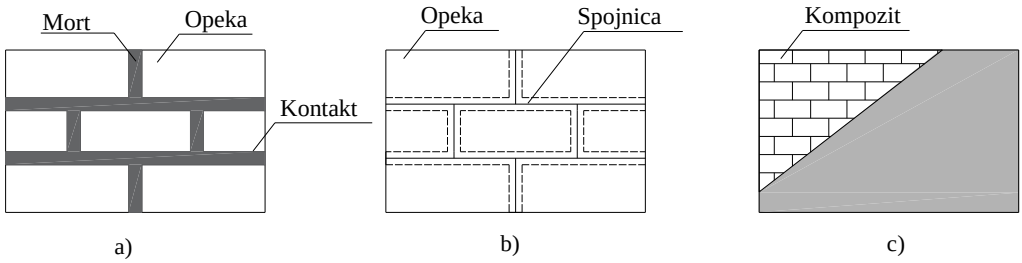
Tablica 1. Pregled različitih eksperimentalnih istraživanja pojačanja konstrukcija

Istraživanje	Metoda pojačanja	Eksperimentalni model	Mjerilo	Smjer opterećenja	Vrsta opterećenja	Program	Ref.
Dardaei i dr.	Mlazni beton	Omeđeno zide	1:1	U ravnini	Ciklično	Abaqus	[10]
Karbaschi i dr.	Mlazni beton	Nearmirano zide	1:1	U ravnini / izvan ravnine	Dinamičko	SAP2000	[11]
Ghezelbash i dr.	Mlazni beton	Nearmirano zide	1:2	U ravnini / izvan ravnine	Dinamičko	Abaqus	[12]
Yaman i dr.	Mlazni beton	Nearmirano zide	1:1	U ravnini	Statičko	Abaqus	[13]
Mukherjee i Kaushik	Ferocement	Nearmirano zide	1:1	U ravnini / izvan ravnine	Statičko	Abaqus	[7]
Habieb i dr.	Ferocement	Omeđeno zide	1:1	U ravnini	Ciklično	Abaqus	[14]
Mustafaraj i dr.	Ferocement	Nearmirano zide	1:1	U ravnini	Statičko	DIANA	[15]
Doran i dr.	Injektiranje	Nearmirano zide	1:1	U ravnini	Statičko	LUSAS	[16]
Farahani i dr.	Središnja jezgra	Nearmirano zide	1:1	U ravnini	Kvazistatičko	Abaqus	[9]
Nikooravesh i dr.	Središnja jezgra	Nearmirano zide	1:1	U ravnini	Ciklično	COM3	[17]

Obrađena istraživanja obuhvaćaju različite vrste zidanih konstrukcija, metode pojačanja i načine opterećivanja. Većina istraživanja provedena je na nearmiranom zidu u mjerilu 1:1, dok su pojedina obuhvatila omeđeno zide ili modele u smanjenom mjerilu. Ispitivanja su uglavnom provedena pri djelovanju u ravnini zida, uz primjenu statičkih, kvazistatičkih, cikličkih i dinamičkih opterećenja, dok je u pojedinim istraživanjima razmatrano i ponašanje izvan ravnine. U proračunskom dijelu najzastupljeniji je Abaqus, dok su upotrijebljeni i DIANA, COM3, LUSAS i SAP2000. Razlike među istraživanjima odnose se na razinu modeliranja, način diskretizacije zida i pojačanja, opis njihova međudjelovanja te izbor konstitutivnog modela, što omogućuje usporedbu različitih pristupa modeliranju pojačanih zidanih konstrukcija.

4 Proračunski pristupi i konstitutivni modeli

Proračunsko modeliranje zidanih konstrukcija može se provoditi na različitim razinama detaljnosti, ovisno o cilju proračuna, veličini promatranog konstrukcijskog sustava i potrebnoj točnosti rezultata. U obrađenim istraživanjima primjenjuju se makro-, mezo- i mikromodeli, pri čemu se razlikuju prema načinu prikaza osnovnih elemenata ziđa, morta, sljubnica i slojeva pojačanja (Slika 6). Kod makromodeliranja ziđe se promatra kao homogenizirani kontinuum, bez zasebnog modeliranja osnovnih elemenata i sljubnica. Takav pristup smanjuje broj stupnjeva slobode i prikladan je za procjenu odziva cijelih građevina.



Slika 6. Proračunski pristupi: a) mikromodeliranje, b) mezomodeliranje i c) makromodeliranje

U obrađenim istraživanjima SAP2000 primijenjen je za makromodeliranje pomoću homogenih elemenata ljuski. Nasuprot tome, mikro- i mezomodeliranjem pojedine komponente ziđa mogu se prikazati s većom razinom detaljnosti, čime je moguće preciznije pratiti lokalizaciju oštećenja, razvoj pukotina i međudjelovanje postojećeg ziđa i sloja pojačanja. Za provedbu složenih nelinearnih proračuna najčešće je upotrijebljen Abaqus te njegov modul eksplicitnog dinamičkog proračuna (engl. *Dynamic Explicit Solver*). Za diskretizaciju ziđa i slojeva pojačanja dominantno se primjenjuju osmočvorni trodimenzionalni čvrsti elementi s reduciranom integracijom, dok se armatura modelira rešetkastim ili grednim elementima. Za opis nelinearnog ponašanja ziđa i materijala pojačanja primjenjuju se različiti konstitutivni modeli. U Abaqusu se najčešće primjenjuje model oštećenja i plastičnosti betona (engl. *Concrete Damaged Plasticity*, CDP), kojim se opisuje nelinearno ponašanje ziđa i betonskih slojeva. U programu DIANA primijenjen je model pukotina, posmika i drobljenja (engl. *Crack-Shear-Crush*, CSC), dok COM3 primjenjuje pristup razmazanih pukotina (engl. *smeared crack*). U programu LUSAS ponašanje materijala opisano je modelom elastoplastičnog oštećenja (engl. *Elastic Plastic Damage*, EPD).

5 Usporedba rezultata, mogućnosti i ograničenja proračunskih pristupa

Usporedba proračunskih i eksperimentalnih rezultata pokazuje općenito dobro slaganje, pri čemu se odstupanja u vršnoj nosivosti uglavnom kreću između 5 % i 10 %. Osim same vršne nosivosti, proračunski modeli uspješno reproduciraju početnu krutost, tijek krivulja opterećenje–pomak te razvoj karakterističnih mehanizama pucanja. Takvo slaganje pokazuje da se odgovarajuće kalibriranim modelima može pouzdano procijeniti globalni odziv pojačanih zidanih konstrukcija i učinak primijenjene metode pojačanja. Posebno je značajna mogućnost praćenja razvoja oštećenja tijekom porasta opterećenja, čime se može procijeniti ne samo krajnja nosivost, nego i

način na koji konstrukcija dolazi do graničnog stanja. Unatoč dobrom slaganju, pojedina odstupanja između proračunskih i eksperimentalnih rezultata ostaju prisutna, osobito u području izraženog nelinearnog ponašanja. Razlozi se prvenstveno mogu povezati s heterogenošću ziđa, varijabilnošću mehaničkih svojstava opeke i morta te složenim ponašanjem njihovih kontakata. Dodatnu poteškoću predstavlja lokalizacija oštećenja jer razvoj pukotina ovisi o lokalnim svojstvima materijala koja je teško u potpunosti obuhvatiti proračunskim modelom. Stoga pouzdanost rezultata ovisi o razini modeliranja, kvaliteti ulaznih podataka i načinu opisivanja međudjelovanja komponenti. Obrađene metode pojačanja značajno utječu na nosivost, krutost i duktilnost ziđa. Ferocement s mrežom pod kutom od 45° povećao je nosivost do 7,71 puta, mlazni beton s ekspandiranim čeličnim pločama do 172 %, a metoda središnje jezgre s usidrenom armaturom do 230 %. Učinkovitost pritom ovisi o vrsti i rasporedu pojačanja, njegovoj povezanosti s postojećim ziđem te svojstvima materijala. Pojačanje također utječe na deformabilnost i mehanizam sloma, pri čemu se krhki posmični slom može zamijeniti stabilnijim savojnim ponašanjem ili kontroliranijim raspucavanjem. Usporedba rezultata prikazana je u Tablici 2.

Tablica 2. Pregled proračunskih modela primijenjenih za različite metode pojačanja

Tehnika pojačanja	**Tehnika numeričkog modeliranja**	**Softver / Konstitutivni model**	**Ključni postignuti rezultati**	**Ref.**
Mlazni beton	Mikromodeliranje	Abaqus / CDP (mort) i Mohr-Coulomb (opeka)	Povećanje posmične nosivosti za 92 % (čelična vlakna) i 87 % (PP vlakna); transformacija sloma	[10]
Mlazni beton	Makromodeliranje	SAP2000 / Homogeni elastični materijal	Povećanje prirodne frekvencije konstrukcije za više od 2 puta; značajno smanjenje horizontalnih pomaka	[11]
Mlazni beton	Mikromodeliranje	Abaqus / CDP	Povećanje nosivosti od 30 do 70 %	[12]
Mlazni beton	Mezomodeliranje	Abaqus / C3D8R kruti elementi	Povećanje duktilnosti 20 do 40 %	[13]
Ferocement	Makromodeliranje	Abaqus / CDP	Povećanje lateralne nosivosti cijele zgrade za 50%; odgađanje pojave prvih pukotina i stabilniji mehanizam sloma	[7]
Ferocement	Mikromodeliranje	Abaqus / CDP	Povećanje nosivosti: 7,71 puta; povećanje duktilnosti do 7 puta	[14]
Ferocement	Mikromodeliranje	DIANA / CSC	4.75 puta veća čvrstoća i 6.8 puta veća deformabilnost	[15]
Injektiranje	Mikromodeliranje	LUSAS / EPD	Uspješno vraćanje nosivosti na razinu neoštećenog zida; krutost ovisi o modulu elastičnosti primijenjenog morta	[16]
Središnja jezgra	Mikromodeliranje	Abaqus / CDP	Povećanje nosivosti sidrenjem središnjih jezgri do 210 %, omjer nosivosti pojačanih i nepojačanih zidova dosegao je 3,5	[9]
Središnja jezgra	Mezomodeliranje	COM3 / *Fixed smeared cracks*	Povećanje horizontalne nosivosti lukova za 161 %; povećanje rasipanja energije za 41 %	[17]

Razina modeliranja utječe na preciznost rezultata: makromodeli prikladni su za procjenu globalnog odziva, dok mikro- i mezomodeli omogućuju detaljniji prikaz pukotina, mehanizama sloma i međudjelovanja ziđa s pojačanjem, uz veću računalnu zahtjevnost. Posebno je važno pravilno modeliranje kontakta između ziđa i pojačanja jer veća detaljnost modela ne osigurava nužno veću točnost bez pouzdano definiranih svojstava materijala i međudjelovanja komponenti.

6 Zaključak

Pregled eksperimentalnih i proračunskih istraživanja pokazuje da se suvremenim proračunskim pristupima može pouzdano opisati ponašanje zidanih konstrukcija pojačanih različitim metodama protupotresnog pojačanja. Obrađeni modeli u pravilu dobro reproduciraju eksperimentalno utvrđeni odziv, uključujući početnu krutost, vršnu nosivost i razvoj karakterističnih mehanizama oštećenja. Primjena razmatranih metoda pojačanja pritom značajno doprinosi povećanju nosivosti, krutosti i duktilnosti ziđa te može dovesti do promjene krhkog posmičnog sloma u stabilniji savojni mehanizam ili kontroliranije raspucavanje. Izbor odgovarajućeg proračunskog pristupa ovisi prvenstveno o cilju proračuna i potrebnoj razini detaljnosti. Makromodeli prikladni su za procjenu globalnog odziva cijelih građevina uz manju računalnu zahtjevnost, dok mikro- i mezomodeli omogućuju detaljnije praćenje razvoja pukotina, lokalnih mehanizama oštećenja i međudjelovanja postojećeg ziđa i sustava pojačanja. Pokazalo se da veća razina detaljnosti modela sama po sebi ne osigurava nužno pouzdanije rezultate, već značajnu ulogu imaju izbor odgovarajućeg konstitutivnog modela, svojstva materijala te način opisivanja kontakta između pojedinih komponenti. Različiti proračunski pristupi stoga imaju specifične mogućnosti i ograničenja te nije moguće izdvojiti jedinstveni model prikladan za sve vrste zidanih konstrukcija i metoda pojačanja. Odabir modela treba temeljiti na pojavi koja se želi obraditi, raspoloživim podacima i prihvatljivoj računalnoj zahtjevnosti, uz odgovarajuću eksperimentalnu validaciju.
Unatoč postignutom napretku, proračunsko modeliranje pojačanih zidanih konstrukcija i dalje je metodološki fragmentirano, a pojedini modeli validirani su na ograničenom broju eksperimentalnih slučajeva. Buduća istraživanja trebala bi biti usmjerena prema standardizaciji proračunskih pristupa, široj eksperimentalnoj validaciji i razvoju modela za pouzdanu procjenu dugotrajnog ponašanja pojačanih konstrukcija. Time bi se omogućila pouzdanija procjena potresne otpornosti postojećih zidanih građevina.

Zahvale

Ovaj je rad izrađen u okviru projekta Europske unije u okviru programa NextGeneration IPOO: Integrirani pristup održivoj obnovi graditeljskog nasljeđa Slavonije i Baranje, oznake NPOO-581-UNIOS-74.
Ovo istraživanje provedeno je uz potporu Hrvatske zaklade za znanost (HRZZ) u okviru projekta DOK-NPOO-2023-10-2448, programa „Projekt razvoja karijera mladih istraživača – izobrazba novih doktora znanosti“.

Literatura

[1] P. B. Lourenço, „Masonry Structures, Overview“, u *Encyclopedia of Earthquake Engineering*, M. Beer, I. A. Kougioumtzoglou, E. Patelli, i I. S.-K. Au, Ur., Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014, str. 1–9. doi: 10.1007/978-3-642-36197-5_111-1.

[2] L. Dipasquale, L. Rovero, i F. Fratini, „Ancient stone masonry constructions“, u *Nonconventional and Vernacular Construction Materials*, Elsevier, 2020, str. 403–435. doi: 10.1016/B978-0-08-102704-2.00015-9.

[3] A. Almssad, A. Almusaed, i R. Z. Homod, „Masonry in the Context of Sustainable Buildings: A Review of the Brick Role in Architecture“, *Sustainability*, sv. 14, izd. 22, str. 14734, stu. 2022, doi: 10.3390/su142214734.
[4] P. B. Lourenço, „Computations on historic masonry structures“, *Progress Structural Eng Maths*, sv. 4, izd. 3, str. 301–319, srp. 2002, doi: 10.1002/pse.120.
[5] „Croatian earthquake causes significant damage“, temblor. Pristupljeno: 29. kolovoz 2026. [Na internetu]. Dostupno na: https://temblor.net/earthquake-insights/croatian-earthquake-causes-significant-damage-12281/
[6] S. Antoniou, „Shotcrete“, Seismosoft. Pristupljeno: 29. kolovoz 2026. [Na internetu]. Dostupno na: https://seismosoft.com/shotcrete/#
[7] A. Mukherjee i H. B. Kaushik, „Strengthening of unreinforced masonry buildings with ferrocement composite overlay: Material characterization and numerical study“, *Case Studies in Construction Materials*, sv. 22, str. e04177, srp. 2025, doi: 10.1016/j.cscm.2024.e04177.
[8] B. Sayin, B. Yildizlar, C. Akcay, i T. S. Bozkurt, „General Perspectives on Seismic Retrofitting of Historical Masonry Structures“, u *Failure Analysis and Prevention*, A. Ali, Ur., InTech, 2017. doi: 10.5772/intechopen.69439.
[9] E. M. Farahani, M. Yekrangnia, M. Rezaie, i R. Bento, „Seismic behavior of masonry walls retrofitted by centercore technique: A numerical study“, *Construction and Building Materials*, sv. 267, str. 120382, sij. 2021, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2020.120382.
[10] S. Dardaei, H. Shakib, M. K. Rezaei, i M. Mousavi, „Analytical and Experimental Seismic Evaluation of Confined Masonry Walls Retrofitted by Steel-Fiber and Polypropylene Shotcrete“, sv. 16, izd. 4, 2014.
[11] M. E. Karbaschi, A. Abbasi Dezfouli, i M. Yazdanian, „Investigating Efficiency of Shotcrete for Retrofitting Masonry Buildings“, *Journal of Rehabilitation in Civil Engineering*, 2017.
[12] A. Ghezelbash, K. Beyer, K. M. Dolatshahi, i M. Yekrangnia, „Shake table test of a masonry building retrofitted with shotcrete“, *Engineering Structures*, sv. 219, str. 110912, ruj. 2020, doi: 10.1016/j.engstruct.2020.110912.
[13] Z. Yaman *i sur.*, „Experimental Study and FEM Analysis on the Strengthening of Masonry Brick Walls Using Expanded Steel Plates and Shotcrete with and Without Glass Fiber Reinforcement“, *Buildings*, sv. 15, izd. 15, str. 2781, kol. 2025, doi: 10.3390/buildings15152781.
[14] A. B. Habieb, M. R. Hidayat, W. Sutrisno, N. Kandymov, i G. Milani, „Effectiveness of Different Configurations of Ferrocement Retrofitting for Seismic Protection of Confined Masonry: A Numerical Study“, *Civ Eng J*, sv. 10, izd. 9, str. 2781–2803, ruj. 2024, doi: 10.28991/CEJ-2024-010-09-02.
[15] E. Mustafaraj, M. Corradi, Y. Yardim, E. Luga, i M. Y. Codur, „Ferrocement, Carbon, and Polypropylene Fibers for Strengthening Masonry Shear Walls“, *Materials*, sv. 16, izd. 13, str. 4597, lip. 2023, doi: 10.3390/ma16134597.
[16] B. Doran, N. Yuzer, S. Aktan, D. Oktay, i S. Ulukaya, „Numerical Modeling of Traditional Masonry Walls Strengthened with Grout Injection“, *International Journal of Architectural Heritage*, sv. 14, izd. 10, str. 1517–1532, stu. 2020, doi: 10.1080/15583058.2019.1618970.
[17] M. Nikooravesh, M. Soltani, i E. Mohammadi, „Seismic Retrofitting of Persian Arched Walls by Centercore Method: Experimental and Numerical Investigation“, *International Journal of Architectural Heritage*, sv. 17, izd. 3, str. 450–471, ožu. 2023, doi: 10.1080/15583058.2021.1933261.

Primjena kontroliranog kaosa u sustavima s kvadratno singularno poziciono ovisnom masom za prigušivanje vibracija

Rakarić, Z.[1]

Sažetak
U ovom radu razmatra se nelinearna dinamika jednofrekventnog uzbunjivanog sustava s jednim stupnjem slobode gibanja (SDOF) i kvadratno singularno ovisnom masom o položaju (QSPDM). Ovo istraživanje predstavlja izravan nastavak nedavno objavljenih rezultata autora, u kojima je razmatran sustav s inverznom proprcionalnom ovisnošću mase o općenitoj koordinati (SDPM) te je po prvi puta u takvom modelu dokazano postojanje fenomena kaotičnih mjehura. Sadašnje istraživanje proširuje tu ideju na značajno složeniji kvadratno singularni sustav sa residualnom masom koji otvara izravne mogućnosti za praktičnu inženjersku primjenu. Nasuprot tradicionalnom inženjerskom pristupu koji kaos tretira kao nepoželjnu pojavu, ovdje se predlaže primjena kontroliranog haosa unutar tzv. „kaotičnog mjehura“ kao mehanizma za prigušenje vibracija, gdje sustav djeluje poput nelinearnog ponora energije (NES). Izveden je fizikalni ekvivalent sustava preko gibanja mase duž rotirane logaritamske krivulje. Zbog prisutnosti singulariteta, primjenjena je prostorno-vremenska regularizacija kako bi se stvorili preduvjeti za egzaktno analitičko razmatranje, kao što su točna jednadžba separatrise i vremena perioda, te uspješnu primjenu Melnikovljeve metode na ovako visoko ne-linearan i ne-Hamiltonijanski sustav. Numerička verifikacija i integracija jednadžbi gibanja provedeni su u programskom paketu Wolfram Mathematica. Rezultati pokazuju izuzetno poklapanje analitičkih granica sa numeričkim bifurkacijskim dijagramima, te jasno mapiraju globalnu topologiju kaotičnog mjehura u 3D prostoru fizikalnih varijabli. Time se uspostavlja potpuno novi pristup u metodologiji projektiranja pametnih metastruktura, prema kojem kontrolirani deterministički kaos postaje primarni cilj i projektantski alat za razvoj naprednih periodičnih metamaterijala s ekstremnim kapacitetom prigušenja.

Ključne riječi: Kontrolirani kaos, kaotični mjehur, Melnikovljeva metoda, Nelinearni ponor energije

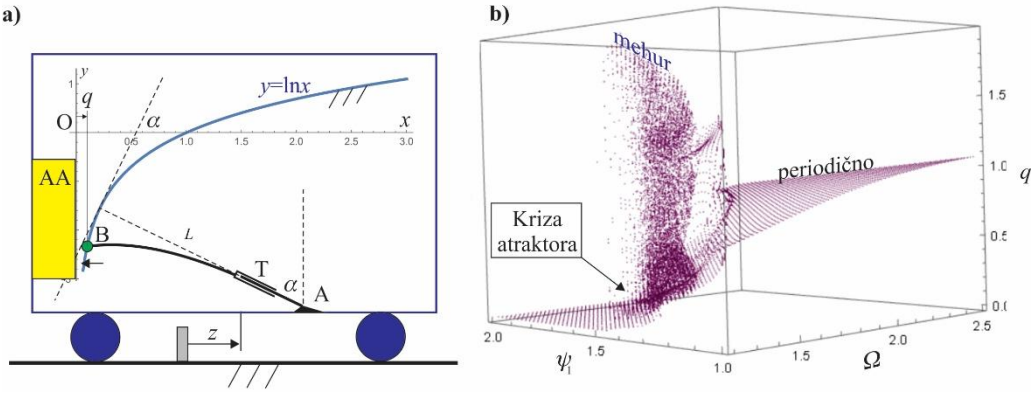
[1] **Prof dr. sc. Zvonko Rakarić, redovni profesor**, Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Departman za tehničku mehaniku, Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad, e-mail: zvonko@uns.ac.rs

1 Uvod

U inženjerskoj praksi nelinearni dinamički sustavi s promjenjivom masom postaju sve značajniji, posebno u kontekstu naprednih mehaničkih metamaterijala i metastruktura. Koncept mase ovisne o položaju (engl. Position-Dependent Mass - PDM) povijesno je razmatran unutar kvantne mehanike (npr. fizika poluvodiča, crne rupe). Međutim, nelinearni inercijalni efekti koje ovi sustavi generiraju nude izuzetan potencijal za rješavanje visokostručnih inženjerskih problema, poput kontrole vibracija i disipacije energije. Tradicionalno se pojava kaosa u strojarstvu i građevinarstvu smatra nepoželjnom i katastrofalnom. Ovaj rad predlaže promjenu paradigme: primjenu kontroliranog kaosa unutar tzv. "kaotičnog mjehura" kao mehanizma za prigušivanje vibracija. Koristeći jednofrekventnu periodičnu pobudu, nelinearni inercijalni član apsorbuje energiju primarnih vibracija sustava i prigušuje je kroz visoko disipativne kaotične atraktore, djelujući poput naprednog, inercijalnog nelinearnog ponora energije (engl. Nonlinear Energy Sink - NES) [2].

1 Mehanički i matematički model

Fizikalni ekvivalent razmatranog nelinearnog oscilatora prikazan je na Slici 1. Sustav se sastoji od kolica koja se gibaju horizontalno pod utjecajem vanjske periodične pobude. Unutar kolica fiksirana je nelinearna staza definirana logaritamskom krivuljom. Prigušna masa m (točka B) primorana je kliziti duž navedene krivulje, pri čemu je vođena lakom teleskopskom T polugom duljine L koja je zglobno vezana u bazi (točka A).



Slika 1. a) Fizikalni model; b) 3D bifurkacioni dijagram od ψ_1 i Ω.

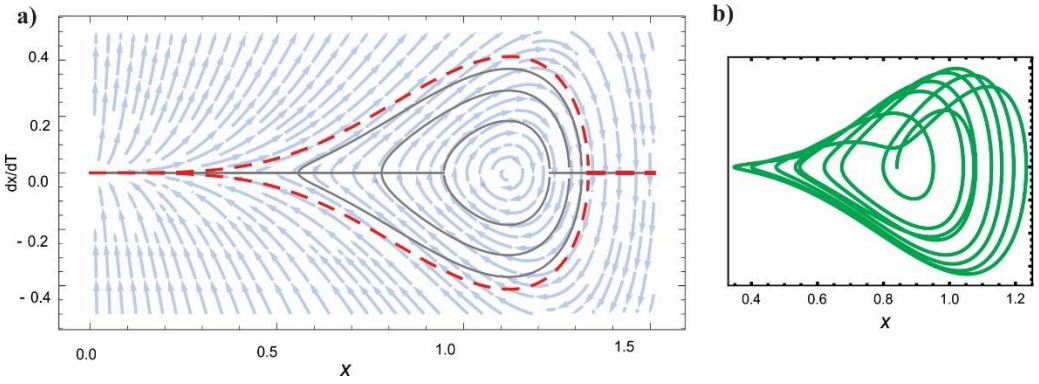
U ovom radu razmatra se SDOF režim gibanja u kojemu je teleskopski mehanizam potpuno otključan i slobodan, čime se eliminira geometrijsko zaključavanje sustava i sustav sa 2DOF. Položaj mase jednoznačno je određen općom koordinatom $q = x$. Aktivni element AA pozicioniran na osi singulariteta ($x = 0$) generira kontroliranu nelinearnu silu u obliku kombinacije konstantnog odbijanja od kritične osi (ψ_0) i linearne povratne komponente (kq). Uslijed takve geometrije, gibanje kolica stvara dinamičku spregu i nelinearne centrifugalne efekte, generirajući inercijalni član s egzaktnim kvadratnim singularitetom. Jednažba gibanja glasi:

$$\left(\left(\frac{M_0}{q^2}\right)+R_0\right)q''-\frac{M_0}{q^3}(q')^2+cq'+kq=\psi_0+\psi_1\cos(\Omega t), \tag{1}$$

gdje su M_0, R_0, c, k const. dok $(\,)'$ označava derivaciju po vremenu t. Veličina ψ_1 označava amplitudu vanjske periodične pobude s kružnom frekvencijom Ω.

2 Nužnost prostorno-vremenske regularizacije i transformacije sustava

Analitičko razmatranje polazne jednadžbe gibanja datoj izrazom (1) suočava se s fundamentalnim matematičkim i računarskim preprekama u okolini kritične točke $q \to 0$. Prisutnost kvadratnog singulariteta u inercijalnom članu uzrokuje divergenciju i onemogućavanje izravne primjene klasičnih perturbacionih metoda nelinearne mehanike (poput Melnikovljeve metode). Nadalje, numerička integracija u izvornom koordinatnom sustavu pati od ekstremne nestabilnosti i akumulacije pogrešaka pri svakom približavanju mase osi singulariteta. Zbog navedenih razloga, sustav je bilo nužno podvrgnuti sustavnoj prostorno-vremenskoj regularizaciji s ciljem eliminacije singularnih članova. Ovim sekvencijalnim transformacijama polazni singularni fizikalni model je preveden u regularan, bezdimenzijski sustav kojeg karakteriziraju glatke nelinearnosti višeg reda (polinomi tipa x^5, x^7, x^{10}). Na taj su način uklonjene numeričke singularnosti i stvoreni rigorozni matematički preduvjeti za egzaktno analitičko određivanje neortogonalnih separatrisa i uspješno provođenje Melnikovljeve integracije.



Slika 2. a) Fazna ravnina konzervativnog sustava; b) Fazna trajektorija kaotičnog mjehura

Na Slici 2 a) je prikazan grafikon analitički određene separatrise za konzervativni sistem kao i vektorsko polje. Ovo je homoklinička orbita koja polazi i vraća se u singularnu točku (0,0) koja predstavlja u ovom slučaju degenerirano sedlo. Uočava se karakteristični oblik „suze“. Njen značaj je u definiranju vanjskih granica, “kaveza“ za fazne trajektorije (vidi Sliku 2 b) kaotičnih mjehurova za nekonzervativni slučaj uslijed prisutnosti prigušenja i spoljašnje vremenski promjenjive pobude.

3 Dokaz kaotičnog mjehura i primjena Melnikovljeve metoda za procjenu granice

Za analitičku procjenu granice stabilnosti i pojave globalnog kaosa primijenjen je Melnikovljev kriterij prvog reda na transformirani bezdimenzijski sustav. Na slici 2 (b) prikazana je idealna separatrisa u obliku suze (crvena isprekidana linija) koja formira dinamički kavez za kaotični atraktor (zelena linija). Aproksimacija prvog reda daje izuzetno preciznu procjenu boundary crisis-a (granične krize). Kada kaotična orbita dotakne separatrisu, kavez se otvara, uzrokujući kolaps atraktora i pad sustava u stabilno stanje mirovanja (nulu), što je dokumentirano na Slici 1 (b) gdje se jasno uočava kriza atraktora, odnosno nagli nestanak haosa i pad amplitude na nulu.

4 Zaključak i buduća istraživanja

U ovom radu je predstavljen klasični inženjerski ekvivalent QSPDM sustava preko gibanja mase duž logaritamske krivulje. Predloženim postupkom prostorno-vremenske regularizacije u potpunosti je uklonjen problem singulariteta, čime je omogućen stabilan i točan proračun u programskom paketu Wolfram Mathematica.

Glavni zaključci rada su:

- Melnikovljeva metoda prvog reda pokazuje izuzetnu preciznost u predikciji granica kaotičnog mjehura kod sustava s kvadratno ovisnom masom o položaju.
- Deterministički kaos unutar QSPDM ćelije može se uspješno iskoristiti kao alat za kontrolirano prigušivanje vibracija kroz mehanizam nelinearnog ponora energije.
- 3D bifurkacijski dijagram u fizikalnim varijablama omogućuje izravnu inženjersku primjenu i projektiranje parametara prigušivača.

Budući istraživački rad bit će usmjeren na povezivanje više ovakvih pojedinačnih SDOF ćelija u periodične lance i metastrukture (napredne metamaterijale) s ciljem apsorpcije udarnih i harmonijskih opterećenja u širokom frekvencijskom opsegu.

Zahvale

Ovo istraživanje podržalo je Ministarstvo znanosti, tehnološkog razvoja i inovacija (Ugovor br. 451-03-34/2026-03/200156) i Fakultet tehničkih nauka Sveučilišta u Novom Sadu kroz projekt 'Znanstveno-istraživački i umjetničko-istraživački rad istraživača u nastavnim i suradničkim zvanjima na Fakultetu tehničkih nauka Sveučilišta u Novom Sadu 2026.' (br. 01-3609/1)..

Literatura

[1] Rakaric, Z. i Cveticanin, L.; Exact solutions of a nonhomogeneous singular nonlinear oscillator: Regime transition, critical excitation and singularity-induced chaos; Chaos, Solitons & Fractals; 2026; 212;
[2] Lyu N., Sun H, Chen J., Nonlinear vibration suppression of elastically restrained GPL-reinforced porous nanocomposite beams using an inertial nonlinear energy sink, Engineering Structures, 2026; 366, C

Vrtložni trag cilindra u turbulentnom graničnom sloju

Rešetar, M.[1], Tachie, M. S.[2], Lozier, M.[3], Marušić, I.[4] i Kozmar, H.[5]

Sažetak

U radu se istražuje dinamika vrtložnog traga horizontalnih cilindara smještenih u turbulentni granični sloj pri strujanju s visokim Reynoldsovim brojem definiranim brzinom trenja, koji iznosi $Re_\tau \approx 3000$. Eksperimentima je ispitano devet postava, pri čemu su korištena tri cilindra različitih promjera postavljena na tri različita položaja unutar graničnog sloja. Svaki postav se sastoji od jednog cilindra izloženog poprečnom nastrujavanju zraka. Cilj istraživanja je analiza utjecaja promjera cilindra i njegove udaljenosti od stijenke na razvoj vrtložnog traga. Za određivanje vremenski razlučenih statističkih veličina strujanja zraka je korištena metoda užarene žice, dok je za prostorno razlučivanje strujanja u području nizvodno od cilindra primijenjena metoda mjerenja brzine čestica (PIV). Rezultati pokazuju da dinamika vrtložnog traga značajno ovisi o promjeru cilindra i njegovoj udaljenosti od stijenke. Ostvareni rezultati pridonose razumijevanju međudjelovanja vrtložnog traga i turbulentnih vrtloga u strujanju uz stijenku. Bitni su za predviđanje aerodinamičkih opterećenja, vibracija i zamora materijala u inženjerskim primjenama.

Ključne riječi: cilindar, turbulentni granični sloj, vrtložni trag, zračni tunel

[1] **Marija Rešetar, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: marija.resetar@fsb.unizg.hr
[2] **Mark Sedem Tachie, mag. ing. mech.**, The University of Melbourne, Faculty of Engineering and Information Techology, Department of Mechanical Engineering, Parkville, VIC 3010, Melbourne, Australia, e-mail: mark.tachie@student.unimelb.edu.au
[3] **Dr. sc. Mitchell Lozier**, The University of Melbourne, Faculty of Engineering and Information Techology, Department of Mechanical Engineering, Parkville, VIC 3010, Melbourne, Australia, e-mail: mitchell.lozier@unimelb.edu.au
[4] **Prof. dr. sc. Ivan Marušić**, The University of Melbourne, Faculty of Engineering and Information Techology, Department of Mechanical Engineering, Parkville, VIC 3010, Melbourne, Australia, e-mail: imarusic@unimelb.edu.au
[5] **Prof. dr. sc. dr. rer. nat. Hrvoje Kozmar**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za mehaniku fluida, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: hrvoje.kozmar@fsb.unizg.hr

1 Uvod

Strujanje fluida oko cilindra je klasičan problem mehanike fluida. U laminarnom strujanju nizvodno od cilindra dolazi do jasno definiranog vrtložnog odvajanja [1]. S druge strane, kada je cilindar smješten u turbulentnom graničnom sloju, dinamika vrtložnog traga ovisi o turbulentnim značajkama nastrujavanja, odnosno o položaju cilindra u odnosu na stijenku. Prethodna istraživanja su uglavnom obuhvaćala niske do umjerene vrijednosti Reynoldsova broja definiranog brzinom trenja (Re_τ) [2,3], dok eksperimentalni podaci pri visokim vrijednostima Re_τ još uvijek nisu u potpunosti dostupni.

U ovom se radu eksperimentalno istražuje strujanje nizvodno od horizontalnih cilindara smještenih u turbulentni granični sloj pri vrijednosti $Re_\tau \approx 3000$. Ispituje se utjecaj udaljenosti cilindra od stijenke i promjera cilindra na značajke vrtložnog traga.

2 Eksperimentalne metode

Eksperimenti su provedeni u zračnom tunelu na Sveučilištu u Melbourne-u, Australija. Ispitano je devet postava koji su obuhvatili tri udaljenosti cilindra od stijenke u graničnom sloju (z/δ = 0,15, 0,36 i 0,58) i tri promjera cilindra (D/δ = 0,095, 0,064 i 0,045), gdje je δ debljina graničnog sloja i iznosi δ = 50 mm. U svim je eksperimentima Reynoldsov broj definiran brzinom trenja iznosio približno 3000 i računa se kao $Re_\tau = u_\tau\delta/\nu$, gdje je u_τ brzina trenja. Reynoldsov broj temeljen na lokalnoj srednjoj brzini strujanja u visini osi cilindra i promjeru cilindra, definiran kao $Re_D = UD/\nu$, je u rasponu od 2700 do 6800.

Eksperimenti su provedeni metodom užarene žice za mjerenje pulsacija brzine 1,5δ nizvodno od cilindra pri frekvenciji uzorkovanja od 50 kHz, u nizu točaka okomito na stijenku. Prostorno razlučene statističke veličine su određene metodom mjerenja brzine čestica (PIV), u mjernom području do 4δ nizvodno od cilindra, i do 2δ u smjeru okomitom na stijenku.

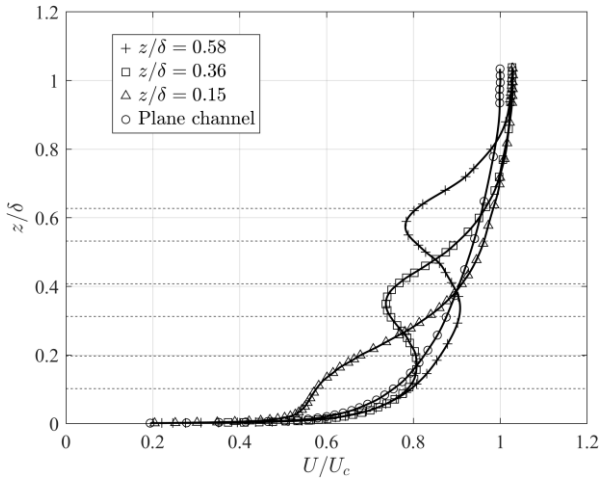
3 Rezultati

Početni rezultati mjerenja užarenom žicom su prikazani slikama 1 i 2. Za najveći ispitani promjer cilindra (D/δ = 0,095) su prikazani normirani profili osrednjene brzine u smjeru strujanja (slika 1.), i normirani profili intenziteta turbulencije (slika 2.), za sva tri položaja cilindra u graničnom sloju. Normiranje je provedeno brzinom neporemećenog strujanja na visini jednakoj debljini graničnog sloja, koja iznosi U_c = 23,38 m/s. Isprekidane horizontalne linije označavaju gornji i donji rub cilindra za svaki položaj cilindra. Rezultati ostalih postava radi preglednosti nisu prikazani, pri čemu su sukladni rezultatima prikazanim na slikama 1 i 2.

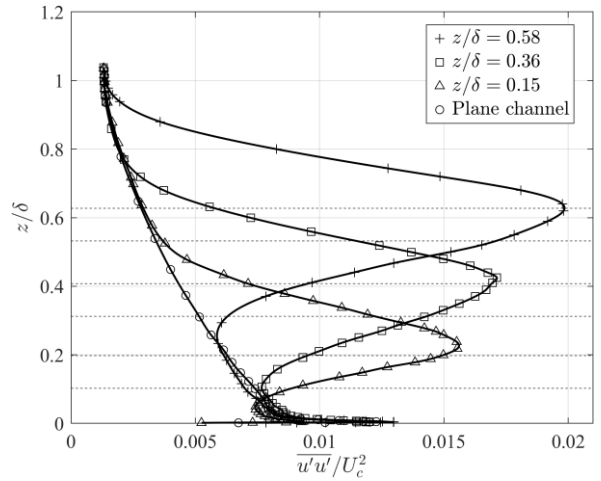
Profili osrednjene brzine u smjeru strujanja pokazuju da se s približavanjem cilindra stijenci povećava vertikalna razvijenost vrtložnog traga, dok se s povećanjem udaljenosti cilindra od stijenke trag sužava. Navedene činjenice upućuju na značajan utjecaj lokalnih turbulentnih značajki na razvoj traga i raspodjelu količine gibanja u smjeru okomitom na stijenku.

Profili intenziteta turbulencije u smjeru strujanja ukazuju na izraženo povećanje u vanjskom dijelu sloja, koje nije prisutno u neporemećenom strujanju bez cilindra. Položaj i amplituda tog maksimuma ovise o promjeru cilindra i njegovoj udaljenosti od stijenke. Povećanje promjera cilindra uzrokuje veći vršni intenzitet turbulencije.

Ostvareni rezultati pokazuju da razvoj vrtložnog traga kod cilindra smještenog u turbulentni granični sloj odstupa od značajki uobičajenih za laminarno strujanje. Vrtložni trag i raspodjela turbulencije su posljedica međudjelovanja nadolazećih turbulentnih vrtloga s cilindrima različitih promjera.



Slika 1. Normirani profili osrednjene brzine u smjeru strujanja zraka za promjer cilindra D/δ = 0,095 i tri položaja cilindra u graničnom sloju (z/δ = 0,15, 0,36 i 0,58) u odnosu na neporemećeno strujanje bez cilindra



Slika 2. Normirani profili intenziteta turbulencije u smjeru strujanja zraka za promjer cilindra D/δ = 0,095 i tri položaja cilindra u graničnom sloju (z/δ = 0,15, 0,36 i 0,58) u odnosu na neporemećeno strujanje bez cilindra

4 Zaključak

Ovim se istraživanjem proširuju prethodna saznanja ostvarena pri niskim do umjerenim vrijednostima Re_τ s obzirom na to da su eksperimentalni podaci o vrtložnim tragovima nizvodno od cilindara smještenih u turbulentni granični sloj u ovom radu dobiveni pri $Re_\tau \approx 3000$. Rezultati pokazuju da dinamika vrtložnog traga uvelike ovisi o položaju cilindra u graničnom sloju i promjeru cilindra. Daljnja analiza će omogućiti detaljnije razjašnjenje fizikalnih pojava koje utječu na značajke vrtložnog traga. Ostvareni rezultati doprinose razumijevanju međudjelovanja vrtložnog traga i turbulentnih vrtloga u strujanjima uz stijenku i također predstavljaju vrijedan skup podataka za potvrdu budućih računalnih simulacija.

Zahvale

Ovaj rad je financirala Hrvatska zaklada za znanost projektom HRZZ-IP-2022-10-9434. Ovaj rad je financiran sredstvima Europske unije (NextGenerationEU) u sklopu Nacionalnog plana oporavka i otpornosti 2021. – 2026. (NPOO), kroz institucionalni projekt Sveučilišta u Zagrebu Fakulteta strojarstva i brodogradnje „Aerodinamika konstrukcija“, odobrenog od Ministarstva znanosti, obrazovanja i mladih (komponenta C3.2., izvor 581).

Literatura

[1] Williamson, C.; Vortex Dynamics in the Cylinder Wake; Annual Review of Fluid Mechanics; 1996.; 28; 447-539.
[2] Bearman, P. W.; Flow around a circular cylinder near a plane boundary; Journal of Fluid Mechanics; 1978.; 89; 33-47.
[3] Ouro, P., Muhawenimana, V. i Wilson, C. A. M. E.; Asymmetric wake of a horizontal cylinder in close proximity to a solid boundary for Reynolds numbers in the subcritical turbulence regime; Physical Review Fluids; 2019.; 4; 104604.

Numeričko modeliranje postupka valjanja čepa unutar cijevi parogeneratora

Šarlija, L.[1], Lesičar, T.[2]

Sažetak
Tijekom remonta nuklearne elektrane, primjenom specijaliziranih robotskih sustava i korištenjem različitih nerazornih metoda ispitivanja, utvrđuje se stanje i razina degradacije komponenti. Uslijed izloženosti komponenti visokim tlakovima, visokoj temperaturi i izrazito agresivnoj radioaktivnoj vodi dolazi do njihove degradacije. Cijevi parogeneratora predstavljaju kritičnu komponentu nuklearne elektrane iz razloga što čine barijeru između primarnog kruga u kojem se nalazi radioaktivna voda i sekundarnog kruga u kojem je čista voda. Oštećenjem i puknućem cijevi parogeneratora došlo bi do curenja radioaktivne vode u čistu vodu sekundarnog kruga te dalje u okoliš, što bi izazvalo ozbiljan radiološki rizik za okoliš. Kako bi se izbjegli takvi incidenti, nakon utvrđivanja oštećenja na cijevima parogeneratora iznad dozvoljenog praga, u cijevi parogeneratora se ugrađuju specijalni čepovi, kako bi se one isključile iz rada i kako bi se spriječila daljnja degradacija cijevi uslijed izloženosti radioaktivnoj vodi iz primarnog kruga. U radu je prikazano 3D numeričko modeliranje procesa ugradnje valjanog čepa u cijev parogeneratora, koji služi kao osnova za optimizaciju postojećeg dizajna valjanog čepa.

Ključne riječi: Cijevi parogeneratora, valjani čep, numeričko modeliranje

[1] **Luka Šarlija, mag. ing. mech.**, INETEC – Institut za nuklearnu tehnologiju, Dolenica 28, 10255 Donji Stupnik, e-mail: luka.sarlija@inetec.hr
[2] **Izv. prof. dr. sc. Tomislav Lesičar,** Fakultet strojarstva i brodogradnje, Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: tomislav.lesicar@fsb.unizg.hr

1 Uvod

Nuklearna elektrana se sastoji od primarnog i sekundarnog kruga, gdje se u primarnom krugu odvija nuklearna fisija u jezgri reaktora. Unutar primarnog kruga se nalazi radioaktivna voda koja preko cijevi parogeneratora, koji čine barijeru između primarnog i sekundarnog kruga prenose toplinu na čistu vodu koja se nalazi u sekundarnom krugu.

Cijevi parogeneratora predstavljaju kritičnu komponentu unutar nuklearne elektrane iz razloga što tvore barijeru između primarnog i sekundarnog kruga. Oštećenje ili puknuće cijevi parogeneratora prouzrokovalo bi izlijevanje radioaktivne vode iz primarnog kruga u sekundarni te dalje u okoliš. Stanje cijevi parogeneratora se provjerava metodom vrtložnih struja uz pomoć specijalnih robotskih sustava i sondi zbog izrazito visoke radijacije. Temeljem prikupljenih i analiziranih rezultata određuje se potreba za korektivnom radnjom, koja u ovom slučaju predstavlja čepljenje oštećenih cijevi i isključenje iz rada.

Čepljenje cijevi parogeneratora se može provesti korištenjem zavarenih, mehaničkih ili valjanih čepova, kod kojih valjani čepovi imaju prednosti u odnosu na preostala dva tipa i samim time su pogodniji za korištenje. Ugradnja valjanih čepova se provodi kompleksnim postupkom valjanja, gdje se uz pomoć valjaka koji se rotiraju i radijalno šire [1], stvara brtveni spoj između čepa i cijevi.

Postupkom valjanja se stijenka čepa širi, deformira i stanjuje, te se stvara kontaktni pritisak između čepa i cijevi koji rezultira stvaranjem brtvenog spoja koji isključuje cijev iz rada i onemogućuje prolazak radioaktivne vode u cijev i sprječava moguće curenje.

Postupak valjanja je kompleksan i ukoliko se koriste neadekvatni parametri valjanja, postoji mogućnost ispadanja valjanog čepa zbog malog radijalnog širenja i nedovoljnog kontaktnog pritiska, pogotovo pri visokom tlaku i temperaturi koji prevladavaju u primarnom krugu nuklearne elektrane. S druge strane ukoliko su parametri valjanja iznad dozvoljenih vrijednosti, može doći do prevelikih naprezanja čepa u području valjanja što dovodi do oštećenja i potencijalnog pucanja čepa te oštećenja cijevi parogeneratora kao i same cijevne stijene, što bi dodatno narušilo strukturalni integritet nuklearne elektrane.

Prilikom procesa razvoja i definiranja parametara ugradnje valjanih čepova, kritičnu stavku predstavlja numeričko modeliranje postupka valjanja i utjecaj parametara ugradnje na raspodjelu naprezanja i stvaranje kontakta između čepa i cijevi [2]. Numeričkom analizom postupka valjanja u programskom paketu ABAQUS se drastično ubrza postupak razvoja valjanog čepa i ostvari se značajna ušteda vremena i financijskih sredstava u odnosu na eksperimentalna ispitivanja. Korištenjem naprednih metoda kao što su metoda faznog polja uz numeričku simulaciju postupka valjanja, može se odrediti direktan utjecaj parametara ugradnje čepa na pojavu oštećenja u stijenci čepa, koja ukoliko bi nastala bi imala direktan utjecaj na životni vijek čepa.

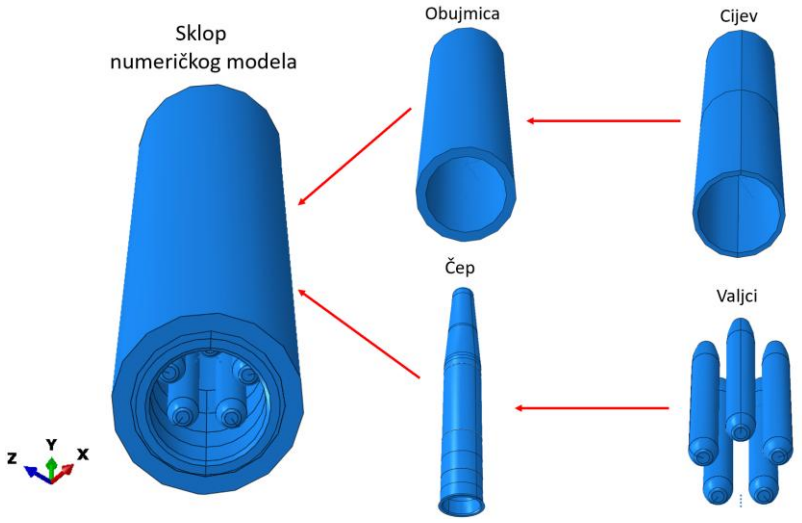


Slika 4. Prikaz alata i procesa valjanja

2 Numerička 3D simulacija ugradnje valjanog čepa

Ugradnja valjanog čepa se provodi korištenjem rolera s 5 valjaka. Valjci mijenjaju radijus po kojem rotiraju aksijalnim pomakom mandrela, metalnom konusnom šipkom koja klizi po valjcima i udaljava ih u radijalnom smjeru. Rotacija alata dovodi do jednolikog radijalnog širenja čepa. Simulacija se sastoji ukupno od 8 komponenti, u koje je uključeno 5 valjaka, valjani čep, cijev i obujmica, gdje obujmica predstavlja cijevnu stijenu parogeneratora.

Razvoj numeričkog modela temelji se na provedenim eksperimentalnim ispitivanjima, kojima se za definirani moment ugradnje valjanog čepa u cijevi unutarnjeg promjera 17,15 mm postiže određena radijalna ekspanzija. Ona služi za usporedbu numeričkih simulacija i eksperimentalnih mjerenja te određivanja točnosti same simulacije koja dalje služi za razvoj valjanog čepa.



Slika 5. Sklop numeričkog modela

Zbog izrazite kompleksnosti alat je pojednostavljen, s time da je kinematika rolera ostala nepromijenjena u svrhu skraćenja vremena simulacije, uz zadržavanje točnosti samog postupka valjanja. Kontakt valjaka i mandrela je zamijenjen radijalnim širenjem valjaka i njihovom rotacijom oko središnje osi. Za modeliranje kinematike valjak korištena je značajka konektora, dostupna u programskom paketu Abaqus. Konektori u ovom slučaju služe za spajanje svakog pojedinog valjka s referentnom točkom kojoj se dodaju rubni uvjeti.

Valjani čep i cijev su izrađeni od čelika Inconel 690 TT, standardnog materijala u parogeneratorima nuklearnih elektrana. Svojstva Inconela 690 TT dobivena su provedbom vlačnog testa na temperaturama 20°C (temperatura prilikom ugradnje valjanog čepa u cijev parogeneratora) i na temperaturi 350°C (operativna temperatura u primarnomm krugu nuklearne elektrane). Za materijal SA508-III od kojeg je izrađena obujmica, materijalna svojstva su preuzeta iz dostupne literature. Parametri konstitutivnog ponašanja Inconela 690 TT i SA508-III se nalaze u tablici 1.

Tablica 3. Parametri konstitutivnog ponašanja materijala

Materijal	Modul elastičnosti [GPa]	Granica elastičnosti [MPa]	Vlačna čvrstoća [MPa]	Poissonov faktor
Inconel 690 TT	220	336	1252	0,3
SA508-III	205	426	882	0,3

Valjci su u simulaciji modelirani kao kruta tijela. Osim smanjenja broja konačnih elemenata i bolje stabilnosti kontakta valjka i čepa koja utječe direktno na točnost i brzinu dobivanja rezultata, sami valjci su u stvarnom slučaju toplinski obrađeni i daleko tvrđi od čepa, cijevi i obujmice te se ne deformiraju.

Za diskretizaciju cijelog modela korišteno je 36198 konačnih elemenata C3D8, koji su pogodni za korištenje kod kontaktnih problema. Osim toga, diskretizacija ovim konačnim elementima stvara model pogodan za daljnje korištenje u metodi faznog polja za određivanje oštećenja.

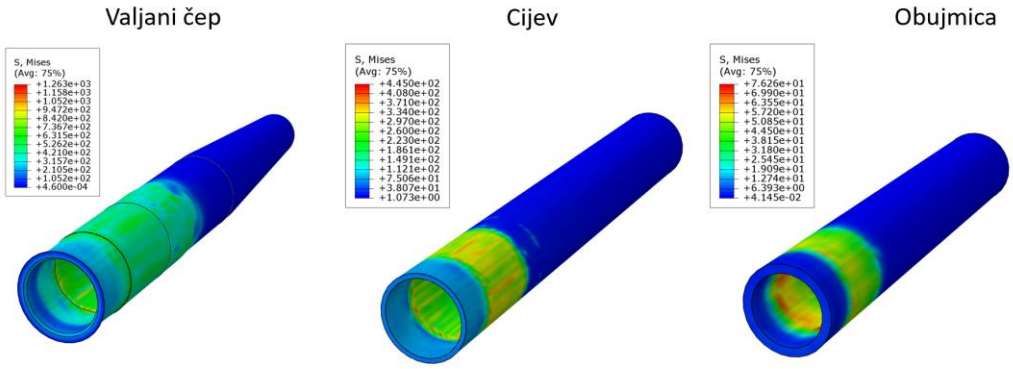
Na prstenastom dijelu čepa je nanesen specijalni premaz (coating). Stoga su korištena dva različita faktora trenja dobivena eksperimentalnim mjerenjima. Faktor trenja između valjanog čepa i cijevi je 0,177, dok faktor trenja između premaza na čepu i cijevi je 0,209. Za faktor trenja između cijevi i obujmice je stavljen faktor trenja 0,177. Faktor trenja između valjaka i čepa je minimalan i iznosi 0,01, pošto je na unutrašnjoj površini čepa posebno mazivo. Dodatno, valjci rotiraju oko svoje osi te je trenje minimalno između valjaka i čepa.



Slika 6. Prikaz područja valjanja i pozicije premaza na čepu

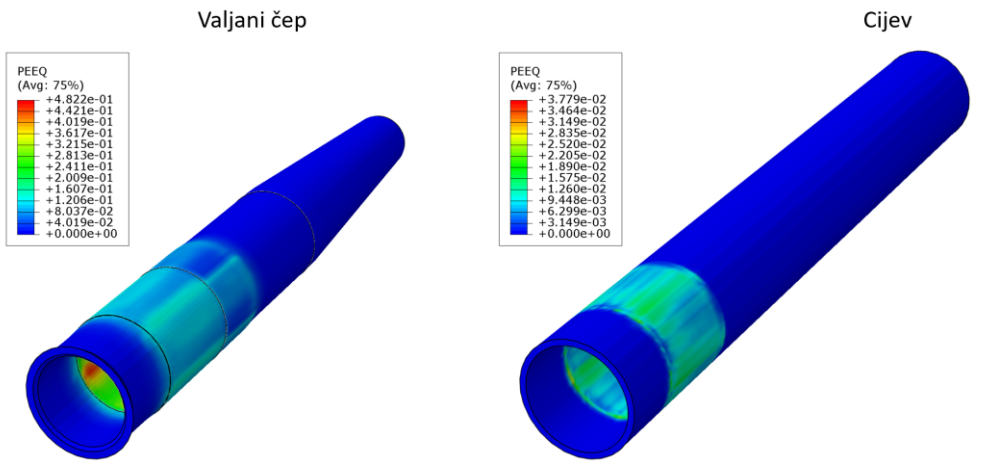
U numeričkom modelu kontakt između valjaka – čepa, čepa – cijevi, cijevi – obujmica je surface-to-surface kontakt, te je korištena „finite sliding“ formulacija klizanja. Numerički model se sastoji od 2 koraka, prvi korak je sama ugradnja valjanog čepa dok je drugi korak relaksacija valjanog čepa nakon ugradnje, gdje se javlja elastični povrat materijala i ovo je stanje u kojem čep ostaje u cijevi parogeneratora nakon ugradnje. Obujmici su spriječeni svi pomaci, cijevi je spriječeno gibanje u smjeru osi *Y* (aksijalna os), kao i rotacija oko same osi *Y*. Čepu je spriječen pomak po osi *Y* (alat za ugradnju i dizajn čepa spriječavaju pomak). Osim toga, čep je preko referentne točne vezan konektorom kojem je zadan granični moment rotacije. Razlog leži u tome što čep rotira prilikom stvarne ugradnje, dok se ne postigne određeni kontaktni pritisak koji spriječava daljnju rotaciju.

Referentnoj točki koja povezuje valjke dodana je rotacija od 7,5 radijana koja je definirana kao prihvatljiva za realnu simulaciju ugradnje temeljem iskustva s ugradnjom čepa tijekom eksperimentalnih ispitivanja. Na konektore koji povezuju valjke i referentnu točku s kojom su vezani dodan je radijalni pomak temeljem eksperimentalnih ispitivanja. Za postizanje konvergencije dodana je smooth amplituda, kojom se radijalni pomak, kao i rotacija valjaka postepeno povećavaju i omogućuju postizanje konvergencije. Numeričkim modelom za isti moment ugradnje valjanog čepa u odnosu na eksperimentalna testiranja postignuto je odstupanje u radijalnoj ekspanzija čepa od 3,4%. Ovo odstupanje je prihvatljivo za daljnji razvoj valjanog čepa i služi kao validacija valjanosti postavljenog numeričkog modela. U nastavku su prikazana naprezanja na valjanom čepu, cijevi i obujmici, s time da je cilj da se prilikom stvaranja brtvenog spoja između valjanog čepa i cijevi što manje naprezanja prenosi na cijev i obujmicu.



Slika 7. Raspodjela naprezanja na valjanom čepu, cijevi i obujmici

Osim ugradnje valjanog čepa, koji mora postići zadovoljavajući brtveni spoj koji mora izdržati visoke tlakove i temperature, jedan od zahtjeva je da se prilikom ugradnje valjanog čepa što manje naprezanja prenese na cijev te pogotovo obujmicu. Kod obujmice ne smije doći do velikih naprezanja i plastične deformacije te koncentracije naprezanja, koja bi dovela do potencijalnog iniciranja oštećenja cijevne stijene parogeneratora. Na čepu se očekuje velika plastična deformacija, osobito na unutarnjem promjeru cijevi. Također, na cijevi je za očekivati određenu plastičnu deformaciju na području kontakta s valjanim čepom, što je i vidljivo na prikazu kod slike 5. te je prihvatljivo prilikom definiranja parametara ugradnje valjanog čepa.



Slika 8. Raspodjela ekvivalentne plastične deformacije na valjanom čepu i cijevi

3 Zaključak

U radu je opisano 3D modeliranje ugradnje valjanog čepa u cijev parogeneratora postupkom valjanja. Usporedba numeričkih rezultata i eksperimentalnih mjerenja je pokazala zadovoljavajuće poklapanje. Stoga, prikazani numerički model je pogodan za daljnje korištenje pri optimiranju dizajna valjanog čepa i određivanje parametara ugradnje s ciljem postizanja adekvatnog brtvenog spoja valjanog čepa i cijevi s obzirom na zahtjeve ASME standarda. Prilikom optimiranja dizajna i parametara ugradnje, korištenjem metode faznog polja razmatrat će se oštećenje materijala prilikom ugradnje te će se praćenjem raspodjele temperature odrediti parametri vađenja čepa.

Literatura

[1] L. A. Kondratenko and L. I. Mirnova, „Investigation of dynamics of roll forming processes,“ Matec Web of Conferences, Vol.224, Jan 2018

[2] J. Messier, V. Cano, S. Geniaut, F. Hasnaoui, N. Sellali „Simulation of roll expansion of Steam generator tubes,“ 20th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Finland, August 2009

Modeliranje sinteriranog čelika primjenom neuronskih mreža i metode faznog polja

Šegon, A. M.[1] i Lesičar, T.[2]

Sažetak
U radu je prikazano kombiniranje metode računalne homogenizacije, neuronskih mreža i metode faznog polja za modeliranje oštećenja poroznog sinteriranog čelika. Homogenizirano ponašanje reprezentativnog volumenskog elementa upotrijebljeno je za učenje neuronske mreže. Predviđanjem konstitutivnog ponašanja materijala na temelju neuronske mreže određena su efektivna elastična svojstva potrebna za modeliranje oštećenja metodom faznog polja. Predloženi postupak provjeren je na reprezentativnim primjerima iz literature. Dobiveni rezultati podudaraju se s rješenjima iz literature, što potvrđuje primjenjivost postupka kao osnove za modeliranje nelinearnog konstitutivnog ponašanja materijala.

Ključne riječi: homogenizacija, neuronska mreža, sinterirani čelik, metoda faznog polja, reprezentativni volumenski element.

[1] **Ana Marija Šegon, univ. mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ulica Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: ana.marija.segon@fsb.unizg.hr
[2] **Izv. prof. dr. sc. Tomislav Lesičar, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ulica Ivana Lučića 5, 10002 Zagreb, e-mail: tomislav.lesicar@fsb.unizg.hr

1 Uvod

Poroznost materijala uvelike utječe na mehaničko ponašanje sinteriranih čelika, smanjuje krutost i nosivost te potiče nastanak mikropukotina. Njezin utjecaj potvrđen je za čelik Astaloy™ Mo+0,2C [1], a razvoj mikropukotina opisan je metodom faznog polja [2]. Budući da su simulacije mikrostrukture materijala računalno zahtjevne, homogenizirano ponašanje reprezentativnog volumenskog elementa (RVE) aproksimira se neuronskom mrežom [3,4].

Cilj rada je prenijeti homogenizirano ponašanje sinteriranog čelika u metodu faznog polja za modeliranje oštećenja. U linearno-elastičnom slučaju, mreža predviđa homogenizirano ekvivalentno naprezanje prema von Misesu, iz kojeg se uz zadani Poissonov faktor određuju efektivna elastična svojstva. Postupak obuhvaća izradu baze podataka, učenje mreže, ugradnju u Fortran te provjeru na primjerima iz literature.

2 Teorijska osnova

2.1 Homogenizacija i model neuronske mreže

Razmatra se dvodimenzijski RVE uz pretpostavku ravninskog stanja deformacija, sastavljen od matrice Ω_s i eksplicitno modeliranih pora. Homogenizirani tenzor naprezanja dobiva se površinskim uprosječivanjem lokalnih naprezanja po matrici i normalizacijom po ukupnoj površini RVE-a:

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{A_{\mathrm{RVE}}} \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma} \, \mathrm{d}A. \tag{1}$$

Makrodeformacije su zadane uz primjenu rubnih uvjeta periodičnosti radi. Ulaz mreže čine komponente tenzora deformacija, a izlaz homogenizirano ekvivalentno naprezanje prema von Misesu:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{NN}} = [\bar{\varepsilon}_x \quad \bar{\varepsilon}_y \quad \bar{\gamma}_{xy}]^{\mathrm{T}}, \quad \bar{\sigma}_{\mathrm{vm}}^{\mathrm{NN}} = \mathcal{N}_\theta\left(\bar{\varepsilon}_x, \bar{\varepsilon}_y, \bar{\gamma}_{xy}\right). \tag{2}$$

Podaci su standardizirani parametrima skupa za učenje, a mreža je učena minimiziranjem kvadrata srednje greške. Budući da skalarni izlaz neuronske mreže ne sadržava hidrostatsku komponentu naprezanja, izotropno elastično ponašanje materijala nije moguće odrediti jednoznačno. Efektivni modul smicanja zato se dobiva iz pozitivne perturbacije posmične deformacije $\Delta\bar{\gamma}_{xy}$:

$$G_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{NN}} = \frac{\bar{\sigma}_{\mathrm{vm}}^{\mathrm{NN}}\left(0,0,\Delta\bar{\gamma}_{xy}\right)}{\sqrt{3}\Delta\bar{\gamma}_{xy}}. \tag{3}$$

Uz propisani Poissonov koeficijent $\nu = 0{,}28$ preostale konstante glase:

$$E_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{NN}} = 2G_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{NN}}(1+\nu_{\mathrm{eff}}),\ \lambda_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{NN}} = \frac{2G_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{NN}}\nu_{\mathrm{eff}}}{1-2\nu_{\mathrm{eff}}}, K_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{NN}} = \lambda_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{NN}} + \frac{2}{3}G_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{NN}}, \tag{4}$$

gdje je $E_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{NN}}$ efektivni modul elastičnosti, $\lambda_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{NN}}$ Lameova konstanta I $K_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{NN}}$ bulk modul dobiveni iz neuronske mreže.

2.2 Metoda faznog polja

Primijenjen je model AT2 s varijabli oštećenja ϕ, pri čemu $\phi = 0$ označuje neoštećen, a $\phi = 1$ potpuno oštećen materijal. Regularizirani funkcional ukupne potencijalne energije zapisan je kao:

$$\Pi(\mathbf{u}, \phi) = \int_{\Omega} \left[g(\phi)\psi_{\mathrm{e}}^{+} + \psi_{\mathrm{e}}^{-} + \frac{G_{\mathrm{c}}}{2\ell}(\phi^2 + \ell^2 |\nabla\phi|^2) \right] \mathrm{d}\Omega - \mathcal{W}_{\mathrm{ext}} \,. \tag{5}$$

U izrazu (5) G_{c} je kritična gustoća energije deformiranja, ℓ duljinski parametar, a $g(\phi) = (1 - \phi)^2$ degradacijska funkcija. Ireverzibilnost oštećenja se osigurava varijablom povijesti deformiranja, najveće dosegnute energije koja potiče iniciranje i rast pukotine. U primjeru čistog vlaka nije korištena dekompozicija energije, u primjeru čistog smika je primijenjena spektralna dekompozicija energije na vlačni i tlačni dio [5], a pri savijanju u tri točke volumetrijsko-devijatorska dekompozicija. Jednadžbe ravnoteže i faznog polja rješavaju se izmjenično uz globalnu provjeru konvergencije prema [6].

3 Numerički postupak i rezultati

3.1 RVE, baza podataka i učenje mreže

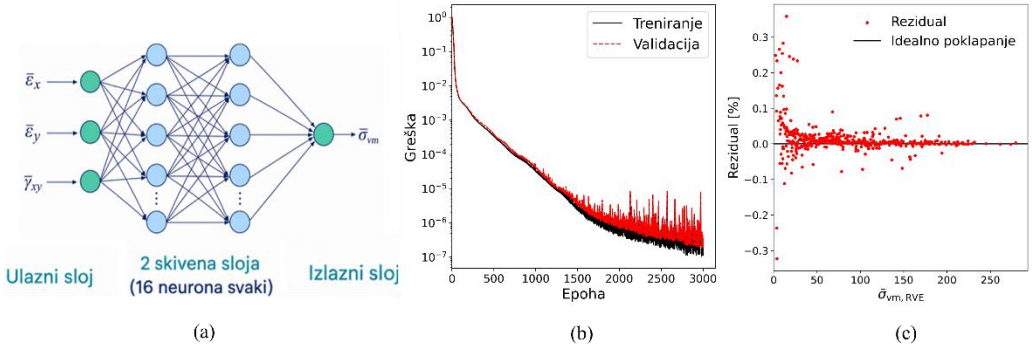
Geometrija RVE-a dimenzija 0,4 × 0,4 mm, s približno 15 % pora, preuzeta je iz [2]. Feritna i bainitna zrna zamijenjena su jednom izotropnom linearno-elastičnom fazom, uz zadržanu geometriju pora (slika 1). Kako bi homogenizirani modul elastičnosti iznosio 98 GPa, modul čvrste faze postavljen je na 253 GPa, uz Poissonov omjer 0,28. Model je diskretiziran s 44 769 elemenata CPE4.



Slika 1. Izrada numeričkog RVE-a: (a) feritna, bainitna zrna i pore [2], (b) model s matricom i porama (c) mreža konačnih elemenata.

Razmotreno je sedam proporcionalnih putanja s jednoosnim, dvoosnim, posmičnim i kombiniranim opterećenjima. Za devet amplituda po putanji provedene su 63 analize s 50 inkremenata, odnosno dobiveno je 3150 uzoraka. Cijele simulacije raspoređene su u skupove za učenje i validaciju u omjeru 70:30 kako se povezani inkrementi ne bi pojavili u oba skupa.

Primijenjena je potpuno povezana unaprijedna neuronska mreža s aktivacijskom funkcijom ReLU u skrivenim slojevima i linearnim izlazom (slika 2a). Mreža je učena optimizatorom Adam, uz stopu učenja 5×10^{-4} i najviše 3000 epoha. Sličan pad pogreške učenja i validacije upućuje na stabilno učenje (slika 2b). Reziduali su većinom raspoređeni oko nule, a veća relativna raspršenost pri malim naprezanjima posljedica je dijeljenja malom referentnom vrijednošću (slika 2c).



(a) (b) (c)

Slika 2. (a) Arhitektura neuronske mreže, (b) pogreška učenja i validacije te (c) reziduali na validacijskom skupu.

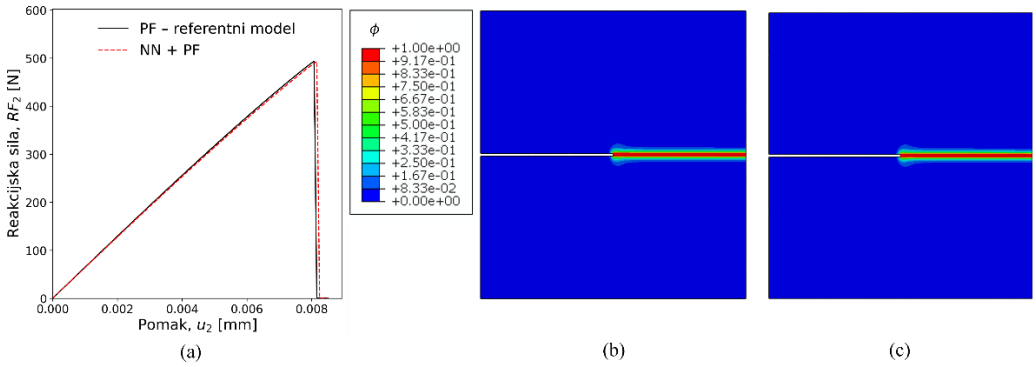
3.2 Ugradnja materijalnih parametara u metodu faznog polja

Nakon učenja parametri mreže zapisani su u obliku prikladnom za izravno učitavanje u Fortranu, a ugradnja je provjerena usporedbom predviđanja iz Pythona i Fortrana. Za prirast posmične deformacije 5×10^{-5} dobiven je G = 38,10 GPa, a uz Poissonov omjer 0,28 slijede E = 97,55 GPa, λ = 48,50 GPa i K = 73,90 GPa. Odstupanja od referentnih vrijednosti manja su od 0,5 %.

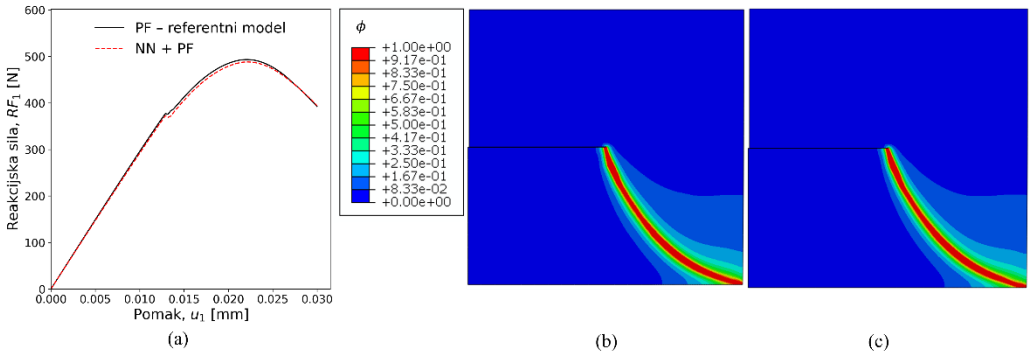
Mreža se poziva samo na početku simulacije, nakon čega se upotrebljava stalna izotropna matrica elastičnosti. Budući da je modul čvrste faze prethodno prilagođen makroskopskom odzivu, podudaranje potvrđuje ispravnost prijenosa, a ne neovisno predviđanje svojstava.

3.3 Rezultati

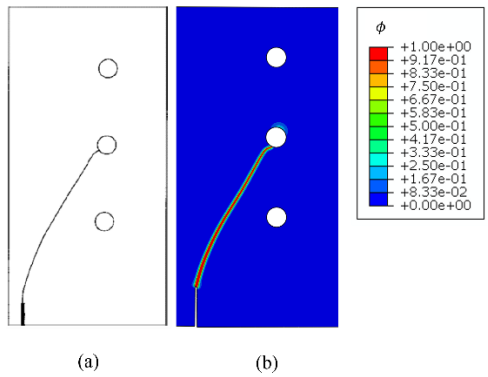
Metoda faznog polja ugrađena je u Abaqus/Standard korisničkim konačnim elementom. U svim primjerima kritična gustoća energije loma iznosi 2,7 N/mm, a duljinski parametar 0,0075 mm. Referentni model ima E_{ref} = 98 GPa i ν_{ref} = 0,28, dok drugi upotrebljava matricu elastičnosti rekonstruiranu iz predviđanja neuronske mreže. Diskretizacija, opterećenje i postavke rješavanja jednaki su u oba modela. Pri čistom vlaku i smiku podudaraju se početna krutost, vršna sila i konačni lom (slika 3 i slika 4). Pri savijanju pukotina nastaje na vrhu zareza i zakrivljeno se širi prema središnjem otvoru (slika 5). Putanja se kvalitativno podudara s rezultatom iz [7], dok se zbog razlika između modela ne provodi kvantitativna usporedba.



Slika 3. Problem čistog vlaka: (a) krivulje sila-pomak te oštećenje za (b) referentna i (c) neuronskom mrežom određena elastična svojstva.



Slika 4. Problem čistog smika: (a) krivulje sila-pomak te oštećenje za (b) referentna i (c) neuronskom mrežom određena elastična svojstva.



Slika 5. Razvoj pukotine pri savijanju u tri točke: (a) rezultat iz [7] i (b) rezultat modela pogonjenog neuronskom mrežom.

4 Zaključak

Postupak računalne homogenizacije na RVE-u, modeliranje konstitutivnog ponašanja neuronskom mrežom i modeliranje oštećenja metodom faznog polja povezani su u postupak kojim je rekonstruirana izotropna matrica elastičnosti heterogenog sinteriranog čelika. Dobivena svojstva dobro reproduciraju makroskopsko konstitutivno ponašanje materijala i ponašanje prilikom razvoja oštećenja, čime je potvrđena ispravnost metodologije prijenosa. U daljnjem radu cilje je metodologiju proširiti na modeliranje elastoplastičnosti i duktilnog oštećenja.

Zahvale

Rad je financiran sredstvima Europske unije - NextGenerationEU, u okviru Nacionalnog plana oporavka i otpornosti 2021.-2026., kroz institucijski projekt UNIZAG FSB-a „Integrirani eksperimentalno-numerički pristup modeliranju gubitka nosivosti konstrukcijskih komponenata proizvedenih aditivnim tehnologijama“, odobren od Ministarstva znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske (komponenta C3.2, izvor 581).

Literatura

[1] Z. Tomić, N. Gubeljak, T. Jarak, T. Polančec i Z. Tonković, „Micro- and macromechanical properties of sintered steel with different porosity“, Scripta Materialia, 217, 114787, 2022.
[2] Z. Tomić, T. Jarak, T. Lesičar, N. Gubeljak i Z. Tonković, „Modelling of fatigue microfracture in porous sintered steel using a phase-field method“, Materials, 16(11), 4174, 2023.
[3] M. G. D. Geers, V. G. Kouznetsova i W. A. M. Brekelmans, „Multi-scale computational homogenization: Trends and challenges“, Journal of Computational and Applied Mathematics, 234(7), 2175-2182, 2010.
[4] B. A. Le, J. Yvonnet i Q.-C. He, „Computational homogenization of nonlinear elastic materials using neural networks“, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 104(12), 1061-1084, 2015.
[5] C. Miehe, F. Welschinger i M. Hofacker, „Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: Variational principles and multi-field finite element implementations“, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 83(10), 1273-1311, 2010.
[6] T. Lesičar, T. Polančec i Z. Tonković, „Convergence check phase-field scheme for modelling of brittle and ductile fractures“, Applied Sciences, 13(13), 7776, 2023.
[7] T. N. Bittencourt, P. A. Wawrzynek, A. R. Ingraffea i J. L. Sousa, „Quasi-automatic simulation of crack propagation for 2D LEFM problems“, Engineering Fracture Mechanics, 55(2), 321-334, 1996.

Utjecaj geometrije šesterokutne ispune na linearno-elastični odziv rešetkastih konstrukcija

Škec, L.[1], Lukin, I.[2] i Papa Dukić, E.[3]

Sažetak
U radu se numerički analizira linearno-elastično ponašanje ravninskih rešetkastih konstrukcija zasnovanih na heksagonalnoj ispuni. Geometrija osnovne ćelije parametrizirana je kutom kosih štapova, čijom se promjenom ostvaruje kontinuirani prijelaz od tipične heksagonalne do auksetične geometrije. Rešetka je modelirana Euler–Bernoullijevim grednim konačnim elementima, a usporedba različitih konfiguracija provedena je pri zadanoj relativnoj gustoći. Jednoosnim vlačnim testovima analiziran je utjecaj kuta ispune i broja osnovnih ćelija na Poissonove omjere. Pokazano je da se povećanjem broja ćelija njihove vrijednosti približavaju asimptotskim vrijednostima karakterističnima za odgovarajući homogenizirani materijal. Dodatno je analizirano savijanje konzolnih nosača s jednolikom rešetkastom ispunom. Rezultati pokazuju da efektivna savojna krutost ovisi o kutu ispune, broju osnovnih ćelija i omjeru visine i duljine nosača te da za pojedinu geometriju nosača postoje optimalne vrijednosti parametara rešetke. Dobiveni rezultati predstavljaju polazište za razvoj funkcijski gradiranih rešetkastih nosača s lokalno prilagođenom geometrijom ispune.

Ključne riječi: rešetkasta konstrukcija; heksagonalna ispuna; auksetična konstrukcija; Poissonov omjer; savijanje; funkcijska gradacija

[1] **dr. sc. Leo Škec, redoviti profesor**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: leo.skec@uniri.hr
[2] **Ivan Lukin, student sveučilišnog diplomskog studija**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: ilukin@student.uniri.hr
[3] **dr. sc. Edita Papa Dukić, docentica**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: edita.papa@uniri.hr

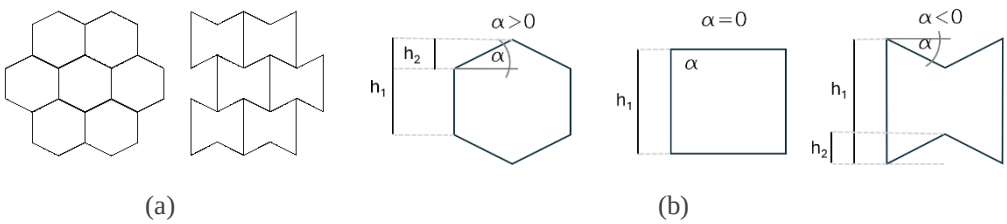
1 Uvod

Rešetkaste konstrukcije pružaju velike mogućnosti za razvoj laganih konstrukcijskih elemenata prilagođenih specifičnim uvjetima opterećenja jer se njihova efektivna mehanička svojstva mogu ciljano mijenjati oblikovanjem geometrije osnovne ćelije, bez promjene osnovnog materijala. Posebno su zanimljive heksagonalne rešetke kod kojih se promjenom kuta kosih štapova može ostvariti kontinuirani prijelaz od konvencionalne heksagonalne do auksetične (tzv. *re-entrant*) geometrije [1]. Potonja je poznata po tome što konstrukciji daje negativan Poissonov omjer, što proizlazi prvenstveno iz rotacije i savijanja kosih elemenata ćelije [2]. Auksetične konstrukcije zbog svojih specifičnih deformacijskih mehanizama privlače značajnu pozornost, osobito u primjenama u kojima su važni apsorpcija energije, otpornost na utiskivanje i posmična svojstva. Dodatne mogućnosti prilagodbe mehaničkog odziva pružaju funkcijski gradirane rešetkaste konstrukcije, kod kojih se geometrijski parametri osnovnih ćelija prostorno mijenjaju [3-5]. Dosadašnja istraživanja savijanja ipak su velikim dijelom usmjerena na sendvič-konstrukcije, ponašanje izvan ravnine, nosivost i apsorpciju energije, dok je manje pozornosti posvećeno utjecaju geometrije ravninske rešetke na linearno-elastičnu savojnu krutost.

U ovom se radu numerički analizira ravninska rešetkasta konstrukcija zasnovana na heksagonalnoj ispuni, čija se geometrija kontrolira promjenom kuta kosih štapova. Najprije se jednoosnim vlačnim testovima istražuje utjecaj kuta, relativne gustoće i broja osnovnih ćelija na Poissonove omjere te njihova konvergencija povećanjem broja ćelija. Nakon toga analizira se savijanje rešetkastih konzolnih nosača s jednolikom ispunom, s posebnim naglaskom na utjecaj kuta ispune, broja ćelija i omjera visine i duljine nosača na njegovu efektivnu savojnu krutost.

2 Model šesterokutne ispune za nosive konstrukcije s promjenjivim mehaničkim svojstvima

U ovom se radu razmatra ravninska rešetkasta konstrukcija zasnovana na heksagonalnoj (šesterokutnoj) ispuni prikazanoj na Slici 1(a). Osnovna geometrija konstrukcija sastoji se od vertikalnih i kosih štapova, pri čemu kut α predstavlja nagib kosih štapova i osnovni je geometrijski parametar kojim se mijenja oblik ispune. Promjenom ovog kuta moguće je ostvariti kontinuirani prijelaz iz tipične heksagonalne ($\alpha > 0$), preko pravokutne ($\alpha = 0$) te konačno u auksetičnu (tzv. *re-entrant*) geometriju ($\alpha < 0$), kao što je prikazano na Slici 1(b).



Slika 1. (a) Tipična heksagonalna (tzv. *honeycomb*) i auksetična (tzv. *re-entrant*) ravninska rešetkasta konstrukcija. (b) Veza između nagiba kosih štapova (kut α) i oblika osnovne ćelije.

Analizira se pravokutna domena duljine L, visine H i debljine B u smjeru okomitom na ravninu analize. Rešetkasta konstrukcija generira se raspoređivanjem osnovnih ćelija unutar zadane domene, pri čemu se gustoća rešetke kontrolira brojem redaka i stupaca. Svi štapovi modelirani su ravninskim Euler–Bernoullijevim grednim konačnim elementima, koji uzimaju u obzir aksijalne i savojne deformacije. Za čvorna opterećenja momentima i silama ovakva formulacija daje točna rješenja u okviru Euler-Bernoullijeve gredne teorije (detaljan izvod dan je u [1]). Pretpostavlja se linearno-elastično ponašanja materijala te mali pomaci i rotacije. Drugim riječima, analiza je materijalno i geometrijski linearna. Svi štapovi imaju jednaka svojstva materijala i jednak pravokutni poprečni presjek dimenzija $t \times B$, pri čemu se dimenzija t određuje na temelju zadane relativne gustoće konstrukcije.

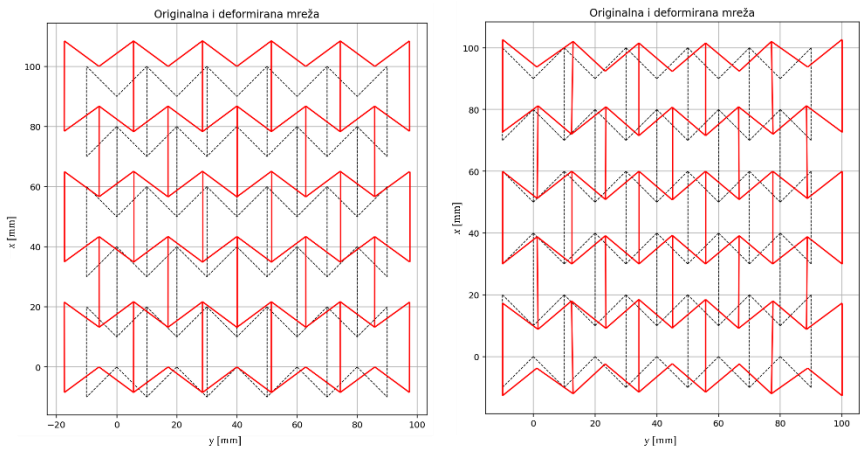
Kako bi se omogućila usporedba različitih geometrija pri jednakom utrošku materijala, uvodi se relativna gustoća (volumni udio materijala) ϕ, definirana kao omjer volumena materijala rešetkaste konstrukcije V_s i ukupnog volumena razmatrane pravokutne domene V_0:

$$\phi = \frac{V_s}{V_0} = \frac{V_s}{L\,H\,B} \tag{1}$$

Pri tome vrijedi $0 < \phi \leq 1$. Nakon generiranja rešetkaste konstrukcije određuje se ukupna duljina svih štapova l_T. Budući da svi štapovi imaju jednak pravokutni poprečni presjek $t \times B$, njihov ukupni volumen iznosi $V_s = t\,B\,l_T$. Iz izraza (1) slijedi da se za zadanu relativnu gustoću ϕ potrebna širina štapova određuje kao $t = \phi\,L\,H/l_T$. Na ovaj se način promjenom kuta ispune ili broja ćelija automatski prilagođava poprečni presjek štapova kako bi ukupna količina materijala ostala jednaka za sve konstrukcije iste relativne gustoće. Time se omogućuje izravna usporedba utjecaja geometrije rešetke na njezino mehaničko ponašanje pri jednakom utrošku materijala.

3 Numeričke analize vlačnih ispitivanja

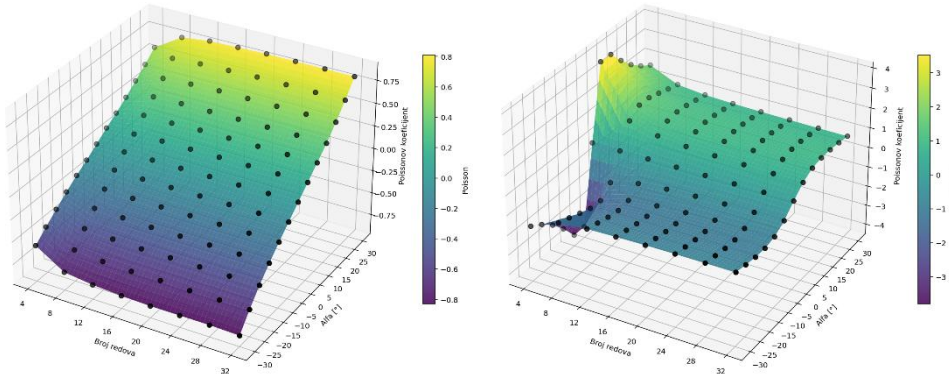
Najprije je provedena numerička analiza ponašanja rešetkastih konstrukcija pri jednoosnom opterećenju. Cilj ove analize bio je utvrditi utjecaj kuta ispune, relativne gustoće i gustoće rešetke na makroskopska elastična svojstva konstrukcije te ispitati konvergiraju li ta svojstva povećanjem broja osnovnih ćelija prema vrijednostima karakterističnima za odgovarajući homogenizirani materijal. Zbog linearno-elastičnog ponašanja materijala i pretpostavke malih pomaka, vlačno i tlačno opterećenje daju jednake vrijednosti razmatranih elastičnih svojstava. Jednoosno opterećenje provedeno je u dva ortogonalna smjera, pri čemu je smjer x bio vertikalan, a y horizontalan, kao što je prikazano na Slici 2. Kod svih testova postavljeno je $L = H = 100$ mm i B =1 mm. Broj osnovnih ćelija rešetkaste konstrukcije se postepeno progušćuje tako da se uvijek zadrži jednak broj redova i stupaca osnovnih ćelija. U slučaju opterećenja u x-smjeru rešetkasta konstrukcija je pridržana na donjem rubu, a u slučaju opterećenja u y-smjeru na lijevom rubu. Čvorovi na pridržanom rubu oslonjeni su kliznim osloncima, osim jednog čvora koji je nepomično oslonjen, čime je omogućeno slobodno poprečno deformiranje konstrukcije. Na rubu suprotnom od pridržanog nanosi se pomak od 0,1 mm.



(a) (b)

Slika 2. Nedeformirani (crna crtkana linija) i deformirani (crvena puna linija) oblik rešetkaste konstrukcije s 5x5 ćelija i kutom $\alpha = -30°$ prilikom vlačnog testa u (a) x-smjeru i (b) y-smjeru.

Na temelju prosječnih uzdužnih i poprečnih deformacija određeni Poissonovi omjeri $\nu_{xy} = -\varepsilon_y/\varepsilon_x$ *i* $\nu_{yx} = -\varepsilon_x/\varepsilon_y$. Pri tome se ν_{xy} određuje iz vlačnog testa u x-smjeru, a ν_{xy} iz vlačnog testa u y-smjeru. Ovisnost Poissonovih omjera o broju redova i stupaca rešetkaste konstrukcije te o kutu α za relativnu gustoću $\phi = 0{,}3$ dana je na Slici 3. Dobiveni rezultati potvrđuju izravnu povezanost geometrije osnovne ćelije definirane kutom α i predznaka Poissonova omjera. Tipične heksagonalne konstrukcije ($\alpha > 0$) imaju pozitivan Poissonov omjer. Smanjenjem kuta njegova se vrijednost smanjuje pa tako za pravokutnu konfiguraciju ($\alpha = 0$) poprima vrijednost jednaku nuli, a za auksetične konfiguracije ($\alpha < 0$) postaje negativan. Budući da promatrana rešetkasta struktura nije izotropna, vrijednosti ν_{xy} i ν_{yx} međusobno se razlikuju.



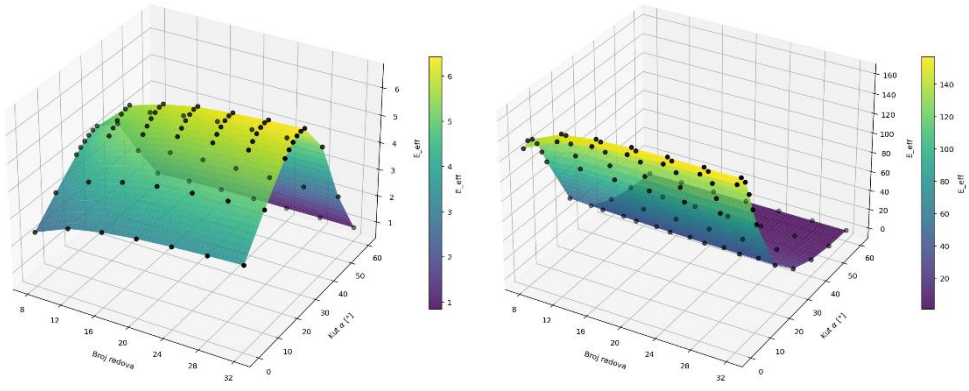
(a) (b)

Slika 3. Ovisnost Poissonovih omjera o broju redova i stupaca rešetkaste konstrukcije (donja lijeva os) te o kutu α (donja desna os) za relativnu gustoću $\phi = 0.3$: (a) ν_{xy} i (b) ν_{yx}.

Posebno je analiziran utjecaj broja osnovnih ćelija na dobivene vrijednosti Poissonovih omjera. Povećanjem broja redova i stupaca, uz zadržavanje ukupnih dimenzija razmatrane domene i zadane relativne gustoće, smanjuju se dimenzije pojedinih ćelija. Rezultati pokazuju da vrijednosti obaju Poissonovih omjera povećanjem broja ćelija postupno konvergiraju prema asimptotskim vrijednostima. Povećanjem broja ćelija smanjuje se relativni utjecaj rubova, a makroskopski odziv rešetkaste konstrukcije približava se odzivu odgovarajućeg homogeniziranog materijala. Asimptotske vrijednosti Poissonovih omjera stoga se mogu promatrati kao efektivna elastična svojstva takvog materijala. Rezultati za različite vrijednosti relativne gustoće ϕ nisu prikazane u ovom radu.

4 Numeričke analize savijanja

U nastavku je analizirano ponašanje rešetkastih konstrukcija pri savijanju. Razmatrana je konzola opterećena koncentriranom silom na slobodnom kraju. Broj redaka i stupaca osnovnih ćelija određen je tako da se rešetkasta konstrukcija uklopi u zadane dimenzije, pri čemu je omjer H/L variran od 4 do 1/8. Kao mjera savojne krutosti uveden je efektivni modul elastičnosti pri savijanju E_{eff}, određen iz progiba w slobodnog kraja rešetkaste konzole usporedbom s Euler–Bernoullijevim rješenjem za homogenu konzolu kao $E_{eff} = \frac{FL^3}{3Iw}$, gdje je $I = \frac{BH^3}{12}$. Na Slici 4 prikazana je ovisnost E_{eff} o kutu ispune α i broju redaka za relativnu gustoću $\phi = 0{,}1$ te dva različita omjera H/L. Rezultati pokazuju da za zadanu geometriju nosača postoji optimalan kut ispune, kao i optimalan broj redaka, pri kojima se postiže najveća efektivna savojna krutost. Pritom se optimalna vrijednost kuta α mijenja s omjerom H/L, što pokazuje da optimalna geometrija ispune nije svojstvo samo osnovne ćelije, već ovisi i o geometriji konstrukcijskog elementa. Dobiveni rezultati ujedno pokazuju da auksetično ponašanje samo po sebi ne predstavlja preduvjet za povećanje savojne krutosti.



(a) (b)

Slika 4. Ovisnost efektivne savojne krutosti o broju redova i stupaca rešetkaste konstrukcije (donja lijeva os) te o kutu α (donja desna os) za relativnu gustoću $\phi = 0.1$: (a) $H/L = 1$ i (b) $H/L = 1/8$.

5 Zaključak

U ovom je radu razvijen numerički model ravninskih rešetkastih konstrukcija zasnovanih na heksagonalnoj ispuni, pri čemu se promjenom kuta kosih štapova omogućuje kontinuirani prijelaz od konvencionalne heksagonalne, preko pravokutne, do auksetične re-entrant geometrije. Usporedba različitih konfiguracija provedena je pri zadanoj relativnoj gustoći, čime je osiguran jednak utrošak materijala. Rezultati jednoosnih vlačnih testova potvrđuju izravnu povezanost kuta ispune i predznaka Poissonova omjera. Povećanjem broja osnovnih ćelija dobivene vrijednosti Poissonovih omjera konvergiraju prema asimptotskim vrijednostima, što upućuje na približavanje ponašanja konačne rešetkaste konstrukcije odgovarajućem homogeniziranom materijalu. Analize savijanja pokazale su da savojna krutost ne ovisi samo o kutu ispune, već i o broju osnovnih ćelija i omjeru visine i duljine nosača. Za promatrane konfiguracije postoje optimalne vrijednosti kuta i broja ćelija pri kojima se postiže najveća efektivna savojna krutost, pri čemu se optimalni kut mijenja s geometrijom nosača. Dobiveni rezultati predstavljaju osnovu za daljnji razvoj funkcijski gradiranih rešetkastih nosača kod kojih bi se kut ispune lokalno prilagođavao uvjetima opterećenja, odnosno lokalnom stanju naprezanja kod homogenog nosača.

Zahvale

Ovo istraživanje financira Europska unija – NextGenerationEU – MMINT – PU-437 uniri-iz-25-288).

Literatura (10pt)

[1] Lukin I.; Razvoj i eksperimentalna validacija numeričkog modela za analizu mikrostrukture 3D printanih materijala (završni rad); Rijeka: Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet; 2024.
[2] Chen, Z., Li, J., Wu, B., Chen, X., Xie, Y.M.; Enhanced mechanical properties of re-entrant auxetic honeycomb with self-similar inclusion. Composite Structures; 2024;331:117921.
[3] Lim, T.C.; Functionally graded beam for attaining Poisson-curving. Journal of Material Sciences Letters. 2002; 21:1899–1901.
[4] Abdelaal, O., Hengsbach, F., Schaper, M., Hoyer, K.P.; LPBF manufactured functionally graded lattice structures obtained by graded density and hybrid Poisson's ratio. Materials. 2022;15(12):4072.
[5] Hosseini M, Mazaheri H. Mechanical behavior of graded combined auxetic-honeycomb structures. International Journal of Mechanical Sciences. 2024;276:109223.

Alati otvorenog-koda za analizu vibracija u mehanici konstrukcija primjenom računalnog vida i konvencionalnih metoda

Tomac, I.[1] i Sedlar, D.[2]

Sažetak
U suvremenoj analizi vibracija sve je izraženija potreba za metodama i alatima koji omogućuju brzu obradu podataka, transparentan postupak i jednostavnu provjeru rezultata. Ovaj je rad usmjeren na ulogu otvorenog koda u dinamici konstrukcija i strojeva, s posebnim naglaskom na Python ekosustav te na pakete pyIDI i pyEMA kao reprezentativne primjere alata za analizu pomaka iz videozapisa i eksperimentalnu modalnu analizu.

Otvoreni kod u inženjerskom i znanstvenom radu predstavlja više od modela distribucije softvera. Njegova je ključna vrijednost u tome što omogućuje ponovljivost istraživanja, otvorenu provjeru metoda i zajednički razvoj numeričkih i eksperimentalnih postupaka. U području dinamike konstrukcija i strojeva to je osobito važno jer se rezultati često dobivaju kroz složene lance obrade signala, identifikacije sustava i interpretacije modalnih parametara.

Ključne riječi: otvoreni kod, Python paketi, eksperimentalna modalna analiza, računalni vid

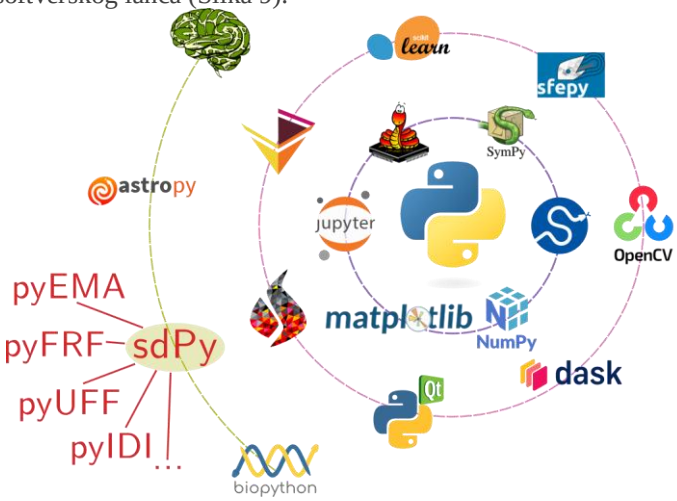
[1] **izv. prof. dr. sc. Tomac Ivan**, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, Ruđera Boškovića 32, 21000 Split, e-mail: itomac@fesb.hr
[2] **prof. dr. sc. Damir Sedlar**, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, Ruđera Boškovića 32, 21000 Split, e-mail: dsedlar@fesb.hr

1 Uvod

Razvoj mjernih i računalnih tehnologija posljednjih je godina značajno proširio mogućnosti vibracijske analize. Uz konvencionalne sustave temeljene na akcelerometrima, mjeračima pomaka, deformacije (mjernim trakama) i drugim kontaktnim osjetnicima, sve veću važnost dobivaju optičke metode koje koriste brze kamere i algoritme računalnog vida za procjenu gibanja. Takav pristup omogućuje beskontaktno mjerenje, analizu većeg broja točaka na konstrukciji te primjenu u situacijama u kojima postavljanje klasičnih senzora nije praktično ili je preskupo [1, 2].
U takvom kontekstu Python se nameće kao platforma za razvoj i integraciju znanstvenih alata. U posljednjem desetljeću Python se kontinuirano ubraja među najpopularnije programske jezike te raspolaže velikim, rastućim i inkluzivnim ekosustavom paketa i korisničkom zajednicom [3]. Dodatna je prednost njegova dostupnost pod slobodnim licencama, kao i činjenica da omogućuje relativno sažeto i čitljivo zapisivanje algoritama, što je važno za akademsko okruženje i prijenos znanja među istraživačima različitih profila [4].

2 Uloga otvorenog koda u analizi vibracija

U području analize vibracija otvoreni kod vrijedan je iz barem tri razloga. Prvo, omogućuje potpunu ponovljivost znanstvenih rezultata jer istraživač može objaviti ne samo završne dijagrame i zaključke, nego i izvorni kod putem repozitorija kao što su GitHub, GitLab, Zenodo i dr. Drugo, ubrzava razvoj jer se postojeća rješenja mogu ponovno upotrijebiti i nadograditi umjesto da se algoritmi neprestano implementiraju ispočetka. Treće, potiče zajednički razvoj i provjeru, što je osobito važno u disciplinama koje se oslanjaju na numeričku stabilnost, točnost procjene i osjetljivost na šum [2].
Posebnu težinu otvorenom kodu daje i činjenica da se u Pythonu razvila višeslojna struktura paketa. Na temeljnim bibliotekama poput NumPy [6] i SciPy [7] grade se specijalizirana rješenja za obradu signala, identifikaciju pomaka, modalnu analizu ili vizualizaciju rezultata [2]. Time se postiže modularnost, a različiti istraživački timovi mogu surađivati na komplementarnim razinama istog softverskog lanca (Slika 9).



Slika 9 Vizualni prikaz Python ekosustava.

3 Python kao integracijska platforma

Python u analizi vibracija ne služi samo kao jezik za pisanje pojedinačnih skripti, već kao integracijsko okruženje u kojem se mogu objediniti akvizicija podataka, obrada signala, identifikacija sustava i prikaz rezultata. Upravo je ta sposobnost objedinjavanja važna kada se istodobno koriste konvencionalne metode za modalnu analizu i metode računalnog vida. Metode za identifikaciju modalnih parametara primjenjuju se na signale kinematskih veličina koji su dobiveni optičkim metodama obradom niza slika ili iz videozapisa [2].
Prednost otvorenih Python alata posebno dolazi do izražaja u istraživačkom radu i nastavi. Studentima i istraživačima omogućuje više od korištenja nekog programa kao crne kutije, jer pruža mogućnost dubinskog razumijevanja implementirane metodologije i same logike algoritma. To je bitno u istraživačkom radu s naglaskom na eksperimentalnu modalnu analizu i identifikaciju gibanja iz slike, gdje izbor parametara obrade može snažno utjecati na konačne rezultate. Isto tako, softver otvorenog koda može poslužiti kao referenca za provjeru softvera zatvorenog koda [1].

3.1 Primjeri alata: pyIDI i pyEMA

Paket pyIDI predstavljen je kao alat za identifikaciju pomaka iz slike, što ga smješta u domenu optičkih metoda. Takvi alati koriste nizove slika ili videozapisa za procjenu pomaka karakterističnih točaka, rubova ili uzoraka teksture na konstrukciji. U kontekstu analize vibracija to otvara mogućnost beskontaktnog praćenja dinamičkog odziva, osobito kada je poželjno mjeriti velik broj točaka ili kada se želi izbjeći utjecaj mase senzora na ispitivani sustav [2].

S druge strane, pyEMA je naveden kao primjer paketa za eksperimentalnu modalnu analizu. Takvi alati služe za procjenu modalnih parametara konstrukcije, kao što su vlastite frekvencije, oblici vibriranja i modalno prigušenje, na temelju eksperimentalno dobivenih odziva. Kombinacija optičkih i konvencionalnih mjerenja u istom otvorenom okruženju osobito je vrijedna jer omogućuje međusobnu validaciju pristupa: konvencionalni senzori mogu pružiti referentne vremenske zapise visoke kvalitete, dok optički sustavi mogu dopuniti analizu prostorno bogatijim informacijama o gibanju. [2]

4 Zaključak

Alati temeljeni na otvorenom kodu imaju ključnu ulogu u suvremenoj vibracijskoj analizi. Python pritom djeluje kao središnja integracijska platforma zahvaljujući svojoj čitljivosti, velikom broju biblioteka i snažnoj zajednici korisnika i developera. Paketi poput pyIDI i pyEMA ilustriraju kako otvoreni kod može podržati eksperimentalnu modalnu analizu i na klasično izmjerenim rezultatima i na rezultatima dobivenim beskontaktnim, odnosno optičkim metodama s brzim kamerama, unutar jedinstvenog istraživačkog okvira.
Takav pristup omogućuje znanstvenu ponovljivost, ubrzava razvoj metoda i povećava dostupnost naprednih analitičkih postupaka. Zbog toga otvoreni kod u području dinamike konstrukcija i strojeva ne treba promatrati samo kao tehnički izbor, nego kao metodološki okvir koji podupire transparentniju i učinkovitiju znanost te potiče suradnju.

Zahvala

Ovaj rad je napisan uz potporu NextGenerationEU pod projektom IP-UNIST-09.

Literatura

[1] J. Baqersad, P. Poozesh, C. Niezrecki, and P. Avitabile, "Photogrammetry and optical methods in structural dynamics – A review," Mech Syst Signal Process, vol. 86, pp. 17–34, 2017, doi: 10.1016/j.ymssp.2016.02.011.
[2] J. Slavič, …, I. Tomac et al., "Python open-source signal processing and modeling/simulation for scientific research in structural dynamics, A review," Mech Syst Signal Process, vol. 241, p. 113465, Dec. 2025, doi: 10.1016/J.YMSSP.2025.113465.
[3] S. Cass, The Top Programming Languages 2025, IEEE Spectrum, https://spectrum.ieee.org/top-programming-languages-2025, stranici pristupljeno (kolovoz 2026.)
[4] K. Matthews, 6 Reasons Why Python Is Suddenly Super Popular, KD nuggets, https://www.kdnuggets.com/2017/07/6-reasons-python-suddenly-super-popular.html, stranici pristupljeno (kolovoz 2026.)
[5] Python Software Foundation, The Python Package Index (PyPI), https://pypi.org, stranici pristupljeno (kolovoz 2026.)
[6] C. R. Harris et al., "Array programming with NumPy," Nature, vol. 585, pp. 357–362, 2020, doi: 10.1038/s41586-020-2649-2.
[7] P. Virtanen, …, J. Slavič et al., "SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python," Nat Methods, vol. 17, no. 3, pp. 261–272, Mar. 2020, doi: 10.1038/s41592-019-0686-2.

Komparativna analiza ispitnih metoda za određivanje vlačne čvrstoće heterogenih zona zavarenih spojeva

Tomerlin, D.[1], Kozak, D.[2], Samardžić, I. [3] i Gubeljak, N.[4]

Sažetak
Karakterizacija mehaničkih svojstava zavarenih spojeva predstavlja značajan inženjerski izazov zbog njihove izražene mikrostrukturne i geometrijske heterogenosti. Tradicionalne metode vlačnog ispitivanja uz pomoć epruveta standardnih dimenzija daju isključivo općeniti uvid u ponašanje zavarenih spojeva, obzirom da obuhvaćaju velik materijalni volumen, bez mogućnosti analiziranja pojedinih lokaliziranih materijalnih regija. Ovaj rad donosi komparativnu analizu naprednih eksperimentalnih metoda za lokalnu karakterizaciju vlačnih svojstava heterogenih zona (osnovni materijal – OM, metal zavara – MZ, te zona utjecaja topline – ZUT) zavarenog spoja visokočvrstog čelika S690QL1. Analizirane su četiri metode podijeljene u dvije kategorije: destruktivne metode s epruvetama smanjenih, ispod standardnih dimenzija (subsize ASTM E8 i minijaturne plosnate vlačne epruvete – MTS) te poludestruktivne/indentacijske metode (mjerenje tvrdoće HV10 i profilometrijska indentacijska plastometrija – PIP). Rezultati pokazuju kako minijaturne epruvete i indentacijske metode, posebice PIP, omogućuju precizno mapiranje raspodjele granice tečenja $R_{p0.2}$ i vlačne čvrstoće R_m kroz izrazito uske podregije ZUT-a, što je nemoguće postići standardnim ispitnim procedurama.

Ključne riječi: eksperimentalno testiranje zavara, vlačno ispitivanje, uzorci malih dimenzija, indentacijsko testiranje, heterogenost zavara, zona utjecaja topline

[1] **Damir Tomerlin, univ.spec.mech., IWE, IWI-C,** Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Trg I. B. Mažuranić 2, 35 000 Slavonski Brod, e-mail: dtomerlin@unisb.hr
[2] **Prof. dr. sc. Dražan Kozak, red. prof. u t.z.,** Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Trg I. B. Mažuranić 2, 35 000 Slavonski Brod, e-mail: dkozak@unisb.hr
[3] **Prof. dr. sc. Ivan Samardžić, red. prof. u t.z.,** Sveučilište u Slavonskom Brodu, Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu, Trg I. B. Mažuranić 2, 35 000 Slavonski Brod, e-mail: isamardzic@unisb.hr
[4] **Prof. dr. sc. Nenad Gubeljak, red. prof. u t.z.,** Univerza v Mariboru, Fakulteta za strojništvo Maribor, Smetanova ul. 17, 2000 Maribor, e-mail: nenad.gubeljak@um.si

1 Uvod

Zavareni spojevi fizikalno predstavljaju kompleksne heterogene cjeline s izrazitom promjenom mikrostrukturalnih i mehaničkih svojstava duž poprečnog presjeka. Globalna heterogenost spoja očituje se kroz tri osnovne, strukturne zone (Slika 1):

1. **Osnovni materijal (OM):** dio konstrukcije neizmijenjen toplinskim ciklusom zavarivanja.
2. **Metal zavara (MZ):** zona nastala taljenjem i naknadnim skrućivanjem dodatnog (i dijela osnovnog) materijala.
3. **Zona utjecaja topline (ZUT):** volumen krutog metala neposredno uz liniju taljenja koji je bio izložen visokim temperaturama i brzim ciklusima hlađenja.

Unutar ZUT-a, ovisno o vršnoj temperaturi, nastaju značajne metalurške transformacije i rast zrna. ZUT se dijeli na mikrostrukturne regije od fuzijske linije prema OM: CGHAZ (grubozrnata zona), FGHAZ (finozrnata zona), ICHAZ (interkritična zona) i SCHAZ (subkritična zona). Svaka regija ima specifična mehanička svojstva, CGHAZ često ima veću tvrdoću, ali nižu žilavost, dok ICHAZ može sadržavati "*mekane zone*" sklone lokalnoj plastičnoj deformaciji. Širina ZUT-a kod standardnog zavarivanja iznosi samo nekoliko milimetara, pa je ispitivanje mehaničkih svojstava tih malih, lokaliziranih volumena standardnim epruvetama (npr. EN ISO 6892-1) praktično neizvedivo, epruvete uključuju nekoliko zona odjednom i ne hvataju lokalne ekstreme.

Kako bi se premostio ovaj problem, razvijeni su pristupi temeljeni na geometrijskom skaliranju uzoraka te naprednim matematičkim analizama otiska utiskivanja (indentacije). Ovaj rad fokusira se na sustavnu usporedbu četiriju metoda [1]:

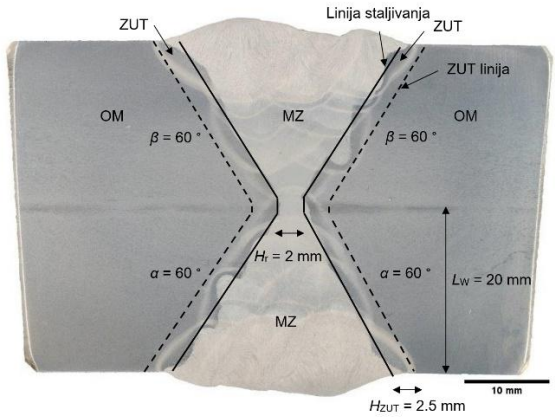
- **ASTM E8** okrugle vlačne epruvete smanjenih dimenzija (eng. *subsize*)
- **Mini tensile specimens (MTS)** plosnate minijaturne epruvete
- **Vickers tvrdoća (HV10)** s korelacijskim izrazima za procjenu čvrstoće
- **Profilometry-based indentation plastometry (PIP)** metoda za direktno generiranje krivulja naprezanje-deformacija (σ-ε)

2 Eksperimentalni pristup

2.1 Materijali i zavareni spoj

U ovom razmatranju je korišten sitnozrnati visokočvrsti konstrukcijski čelik **S690QL1**, debljine ploča 40 mm, isporučen u QT kaljenom + popuštenom stanju. Prema specifikacijama, nominalna granica tečenja ovog materijala iznosi $R_{p0.2} \geq 690$ MPa, dok je vlačna čvrstoća u rasponu R_m = 770 - 940 MPa.

Zavarivanje je izvedeno MAG elektrolučnim postupkom u zaštitnom plinu. Geometrija pripreme spoja je dvostrani V-spoj (X-spoj), s kutom žlijeba od 60°, zračnosti u korijenu b = 2 mm i visinom korijena c = 2 mm (Slika 1). Za dodatni materijal odabrana je mikrolegirana puna žica oznake Mn3Ni1CrMo (ER110S-G), prema kriteriju više čvrstoće metala zavara (eng. *overmatching*), s faktorom predimenzioniranja M = 1.16. Ukupan spoj izveden je u 22 prolaza (3 korijenska i 19 prolaza popune), uz strogo kontrolirani unos topline Q = 0.85 - 0.87 kJ/mm i vremena hlađenja $\Delta t_{8/5}$ = 4.4 - 4.5 s.

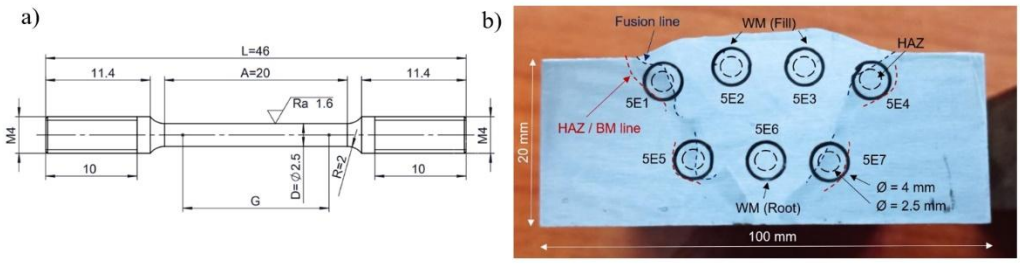


Slika 1. X zavareni spoj

2.2 ASTM E8 okrugle vlačne subsize epruvete

Ova destruktivna metoda koristi geometrijski skalirane okrugle vlačne epruvete u skladu s proporcionalnim preporukama norme ASTM E8.

- **Dimenzije:** Promjer ispitnog tijela D = 2.5 mm, duljina mjernog dijela A = 20 mm, ukupna duljina epruvete L = 46 mm, s navojnim hvatištima M4 na krajevima (Slika 2a).
- **Provedba:** Uzorci su izrezani uzdužno iz točno definiranih položaja kroz debljinu ploče. Pripremljene su epruvete za OM te 7 epruveta iz spoja (5E1–5E7): 4 u HAZ-u te 3 epruvete iz MZ (Slika 2b). Ispitivanja su izvedena na Messphysik BETA 250 pri 22 °C.
- **Karakteristike zone:** Kružni poprečni presjek daje ispitnu površinu od $A \approx 4.91$ mm^2. Zbog ovih dimenzija, epruveta integrira makroskopska svojstva unutar zadanog promjera te je stoga primjenjiva isključivo za opću diferencijaciju između homogenih volumena OM-a, MZ-a i generaliziranog ZUT-a, bez mogućnosti detekcije pojedinačnih regija unutar ZUT-a.

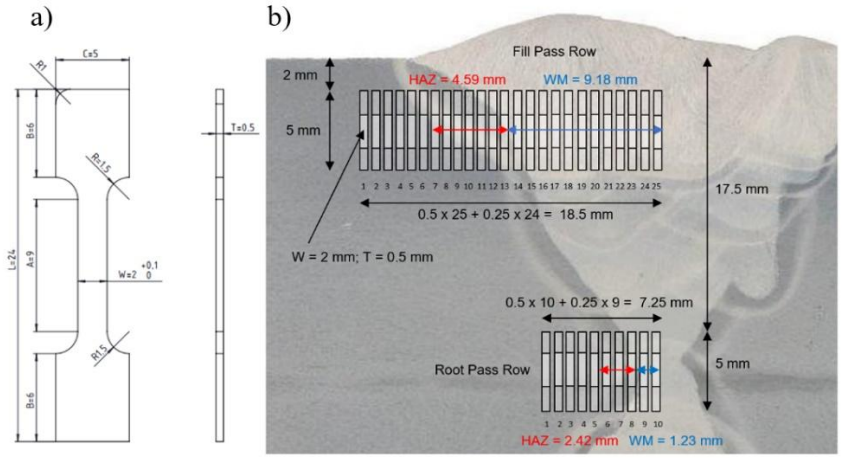


Slika 2. ASTM E8 vlačno testiranje: a) epruveta, b) raspored epruveta u zavaru

2.3 MTS vlačno testiranje

MTS (eng. *Mini Tensile Specimen*) metoda predstavlja korak naprijed u lokalizaciji destruktivnog ispitivanja [2].

- **Dimenzije:** Ukupna duljina L = 24 mm, duljina reduciranog paralelnog dijela A = 9 mm, širina mjernog dijela W = 2 mm i debljina T = 0.5 mm (Slika 3a).
- **Provedba:** Epruvete su rezane elektroerozijom žicom (Ø = 0.25 mm) i orijentirane su uzdužno prema zavaru (Slika 3b). Ispitivanje je na kidalici Instron 1255, a deformacije su popraćene stereo-optički ARAMIS sustavom pomoću DIC metode.
- **Karakteristike zone:** Pravokutni poprečni presjek daje izrazito malu ispitnu površinu A = 1 mm^2. Takva mala površina omogućuje diskretno "*skeniranje*" i linearno mapiranje promjene vlačnih svojstava od OM-a, preko svih podregija ZUT-a, do središta MZ-a.



Slika 3. MTS vlačno testiranje: a) epruveta, b) raspored epruveta u zavaru

2.4 Indentacijske metode (HV10 i PIP testiranje)

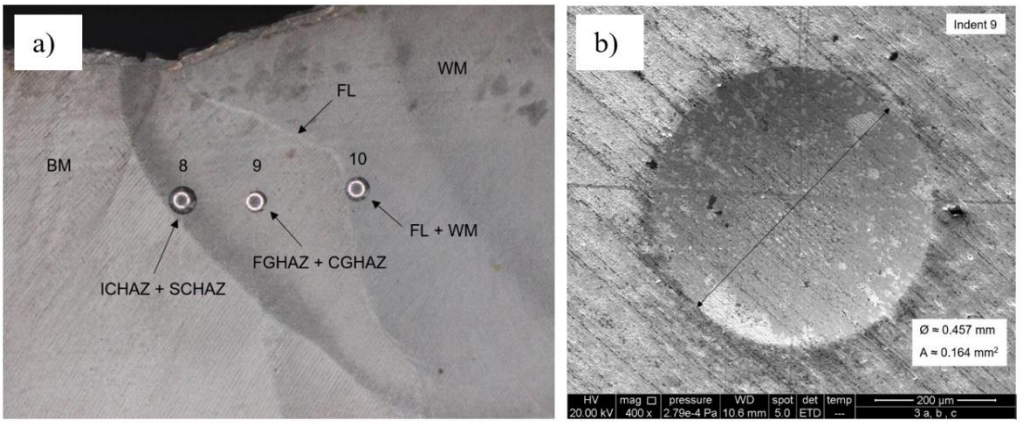
Vickers HV10 Standardno mjerenje tvrdoće po Vickersu iskorišteno je kao poludestruktivna metoda za procjenu vlačne čvrstoće [2] utiskivanjem dijamantne piramide silom od 98.07 N (HV10) na uređaju Zwick Roell ZHV-10. Ispitna površina otiska varira od 0.016 mm^2 (kod tvrdih zona od 600 HV) do 0.093 mm^2 (kod mekanih zona od 100 HV).

Za procjenu granice tečenja $R_{p0.2}$ i vlačne čvrstoće R_m iz vrijednosti tvrdoće primijenjene su empirijske jednadžbe preporučene normom EN ISO 15653:

- za OM: $R_{p0.2}$ = 3.28 HV10 - 221; R_m = 3.3 HV10 - 8
- za MZ i ZUT: $R_{p0.2}$ = 2.35 HV10 + 62; R_m = 3.0 HV10 + 22.1

Profilometry-based Indentation Plastometry (PIP) je inovativna, suvremena metoda tvrtke Plastometrex [3] koja omogućuje direktno dobivanje cjelovite krivulje naprezanje-deformacija (σ-ε) bez fizičkog razaranja komponente.

- **Provedba:** Sferni indenter promjera Ø = 1 mm utiskuje se u poliranu površinu poprečnog presjeka zavara kontroliranom silom (600 - 1000 N), postižući dubinu utiskivanja reda veličine 100 µm.
- **Matematički model:** Za čelik S690QL1 testna površina ≈ 0,503 mm^2, što omogućava pozicioniranje indenta unutar mikro-regija (npr. linija staljivanja ili CGHAZ) (Slika 4a). Simulirani i eksperimentalni profil otiska se poklapaju uz pomoć softvera (Slika 4b).



Slika 4. PIP indentacija: a) raspored indenata u zavaru, b) SEM mikrograf indenta

3 Rezultati i diskusija

Sustavna usporedba eksperimentalnih podataka prikupljenih kroz četiri analizirane metode otkriva jasne zakonitosti i trendove u pogledu mehaničkog ponašanja čelika S690QL1.

ASTM E8 subsize epruvete omogućavaju stabilne, referentne vrijednosti za homogene zone OM i MZ. Za OM prosječne vrijednosti $R_{p0.2}$ = 736.6 MPa i R_m = 810.2 MPa, uz standardne devijacije SD = 66.5/46.0 MPa. Za MZ jesu $R_{p0.2}$ = 779.0 MPa i R_m = 902.4 MPa, uz SD = 56.9/25.2 MPa. Međutim, kod ZUT-a su $R_{p0.2}$ = 859.9 MPa i R_m = 937.6 MPa, uz izuzetno velike SD = 109.2/74.0 MPa. Ova metoda ne može razlikovati pojedine podregije HAZ-a i može odrediti svojstva HAZ-a samo na općoj razini materijala.

MTS metoda uspješno locira točne makroskopske trendove duž poprečnog presjeka. Ključni doprinos ove metode je detekcija lokalnih vršnih vrijednosti ("*pikovi*" čvrstoće). Za OM prosječni iznosi $R_{p0.2}$ = 734.0 MPa i R_m = 822.0 MPa, uz SD = 5.7/16.4 MPa. MZ su $R_{p0.2}$ = 783.8 MPa i R_m = 865.6 MPa uz SD = 29.7/21.0 MPa. ZUT ima prosječno $R_{p0.2}$ = 782.4 MPa i R_m = 865.6 MPa uz SD = 70.0/58.7 MPa. Odstupanja rezultata za OM i MZ su relativno niska i znatno manja od ASTM E8. ZUT pokazuje veća odstupanja, zbog očekivanih varijacija materijala.

Tvrdoća HV10 konvertirana u vlačne iznose pokazuje kvalitativno podudaranje s destruktivnim metodama, potvrđujući trend rasta čvrstoće prema središtu zavara s ekstremima u ZUT-u. U gornjim zonama popune, u ZUT-u su ekstremno visoki $R_{p0.2}$ = 983.6 MPa i R_m = 1198.6 MPa, dok su u korijenoj zoni te vrijednosti znatno niže $R_{p0.2}$ = 737.4 MPa i R_m = 884.3 MPa.

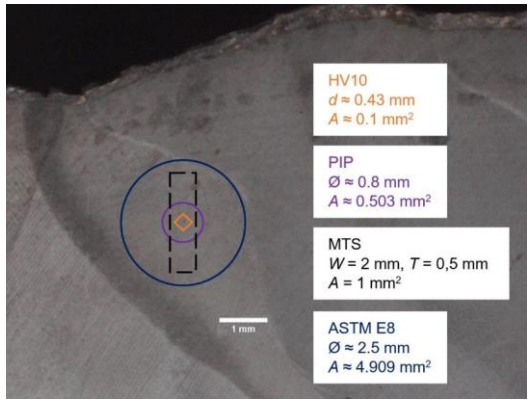
Profilometrijska indentacijska plastometrija pokazuje najveću moć razlučivanja heterogenosti. Budući da otisak sfere zauzima svega 0.503 mm^2, indenti su ciljano pozicionirani u pojedinačne podregije. Rezultati PIP-a za specifične mikroskopski potvrđene zone iznose:

- Kombinirana ICHAZ + SCHAZ (mekana zona): $R_{p0.2}$ = 775.0 MPa; R_m = 853.2 MPa
- Linija fuzije i rub zavara (FL + MZ): $R_{p0.2}$ = 919.3 MPa; R_m = 954.0 MPa
- Kombinirana FGHAZ + CGHAZ (tvrda zona): $R_{p0.2}$ = 1131.3 MPa; R_m = 1182.0 MPa

4 Zaključak

Usporedbom rezultata četiriju eksperimentalnih metoda te ispitnih površina (Slika 5) na X-zavarenom spoju čelika S690QL1 mogu se donijeti sljedeći zaključci o njihovoj primjenjivosti:

- ASTM E8 subsize ($A \approx 4.91$ mm²): pouzdane za homogene, makroskopske komponente, ali neprikladne za uske zone ZUT-a zbog velikog testnog volumena i disperzije rezultata
- MTS metoda ($A = 1$ mm²): izvrsne za linearno mapiranje mehaničkih svojstava duž zavara; otkrivaju lokalne ekstreme, ali zahtijevaju složenu izradu (EDWC)
- HV10 tvrdoća ($A \approx 0.1$ mm²): visoko prostorno rezolutna metoda za podregije ZUT-a; nedostaju joj izravni podaci o plastičnom tečenju i oslanja se na empirijske korelacije
- PIP metoda ($A \approx 0.503$ mm²): najmoćnija metoda za heterogene zone uz precizno pozicioniranje indenta u mikroregije (npr. CGHAZ, FL), generiranje σ-ε krivulja



Slika 5. Ispitne površine A obzirom na različite ispitne metode

Zahvala

Ovaj znanstveni rad financiralo je Sveučilište u Slavonskom Brodu u sklopu institucionalnog istraživačkog projekta Analiza utjecaja strukturnih i procesnih parametara FDM tehnologije na mehanička i vibracijska svojstva poliamidnog PA6 zuba cilindričnog čelnika s ravnim zubima u svrhu optimiranja hibridnog dizajna strukture ispune, financiranog sredstvima Europske unije – NextGenerationEU.

Literatura

[1] Tomerlin, D., Kozak, D., Gubeljak, N., Pentek, I., Tensile testing of S690QL1 HSS welded joint heterogeneous zones using small scale specimens and indentation methods. *Materials Testing*, vol. 66, no. 10, pp. 1600-1619, 2024.

[2] Bally, J., De Waele, W., Verleysen, P, Gubeljak, N., Hertelé, S., Characterisation of weld heterogeneity through hardness mapping and miniature tensile testing, *International Journal of Sustainable Construction and Design* 6, 3, 8, 2015

[3] Clyne, T.W., Campbell, J.E., Burley, M., Dean, J., Profilometry-Based Inverse Finite Element Method Indentation Plastometry, *Advanced Engineering Materials*, 23, 9, 2021

Primjena transformer neuronskih mreža za modeliranje konstitutivnog ponašanja materijala

Turalija, S.[1], Lesičar, T.[2]

Sažetak
U radu se istražuje primjena transformer neuronskih mreža za modeliranje konstitutivnog ponašanja materijala. Razmatra se jednodimenzijski nelinearno elastični problem u kojem transformer na temelju sekvence deformacije predviđa pripadnu sekvencu naprezanja. Primijenjena je pojednostavljena arhitektura transformera s paraleliziranim blokovima mehanizama pažnje i sinusnim pozicijskim kodiranjem. Ulazni podaci generirani su sintetički primjenom konstitutivnog zakona poznatog iz literature, čime je omogućeno kontrolirano ispitivanje postupka učenja i točnosti predviđanja neuronske mreže. Razmatrani primjer predstavlja početni korak prema primjeni transformer neuronskih mreža za opis složenijih konstitutivnih relacija i materijala ovisnih o povijesti deformiranja.

Ključne riječi: konstitutivno modeliranje, neuronska mreža, transformer, mehanizam pažnje, nelinearna elastičnost

[1] **Stipe Turalija, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: stipe.turalija@fsb.unizg.hr
[2] **izv. prof. Tomislav Lesičar, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: tomislav.lesicar@fsb.unizg.hr

1 Uvod

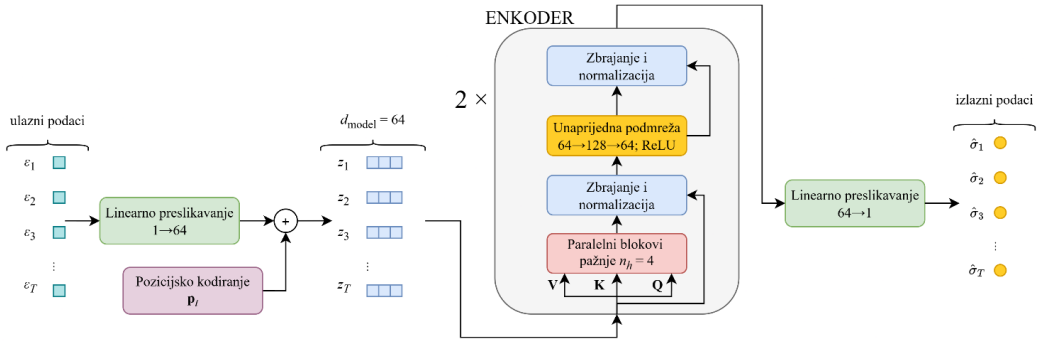
Mehaničko ponašanje materijala opisuje se konstitutivnim modelima kojima se uspostavljaju veze između deformacija, naprezanja i drugih veličina stanja. Klasični konstitutivni modeli temelje se na zakonima mehanike kontinuuma, eksperimentalnim opažanjima i pretpostavkama o unutarnjim mehanizmima deformiranja [1]. Pri opisivanju nelinearnih, neelastičnih i heterogenih materijala formulacije konstitutivnih modela mogu postati složene te zahtijevati velik broj materijalnih parametara [1]. Zbog toga se sve više istražuje primjena neuronskih mreža za modeliranje složenog konstitutivnog ponašanja materijala [2].

U početnim primjenama neuronskih mreža u konstitutivnom modeliranju često su korištene unaprijedne neuronske mreže (FFNN) koje mogu aproksimirati nelinearne odnose, ali nemaju ugrađen mehanizam za prijenos informacija o povijesti deformiranja. Za opis ponašanja materijala ovisnih o povijesti opterećenja primjenjuju se povratne neuronske mreže (RNN) kao i LSTM modeli, kod kojih se informacije prenose između uzastopnih koraka. Transformer neuronske mreže predstavljaju drugačiji pristup modeliranju sekvencijskih problema jer mehanizmom pažnje izravno određuju veze između podataka na različitim položajima sekvence [3]. Takve su mreže posljednjih godina primijenjene i za modeliranje konstitutivnog ponašanja materijala [4].

U ovom se radu istražuje mogućnost primjene transformer neuronskih mreža za predviđanje naprezanja na temelju zadane sekvence deformacija. Kao početni korak razmatra se jednodimenzijski nelinearno elastični problem s konstitutivnim zakonom poznatim iz literature. Takav pristup omogućuje kontrolirano ispitivanje arhitekture neuronske mreže, postupka učenja i točnosti predviđanja prije primjene modela na složenije probleme konstitutivnog modeliranja.

2 Transformer

Transformer je arhitektura dubokih neuronskih mreža razvijena za obradu sekvencijskih problema primjenom mehanizma pažnje (engl. *self-attention*) [3]. Izvorna arhitektura sastoji se od enkodera i dekodera. U ovom se radu primjenjuje jednostavnija arhitektura transformera, sastavljena samo od enkoderskog dijela, koja je prikazana na slici 1.



Slika 10. Shematski prikaz primijenjene arhitekture transformera

Ulaz modela čini sekvenca skalarnih vrijednosti deformacije $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_T)$, pri čemu je T duljina sekvence. Svaka se vrijednost deformacije u sekvenci najprije linearnim slojem preslikava iz skalara u vektor dimenzije $d_{\text{model}} = 64$. Tako dobiveni vektorski prikaz prikladan je za daljnju obradu u enkoderskim slojevima transformera.

Mehanizam pažnje sam po sebi ne sadržava informaciju o položaju pojedinog elementa unutar sekvence. Zbog toga se linearnom prikazu deformacije $\mathbf{x}_t$ dodaje pripadni vektor sinusnog pozicijskog kodiranja $\mathbf{p}_t$:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{W}_{\text{in}}\varepsilon_t + \mathbf{b}_{\text{in}}, \qquad \mathbf{z}_t = \mathbf{x}_t + \mathbf{p}_t. \tag{1}$$

Komponente sinusnog pozicijskog kodiranja određuju se prema izrazima [3]:

$$p_{t,2i} = \sin\left(\frac{t}{10000^{\,2i/d_{\text{model}}}}\right), \qquad p_{t,2i+1} = \cos\left(\frac{t}{10000^{\,2i/d_{\text{model}}}}\right). \tag{2}$$

Dobivena sekvenca vektora prolazi kroz dva uzastopna enkoderska sloja jednake strukture, ali s neovisnim težinskim parametrima. Svaki enkoderski sloj sadržava paralelne blokove mehanizma pažnje, unaprijednu neuronsku podmrežu, zbrajanje i normalizaciju sloja.

Mehanizam pažnje matematički je postupak kojim model određuje važnost pojedinih položaja sekvence pri oblikovanju izlaza. Za svaki položaj sekvence ne preuzimaju se sve informacije s jednakom važnošću, nego im se pridružuju težinski koeficijenti koji se određuju tijekom obrade podataka. Budući da se u enkoderskom sloju sve potrebne informacije dobivaju iz iste ulazne sekvence, riječ je o mehanizmu pažnje (engl. *self-attention*).

Mehanizam pažnje temelji se na upitima (engl. *queries*), ključevima (engl. *keys*) i vrijednostima (engl. *values*). Neka je $\boldsymbol{Z}$ matrica ulaznih prikaza, pri čemu svaki njezin redak odgovara jednom položaju sekvence. Iz matrice $\boldsymbol{Z}$ trima se neovisnim linearnim preslikavanjima dobivaju matrice upita $\mathbf{Q}$, ključeva $\mathbf{K}$ i vrijednosti $\mathbf{V}$:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Z}\mathbf{W}^{Q}, \qquad \mathbf{K} = \mathbf{Z}\mathbf{W}^{K}, \qquad \mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{W}^{V}. \tag{3}$$

Matrice $\mathbf{W}^{\mathrm{Q}}$, $\mathbf{W}^{\mathrm{K}}$ i $\mathbf{W}^{\mathrm{V}}$sadržavaju težinske parametre koji se određuju tijekom učenja. Upit $\boldsymbol{q}_t$ može se tumačiti kao opis informacije potrebne pri obradi položaja t. Ključ $\boldsymbol{k}_j$ opisuje informaciju povezanu s položajem j i služi za usporedbu s upitom, dok vrijednost $\boldsymbol{v}_j$ sadržava informaciju koja se prenosi u izlaz ako se pripadni položaj ocijeni važnim.

Važnost položaja j pri oblikovanju izlaza za položaj t određuje se skalarnim produktom upita $\boldsymbol{q}_t$ i ključa $\boldsymbol{k}_j$. Veći skalarni produkt označuje veću podudarnost upita i ključa, a time i veći utjecaj pripadnoga položaja na izlaz. Dobivene se vrijednosti dijele s korijenom dimenzije vektora ključa kako bi se ograničio njihov iznos i poboljšala numerička stabilnost. Funkcijom *softmax* zatim se pretvaraju u nenegativne težinske koeficijente čiji je zbroj jednak jedinici. Skalirani skalarni produkt pažnje računa se prema izrazu [3]:

$$\text{Attention}(\mathbf{Q},\mathbf{K},\mathbf{V}) = \text{softmax}\left(\frac{\mathbf{Q}\mathbf{K}^{\mathrm{T}}}{\sqrt{d_k}} + \mathbf{M}\right)\mathbf{V}, \tag{4}$$

gdje je d_k dimenzija vektora ključa. Izlaz za položaj t predstavlja težinski zbroj vektora vrijednosti svih razmatranih položaja. Položaji kojima su pridruženi veći težinski koeficijenti snažnije utječu na izlazni prikaz. Na taj način model iz ulazne sekvence izdvaja informacije koje smatra relevantnima za oblikovanje predviđanja na pojedinom položaju.

Mehanizam pažnje sastoji se od više paralelnih blokova, koji neovisno provode opisani postupak. Svaki blok pažnje ima vlastite matrice težinskih parametara, zbog čega može naučiti drukčiji način uspoređivanja položaja sekvence. U primijenjenom modelu upotrebljavaju se četiri bloka pažnje. Primjena više blokova omogućuje modelu istodobno učenje različitih veza između podataka unutar sekvence.

Nakon mehanizma pažnje podaci prolaze kroz unaprijednu mrežu sastavljenu od dvaju potpuno povezanih linearnih slojeva. Prvi sloj povećava dimenziju prikaza sa 64 na 128, nakon čega se primjenjuje aktivacijska funkcija ReLU, dok drugi sloj ponovno smanjuje dimenziju na 64.

U svakom se enkoderskom sloju dva puta provodi zbrajanje ulaza i izlaza. Najprije se izlaz mehanizma pažnje zbraja s njegovim ulazom, a zatim se izlaz unaprijedne mreže zbraja s vektorskim prikazom koji je u nju ušao. Nakon svakoga zbrajanja primjenjuje se normalizacija sloja. Zbrajanjem ulaza s izlazom svaki dio enkoderskog sloja ne mora oblikovati potpuno novi prikaz podataka, nego uči samo potrebnu korekciju postojećega prikaza. Ako korekcija nije potrebna, izlaz toga dijela može biti blizak nuli, pa se ulazna informacija uglavnom zadržava. Zbrajanje ujedno omogućuje izravniji prijenos gradijenata kroz mrežu, čime se olakšava i stabilizira učenje.

Nakon prolaska kroz oba enkoderska sloja završni linearni sloj preslikava vektorski prikaz svakog položaja u jednu skalarnu vrijednost predviđenoga naprezanja. Model tako ostvaruje preslikavanje

$$(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T) \mapsto (\hat{\sigma}_1, \dots, \hat{\sigma}_T). \tag{5}$$

Mreža uči nadziranim postupkom na parovima sekvenci deformacija i pripadnih referentnih sekvenci naprezanja. Odstupanje između referentnih i predviđenih normaliziranih naprezanja određuje se kvadratom srednje greške

$$L = \frac{1}{BT} \sum_{n=1}^{B} \sum_{t=1}^{T} \left(\hat{\sigma}_t^{(n)} - \sigma_t^{(n)} \right)^2, \tag{6}$$

gdje je B broj sekvenci u skupini podataka (engl. *batch*) koja se istodobno obrađuje, T duljina svake sekvence, n indeks sekvence, a t položaj unutar sekvence. Oznake $\sigma_t^{(n)}$ i $\hat{\sigma}_t^{(n)}$ predstavljaju referentno i predviđeno normalizirano naprezanje. Naprezanja se prije učenja normaliziraju kako bi se smanjio utjecaj numeričke vrijednosti na funkciju gubitka i poboljšala stabilnost postupka učenja, a konačni izlaz modela se na samom kraju vraća u MPa.

Nakon izračunavanja funkcije gubitka postupkom povratne propagacije pogreške određuje se doprinos svakoga težinskog parametra nastaloj pogrešci. Na temelju dobivenih gradijenata parametri se mijenjaju u smjeru smanjenja funkcije gubitka primjenom optimizacijskog algoritma AdamW. Adam (engl. *Adaptive Moment Estimation*) prilagođava veličinu promjene svakoga

parametra uzimajući u obzir smjer i veličinu gradijenata iz prethodnih koraka učenja. AdamW je inačica algoritma Adam u kojoj W označuje smanjivanje težina (engl. *weight decay*), pri kojem se njihove apsolutne vrijednosti u svakoj iteraciji dodatno smanjuju za mali iznos. Riječ je o tehnici regularizacije koja se provodi odvojeno od promjene određene gradijentom, čime se sprječavaju kompleksne aproksimacije i smanjuje rizik od preučenja modela (engl. *overfitting*).

Za uspješno učenje i sposobnost poopćenja važna je dostatna količina podataka i njihova podjela na skupove za učenje, validaciju i testiranje. Skup za učenje služi za prilagođavanje parametara, dok se validacijskim skupom nakon svake epohe prati ponašanje modela na novim podacima. Ako se validacijska pogreška ne smanjuje tijekom zadanoga broja epoha, učenje se prekid ranim zaustavljanjem radi sprječavanja preučenja (engl. *overfitting*). Zadržava se stanje modela s najmanjom validacijskom pogreškom, a konačno se vrednovanje provodi na skupu za testiranje.

3 Primjena transformera na modelu jednodimenzijske nelinearne elastičnosti

Razmatra se jednodimenzijski nelinearni elastični konstitutivni zakon, zadan izrazom

$$\sigma(\varepsilon) = E\varepsilon + \alpha\varepsilon^3, \tag{7}$$

pri čemu je E = 210 000 MPa, a α = 200 MPa. Analitički izračunata naprezanja upotrebljavaju se kao referentne vrijednosti za učenje i vrednovanje modela.

Ista arhitektura transformera ispituje se u dva odvojena slučaja. U prvom se model uči isključivo na cikličkim sekvencama opterećenja, dok se u drugom ponovno inicijalizira i uči isključivo na stohastičkim sekvencama opterećenja. Stoga nije riječ o jednom modelu zajednički učenom na obje vrste podataka, nego o dvjema zasebno učenim instancama iste arhitekture.

Za svaki je slučaj generirano 2000 sintetičkih sekvenci duljine 100 koraka, od kojih je 70 % upotrijebljeno za učenje, 15 % za validaciju i 15 % za testiranje. Razmatrane su cikličke i glatke stohastičke raspodjele sekvence deformacija, čiji su reprezentativni primjeri prikazani na slikama 2(a) i 2(c). U oba je slučaja deformacija ograničena na interval $-0{,}003 \leq \varepsilon \leq 0{,}003$. Postavke učenja jednake su za oba slučaja i navedene su u tablici 1.

Tablica 1. Postavke učenja transformera

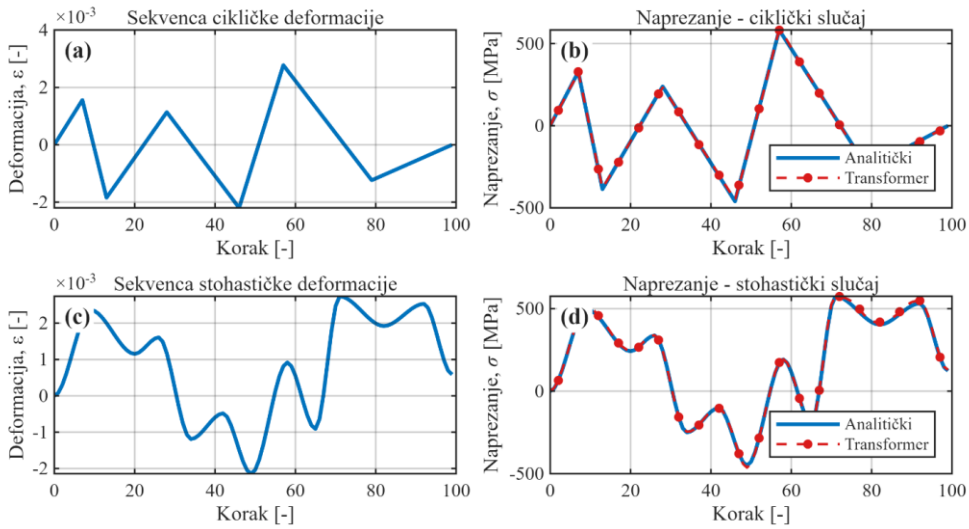
Parametar	Vrijednost
Veličina skupine (engl. *batch*)	32
Maksimalni broj epoha	50
Optimizacijski algoritam	AdamW
Korak učenja	10^{-3}
Smanjenje težinskih parametara (engl. *weight decay*)	10^{-4}
Funkcija gubitka	kvadrat srednje pogreške
Strpljenje ranoga zaustavljanja	8 epoha
Najmanje poboljšanje	10^{-6}

Na slici 2 prikazane su reprezentativne sekvence iz skupova za testiranje, koje nisu bile upotrijebljene pri učenju ni validaciji, te pripadna analitička i predviđena naprezanja. Predviđene krivulje u oba se slučaja gotovo potpuno preklapaju s analitičkim rješenjem. Model vrlo dobro prati promjene smjera deformiranja te pripadne lokalne maksimume i minimume naprezanja. Time je potvrđeno da obje zasebno učene instance modela reproduciraju zadani konstitutivni odnos na prethodno neviđenim sekvencama. Rezultati potvrđuju da model uspješno aproksimira trenutačni odnos deformacije i naprezanja.

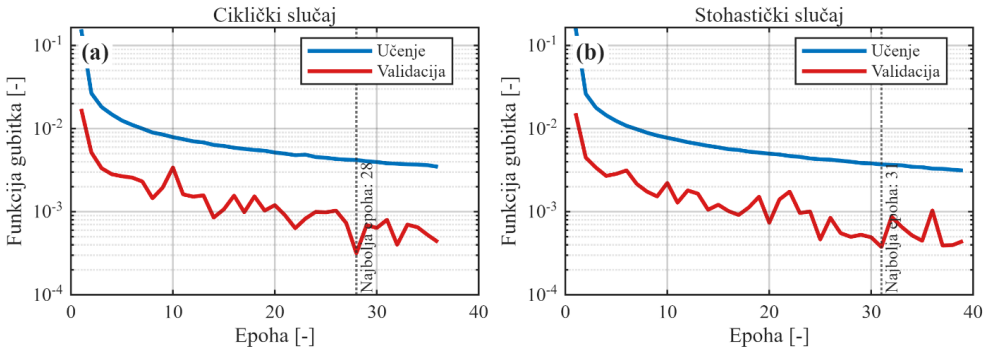
Na slici 3 prikazane su krivulje učenja dvaju odvojenih postupaka. Tijek učenja vrlo je sličan u oba slučaja: funkcija gubitka naglo opada tijekom početnih epoha, a zatim se postupno stabilizira. Najmanja validacijska pogreška ostvarena je u 28. epohi za ciklički i u 31. epohi za stohastički slučaj, pa je za stohastičke sekvence bilo potrebno nešto više epoha do postizanja najboljega rezultata. Sličan oblik krivulja i usporedive završne vrijednosti funkcije gubitka pokazuju da su odabrane postavke učenja prikladne za obje vrste sekvenci.

Razmatrani jednodimenzijski primjer predstavlja početnu provjeru primjene transformera u konstitutivnom modeliranju. U daljnjem istraživanju potrebno je analizirati utjecaj dimenzije modela, broja enkoderskih slojeva i blokova pažnje, duljine sekvence, količine podataka i postavki učenja na točnost i stabilnost predviđanja. Uz broj korištenih hiperparametara treba pratiti potrošnju računalnih resursa, trajanje učenja i računanja. Model zatim treba razvijati za modeliranje složenijih konstitutivnih zakona, poput elastoplastičnosti, viskoelastičnosti i oštećenja, kao i problema kod kojih ponašanje materijala ovisi o temperaturi. Korisno bi bilo usporediti rezultate i s drugim arhitekturama neuronskih mreža [5].

Važan korak predstavlja njegova ugradnja u programske pakete metode konačnih elemenata, osobito za primjenu u višerazinskim simulacijama [6] i povezivanje s metodom faznog polja pri modeliranju oštećenja i loma. Osim toga, jedan od ciljeva daljnjega istraživanja jest provjeriti model na eksperimentalnim podacima [7].



Slika 11. (a) Sekvenca cikličke deformacije; (b) analitičko i predviđeno naprezanje za ciklički slučaj; (c) sekvenca stohastičke deformacije; (d) analitičko i predviđeno naprezanje za stohastički slučaj



Slika 12. Krivulje učenja i validacije: (a) ciklički slučaj, (b) stohastički slučaj

4 Zaključak

U radu je prikazana primjena transformer neuronske mreže na jednodimenzijskom problemu nelinearne elastičnosti. Ista je arhitektura zasebno učena na cikličkim i stohastičkim sekvencama deformacija, a predviđena naprezanja gotovo se potpuno podudaraju s analitičkim rješenjem za prethodno neviđene sekvence. Dobiveni rezultati potvrđuju ispravnost razvijenoga postupka te model stoga predstavlja polaznu osnovu za daljnji razvoj. Njegovu primjenu potrebno je ispitati na složenijim konstitutivnim modelima, učiti na eksperimentalnim mjerenjima te ugraditi u metodu konačnih elemenata, za primjenu u višerazinskim simulacijama i povezivanje s metodom faznog polja.

Zahvale

Ovaj je rad financiran sredstvima Europske unije (NextGenerationEU) u sklopu Nacionalnog plana oporavka i otpornosti 2021. – 2026. (NPOO) kroz institucionalni projekt Sveučilišta u Zagrebu Fakulteta strojarstva i brodogradnje „Integrirani eksperimentalno-numerički pristup modeliranju gubitka nosivosti konstrukcijskih komponenata proizvedenih aditivnim tehnologijama“, koji je odobrilo Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih (komponenta C3.2., izvor 581).

Literatura

[1] Fuhg JN, Anantha Padmanabha G, Bouklas N, Bahmani B, Sun WC, Vlassis NN, et al. A review on data-driven constitutive laws for solids. Arch Comput Methods Eng. 2025;32:1841–1883.
[2] Dornheim J, Morand L, Nallani HJ, Helm D. Neural networks for constitutive modeling: From universal function approximators to advanced models and the integration of physics. Arch Comput Methods Eng. 2024;31(2):1097–1127.
[3] Vaswani A, Shazeer N, Parmar N, Uszkoreit J, Jones L, Gomez AN, et al. Attention is all you need. Adv Neural Inf Process Syst. 2017;30:5998–6008.

[4] Pitz E, Pochiraju K. A neural network transformer model for composite microstructure homogenization. Eng Appl Artif Intell. 2024;134:108622.
[5] Li QJ, Cinbiz MN, Zhang Y, He Q, Beausoleil G, Li J. Robust deep learning framework for constitutive relations modeling. Acta Mater. 2023;254:118959.
[6] Yuan Z, Poh LH. Pre-trained transformer model as a surrogate in multiscale computational homogenization framework for elastoplastic composite materials subjected to generic loading paths. Comput Methods Appl Mech Eng. 2024;421:116745.
[7] Liu C, Chen X, Chen W, Shi L, Li W, Su X, et al. Uniaxial and multiaxial cyclic deformation behavior prediction of Z2CN18.10 austenitic stainless steel based on Transformer deep learning method. Int J Fatigue. 2024;186:108389.

Metoda neglatke kontaktne dinamike u dinamičkoj analizi ljuljanja krutog bloka na elastičnoj gredi

Tutić, K.[1], Čeh, N.[2] i Mudrić, T.[3]

Sažetak
Ovaj rad analizira slobodno ljuljanje krutoga pravokutnog bloka na slobodno oslonjenoj elastičnoj Euler–Bernoullijevoj gredi. Cilj je formulirati numerički postupak za neglatku kontaktnu dinamiku te ispitati kako promjena debljine grede utječe na opadanje uzastopnih amplituda zaokreta. Na temelju statičkih odziva grede izvedena je efektivna matrica mase za impulsnu formulaciju kontakta. Normalni kontakt i udar opisani su Signorinijevim i Newtonovim uvjetima, trenje Coulombovim zakonom, a vremenska integracija provedena je Moreau–Jeanovom shemom. Usporedba s jednim eksperimentalnim zapisom pokazuje dobro podudaranje vremena i amplituda prva tri vrha, uz veće odstupanje u nastavku. Pokusi obuhvaćaju blokove omjera visine i širine 3,0, 4,5 i 6,0 te grede jednakoga raspona i širine, ali različite debljine. Normalizirani omjer gravitacijskih potencijalnih energija izračunanih iz prvih amplituda ostaje blizu Housnerove reference za blokove B4S i B6S. Odgovarajući omjer između kasnijih vrhova smanjuje se za sva tri bloka povećanjem debljine grede od G1 prema G3, što pokazuje da se utjecaj dinamičkoga odziva grede jasnije očituje nakon više prijenosa kontakta.

Ključne riječi: neglatka kontaktna dinamika; slobodno ljuljanje; kruti blok; elastična greda; efektivna matrica mase

[1] **Katarina Tutić, mag. ing. aedif.**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: katarina.tutic@gradri.uniri.hr
[2] **izv. prof. dr. sc. Nina Čeh, mag. ing. aedif.**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: nina.ceh@gradri.uniri.hr
[3] **doc. dr. sc. Teo Mudrić, mag. ing. aedif.**, Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet, Zavod za nosive konstrukcije i tehničku mehaniku, Radmile Matejčić 3, 51000 Rijeka, e-mail: teo.mudric2@uniri.hr

1 Uvod

Slobodno ljuljanje pravokutnoga bloka odvija se kao niz zakretanja oko naizmjence dvaju donjih vrhova i udara pri prijenosu kontakta. Housnerov model pretpostavlja krutu i nepomičnu podlogu, pa geometrija bloka određuje gibanje i referentni gubitak energije pri udaru [1]. Pokusi na prizmatičnim blokovima pokazuju da odziv ovisi i o veličini bloka, načinu otpuštanja i svojstvima kontaktne plohe [2]. Na elastičnoj se podlozi kontaktna točka giba zajedno s podlogom, a dio energije prenosi se u njezine oscilacije [3,6]. Zbog toga se ponašanje sustava blok–greda ne može u cijelosti opisati referencom za krutu podlogu.

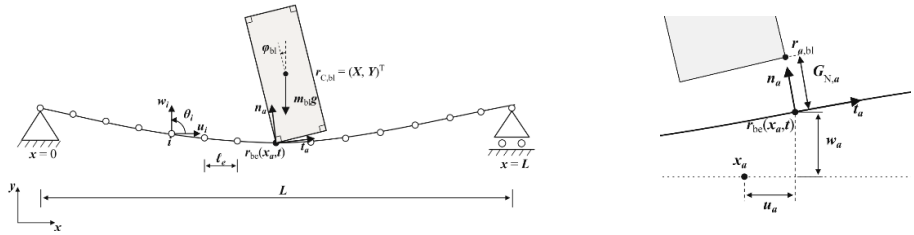
Neglatka kontaktna dinamika omogućuje opis odvajanja, ponovnoga kontakta, prianjanja i klizanja bez uvođenja umjetne kontaktne krutosti [4,5]. U MKE modelu impulsna korekcija vezana samo uz stupnjeve slobode neposredno uz kontakt može biti osjetljiva na gustoću mreže. Ovdje se korekcija izvodi na temelju statičkih kontaktnih odziva cijele grede i pripadne efektivne matrice mase. Ciljevi su formulirati postupak, usporediti numerički i eksperimentalni zapis zaokreta te ispitati promjenu normaliziranih omjera nakon prvoga i tijekom kasnijih ciklusa ljuljanja.

2 Numerički model kontaktnoga odziva grede

Numerički model obuhvaća kruti blok s trima stupnjevima slobode, deformabilnu gredu i dvije moguće kontaktne točke. Položaj bloka opisan je pomacima težišta X i Y te kutom zakreta φ_{bl}. Greda je diskretizirana Euler–Bernoullijevim elementima duljine ℓ_e, s uzdužnim pomakom u_i, poprečnim pomakom w_i i zaokretom θ_i u svakom čvoru. Lijevi je kraj grede oslonjen nepomičnim, a desni pomičnim zglobnim osloncem. Lokalna normala n_a, tangenta t_a i razmak $G_{N,a}$ u svakoj kontaktnoj točki određuju se iz trenutačne geometrije (slika 1).

Normalni kontakt zadovoljava Signorinijev uvjet i Newtonov zakon udara, dok je tangencijalni impuls ograničen Coulombovim zakonom trenja. Kontakt može biti otvoren, u prianjanju ili u klizanju. Moreau–Jeanova shema razdvaja glatki prediktor gibanja od impulsne korekcije brzine. Semidiskretna jednadžba gibanja grede glasi

$$\mathbf{M}_{be}\ddot{\mathbf{q}}_{be} + \mathbf{D}_{be}\dot{\mathbf{q}}_{be} + \mathbf{K}_{be}\mathbf{q}_{be} = \mathbf{f}_{be} + \mathbf{N}\boldsymbol{\lambda}_{be} \tag{1}$$



Slika 1. Globalni model bloka na gredi (lijevo) i lokalna geometrija kontakta (desno).

Za impulsnu korekciju brzine uvodi se baza statičkih kontaktnih odziva. Četiri kontaktne koordinate odgovaraju normalnom i tangencijalnom smjeru u objema kontaktnim točkama.

Matrica $\boldsymbol{N}$ preslikava kontaktne sile ili impulse u globalne koordinate grede. Nenormirani statički odzivi na jedinična opterećenja tvore matricu $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_{\boldsymbol{B}}$, a normirana baza $\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{B}}$ određuje se izrazima

$$\mathbf{K}_{be}\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_B = \mathbf{N}, \qquad \mathbf{S}_B = \mathbf{N}^T\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_B, \qquad \boldsymbol{\Phi}_B = \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_B\mathbf{S}_B^{-1} \tag{2}$$

Matrica $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{B}}$ sadržava statičke utjecajne koeficijente u kontaktnim koordinatama, a normiranjem se reducirane koordinate izjednačuju s pomacima u odabranim kontaktnim smjerovima. Efektivna matrica mase i impulsna korekcija brzine glase

$$\mathbf{M}_{\text{eff}} = \boldsymbol{\Phi}_B^T\mathbf{M}_{be}\boldsymbol{\Phi}_B, \qquad \Delta\dot{\mathbf{q}}_{be} = -\boldsymbol{\Phi}_B\mathbf{M}_{\text{eff}}^{-1}\mathbf{P} \tag{3}$$

Matrica $\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{eff}}$ prenosi raspodijeljenu masu grede u reducirane kontaktne koordinate. Vektor $\boldsymbol{\Delta\dot{q}}_{\boldsymbol{be}}$ označava korekciju čvornih brzina grede, a $\boldsymbol{P}$ vektor impulsa koji djeluje na blok; na gredu djeluje impuls suprotnoga predznaka. Time impulsna formulacija kontakta uključuje odziv cijele grede, a ne samo stupnjeve slobode uz aktivnu kontaktnu točku.

3 Eksperimentalni program

Eksperimentalni program obuhvaća tri aluminijska bloka i tri aluminijske grede raspona 250 mm, odnosno devet kombinacija bloka i grede (tablica 1). Poprečni presjek svih blokova iznosi 30 × 30 mm, a omjeri njihove visine i širine iznose 3,0, 4,5 i 6,0, pa se blokovi razlikuju vitkošću. Grede imaju jednak raspon i širinu, ali različitu debljinu. Svaki je blok postavljen u zadani početni zaokret i otpušten iz mirovanja, bez dodatne pobude. Zaokret bloka i pomak grede istodobno su praćeni optičkim mjernim sustavom ZEISS Aramis preko mjernih oznaka na bloku, gredi i osloncima (slika 2). Broj zapisa uključenih u svaku srednju vrijednost označen je na slikama 4 i 5.



Slika 2. Eksperimentalni postav bloka na elastičnoj gredi (lijevo) i aluminijski blokovi različitih visina (desno).

Tablica 1. Dimenzije greda i blokova.

Element	Oznaka	L_g / l_b [mm]	b_g / b_b [mm]	t_g [mm]	h_b [mm]
Greda	G1	250	30	1,5	-
Greda	G2	250	30	2,0	-
Greda	G3	250	30	3,0	-
Blok	B4S	30	30	-	90
Blok	B6S	30	30	-	135
Blok	B7S	30	30	-	180

Omjeri savojnih krutosti greda G1 : G2 : G3 iznose 1 : 2,37 : 8, a omjeri masa 1 : 1,33 : 2, pa se povećanjem debljine istodobno mijenjaju krutost i masa. Iz svakoga su zapisa izdvojena četiri uzastopna vrha apsolutne vrijednosti kuta zaokreta A_0, A_1, A_2 i A_3. Vrh A_0 predstavlja početni položaj, a A_1, A_2 i A_3 sljedeće vrhove. Između A_0 i A_1 zbiva se jedan, a između A_1 i A_3 dva prijenosa kontakta. Iz amplitude svakoga vrha izračunava se promjena gravitacijske potencijalne energije bloka Π_k u odnosu na uspravni položaj. Ta veličina nije ukupna mehanička energija sustava blok–greda. Za k = 0, 1, 2, 3 vrijedi

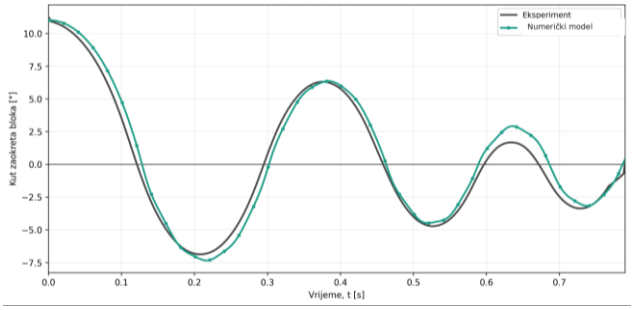
$$\Pi_k = mgR[\cos(\alpha - |\varphi_k|) - \cos\alpha], \qquad r_H = 1 - \frac{3}{2}\sin^2\alpha \tag{4}$$

$$Q_1 = \frac{\Pi_1}{\Pi_0 r_H^2}, \qquad Q_{13} = \frac{\Pi_3}{\Pi_1 r_H^4} \tag{5}$$

U jednadžbi (4) m je masa bloka, g ubrzanje sile teže, R udaljenost težišta od kontaktnoga vrha, α kut vitkosti, a φ_k zaokret u k-tom vrhu. Housnerov koeficijent r_H povezuje kutne brzine neposredno prije i nakon udara na krutoj podlozi. Omjer Q_1 uspoređuje promjenu potencijalne energije od A_0 do A_1 s Housnerovom referencom za jedan prijenos kontakta, a Q_{13} promjenu od A_1 do A_3 s referencom za dva prijenosa. Vrijednost 1 odgovara Housnerovoj referenci; vrijednosti iznad 1 znače manje, a vrijednosti ispod 1 veće smanjenje od referentnoga.

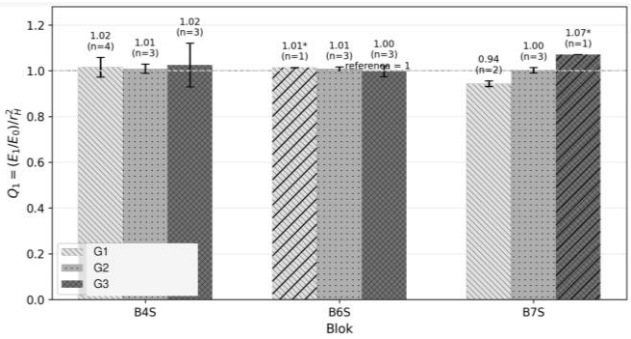
4 Rezultati

Zaokret bloka izračunan predloženim numeričkim postupkom uspoređen je s eksperimentalnim zapisom pokusa G2–B4S–Test2 (slika 3). Primijenjeni su E = 69 GPa, ρ = 2795 kg/m³, normalni koeficijent restitucije e_N = 0, koeficijent trenja μ = 0,364 i $\Delta t = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ s. Prva se tri vrha dobro podudaraju po vremenu, a razlika njihovih amplituda ne prelazi približno 0,5°, odnosno oko 4,5 % početne amplitude zaokreta. Pri četvrtome vrhu numerička amplituda iznosi oko 2,9°, dok je izmjereno oko 1,7°. Uzrok kasnijega odstupanja nije moguće pouzdano izdvojiti iz jedne usporedbe, pa je opsežnija validacija predmet daljnjega rada.



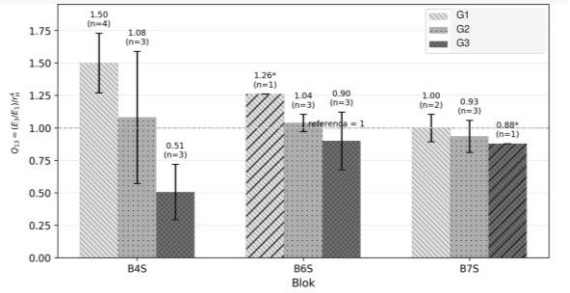
Slika 3. Usporedba izmjerenoga zaokreta bloka i numeričkoga rješenja za pokus G2–B4S–Test2.

Normalizirani omjer Q_1 nakon prvoga prijenosa kontakta prikazan je na slici 4. Za blokove B4S i B6S srednje se vrijednosti kreću od 1,00 do 1,02, pa od Housnerove reference odstupaju najviše 2 % i ne pokazuju dosljedan poredak među gredama. Za B7S raspon je širi, od 0,94 do 1,07, ali krajnje se vrijednosti temelje na najmanjem broju zapisa. Rezultati zato ne pokazuju jasan utjecaj debljine grede na smanjenje prvoga povratnog vrha.



Slika 4. Normalizirani omjer Q_1 nakon prvoga prijenosa kontakta. Stupci prikazuju srednje vrijednosti, vertikalne crte standardnu devijaciju kada je n > 1, a zvjezdica n = 1.

Normalizirani omjer Q_{13} između vrhova A_1 i A_3 prikazan je na slici 5. Povećanjem debljine grede od G1 prema G3 srednja se vrijednost smanjuje za sva tri bloka: za B4S s 1,50 na 0,51, za B6S s 1,26 na 0,90 te za B7S s 1,00 na 0,88. Na gredi G3 sve su vrijednosti manje od jedinice, što znači da je smanjenje između promatranih vrhova veće od Housnerove reference za krutu podlogu. Dosljedan poredak pokazuje da se utjecaj dinamičkoga odziva grede jasnije očituje nakon više prijenosa kontakta. Budući da se s debljinom mijenjaju i savojna krutost i masa grede, njihov se pojedinačni doprinos iz ovih pokusa ne može razdvojiti.



Slika 5. Normalizirani omjer Q_{13} između vrhova A_1 i A_3. Oznake su kao na slici 4.

5 Zaključak

Baza statičkih kontaktnih odziva i efektivna matrica mase uključuju odziv cijele grede u impulsnu formulaciju kontakta. U validacijskom primjeru vremena prvih triju vrhova dobro se podudaraju, a razlika amplituda ne prelazi oko 4,5 % početne amplitude; kasnije se odstupanje povećava. Za blokove B4S i B6S omjer Q_1 ostaje unutar 2 % Housnerove reference i ne pokazuje dosljedan poredak među gredama. Omjer Q_{13} sustavno se smanjuje povećanjem debljine grede za sva tri bloka, što upućuje na izraženiji utjecaj odziva grede u kasnijem dijelu ljuljanja. Taj se trend ne može pripisati samo krutosti jer se istodobno mijenja i masa grede. Potrebne su šira validacija i sustavna analiza osjetljivosti numeričkoga modela.

Zahvale. Istraživanje je provedeno uz potporu projekta „Razvoj karijera mladih istraživača – izobrazba novih doktora znanosti" i programa mobilnosti MOBDOK-2023 Hrvatske zaklade za znanost; MSCA ITN projekta THREAD „Zajedničko osposobljavanje u području numeričkog modeliranja izrazito fleksibilnih konstrukcija za industrijske primjene" (Obzor 2020, br. 860124); projekta Sveučilišta u Rijeci „Dinamička karakterizacija krutih blokova s kohezivnim kontaktima" (uniri-iskusni-tehnic-23-280); te uspostavnoga istraživačkog projekta Hrvatske zaklade za znanost ResiBOND „Otpornije projektiranje zidanih konstrukcija s duktilnim vezivima: razumijevanje dinamičkoga ponašanja i seizmičkoga odziva na više razina" (UIP-2025-02-2749).

Literatura

[1] Housner GW. The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes. Bull Seismol Soc Am. 1963;53(2):403–417. doi:10.1785/BSSA0530020403.
[2] Lipscombe PR, Pellegrino S. Free rocking of prismatic blocks. J Eng Mech. 1993;119(7):1387–1410. doi:10.1061/(ASCE)0733-9399(1993)119:7(1387).
[3] Koh AS, Spanos PD, Roesset JM. Harmonic rocking of rigid block on flexible foundation. J Eng Mech. 1986;112(11):1165–1180. doi:10.1061/(ASCE)0733-9399(1986)112:11(1165).
[4] Jean M. The non-smooth contact dynamics method. Comput Methods Appl Mech Eng. 1999;177(3–4):235–257. doi:10.1016/S0045-7825(98)00383-1.
[5] Acary V, Brogliato B. Numerical Methods for Nonsmooth Dynamical Systems: Applications in Mechanics and Electronics. Berlin, Heidelberg: Springer; 2008. doi:10.1007/978-3-540-75392-6.
[6] Mudrić T, Čeh N, Hante S, Arnold M. Free rocking of a rigid block on a flexible structure with non-smooth contact dynamics. Appl Sci. 2024;14(15):6483. doi:10.3390/app14156483.

Nova metoda za neinvazivno određivanje krutosti arterije

Virag, L.[1]

Sažetak

Povećana krutost arterija, odnosno smanjena elastičnost i rastezljivost arterija, usko je povezana sa starenjem i kardiovaskularnim bolestima. Ona predstavlja važan prediktor kardiovaskularnog rizika i pokazatelj stadija kardiovaskularne bolesti. Stoga je procjena krutosti arterija ključna za rano otkrivanje bolesti, praćenje njezina napredovanja i upravljanje liječenjem. U tu su svrhu razvijene brojne neinvazivne metode, poput brzine pulsnog vala, ultrazvučnih metoda i analize valnog oblika arterijskog tlaka. Međutim, dobro je poznato da je mehaničko ponašanje arterijskog tkiva izrazito nelinearno, što znači da krutost arterijske stijenke nije moguće opisati jednim parametrom krutosti. Stoga, unatoč značajnom napretku, i dalje postoje brojni izazovi te se provode brojna istraživanja s ciljem precizne procjene krutosti arterija i s njom povezanih zdravstvenih rizika.

Nadalje, jedna od ključnih karakteristika arterijske stijenke jest prisutnost rezidualnih naprezanja u neopterećenoj konfiguraciji, koja su posljedica različitih deformacija pojedinih sastavnica stijenke, a koja se često zanemaruju pri procjeni parametara. U ovom radu predstavljen je poboljšani pristup procjeni materijalnih svojstava arterija na temelju neinvazivno izmjerenih podataka o tlaku i promjeru. Metoda se najprije primjenjuje na virtualne eksperimente provedene metodom konačnih elemenata. Za validaciju metode je planirana i njihova primjena na invazivne odnosno *ex vivo* eksperimentalne podatke (inflacijsko-ekstenzijski i dvoosni testovi provedeni na ilijačnim arterijama).

Ključne riječi: inverzni problem, karakterizacija materijala, krutost arterija, predistezanje, rezidualna naprezanja

[1] **doc. dr sc. Lana Virag, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: lana.virag@fsb.unizg.hr

1 Motivacija

Povećana krutost arterija, odnosno smanjena elastičnost i rastezljivost arterijske stijenke, usko je povezana s procesom starenja i razvojem različitih kardiovaskularnih bolesti. Krutost arterija smatra se važnim pokazateljem vaskularnog zdravlja te neovisnim prediktorom kardiovaskularnog rizika i progresije bolesti. Stoga pouzdana procjena mehaničkih svojstava arterijske stijenke ima važnu ulogu u ranom otkrivanju patoloških promjena, praćenju napredovanja bolesti te procjeni učinkovitosti i planiranju terapijskih postupaka. U tu su svrhu razvijene brojne neinvazivne metode procjene arterijske krutosti, među kojima se posebno ističu mjerenje brzine pulsnog vala, ultrazvučne metode te analiza valnog oblika arterijskog tlaka (1).

Međutim, mehaničko ponašanje arterijske stijenke izrazito je nelinearno i posljedica je složene interakcije različitih strukturnih dijelova, prvenstveno elastina i kolagena. Zbog toga se mehanička svojstva arterijske stijenke ne mogu u potpunosti opisati jednim parametrom krutosti, poput modula elastičnosti. Posljedično, posljednjih se godina sve više istražuje mogućnost određivanja većeg broja konstitutivnih parametara arterijskog tkiva primjenom nelinearnih konstitutivnih modela, pri čemu se posebna pozornost posvećuje modelima koji eksplicitno uzimaju u obzir doprinos pojedinih strukturnih sastavnica arterijske stijenke.

Jedan od često primjenjivanih pristupa za opis mehaničkog ponašanja arterija temelji se na Holzapfel–Gasser–Ogden (HGO) modelu, kojim se nelinearno ponašanje arterijske stijenke opisuje uvažavanjem doprinosa izvanstanične matrice i familija kolagenih vlakana. Za razliku od pristupa u kojem je krutost opisana jednim parametrom, HGO model omogućuje određivanje više parametara povezanih s mehaničkim svojstvima i strukturnom organizacijom tkiva, uključujući krutost izvanstanične matrice, krutost kolagenih vlakana, njihovu orijentaciju te disperziju. Na taj je način moguće dobiti detaljniji opis mehaničkog ponašanja arterijske stijenke, a određivanje konstitutivnih parametara moguće je pokušati provesti na temelju neinvazivno dostupnih podataka, primjerice promjene promjera arterije tijekom srčanog ciklusa u kombinaciji s odgovarajućim promjenama arterijskog tlaka koje se može dobiti iz radioloških snimki.

Međutim, identifikacija većeg broja materijalnih parametara na temelju ograničenog broja neinvazivno dostupnih mjerenja predstavlja inverzni problem koji je potencijalno nedovoljno određen. Osim nepoznatih materijalnih parametara, za određivanje mehaničkog stanja arterijske stijenke potrebno je poznavati i njezinu geometriju u neopterećenom stanju koja se mora procijeniti ili pretpostaviti. Nadalje, potrebno je uzeti u obzir i aksijalno predistezanje arterije. Budući da broj dostupnih mjernih podataka često nije dovoljan za jednoznačno određivanje svih nepoznatih parametara, u istraživanjima su često uvođene dodatne pretpostavke kojima se problem regularizira i omogućuje identifikacija konstitutivnih parametara.

Primjerice, u istraživanju van der Horsta i sur. (2) pretpostavljeno je da aksijalna sila u arteriji ostaje konstantna tijekom srčanog ciklusa, dok su Smoljkić i sur. (3) pri karakterizaciji uzlazne aorte pretpostavili jednakost energije deformiranja kolagenih vlakana i energije deformiranja izvanstanične matrice u dijastoli. Takve pretpostavke omogućuju rješavanje problema identifikacije, ali istodobno mogu značajno utjecati na dobivene vrijednosti materijalnih parametara i njihovu fizičku interpretaciju.

Dodatno, pokazano je da čak i metode koje vrlo dobro reproduciraju promjenu promjera arterije u ovisnosti o krvnom tlaku ne moraju nužno ispravno opisivati ostale mehaničke veličine, poput aksijalne sile. Drugim riječima, dobro slaganje modela s dostupnim eksperimentalnim podacima ne jamči da su identificirani materijalni parametri fizički vjerodostojni. Posebno je

značajan utjecaj pretpostavljenog promjera arterije u neopterećenom stanju, koji može biti jedan od dominantnih izvora rasipanja i nesigurnosti rezultata procjene materijalnih parametara.

Osim navedenih geometrijskih i materijalnih parametara, jedna od ključnih karakteristika arterijske stijenke jest prisutnost rezidualnih naprezanja u neopterećenoj konfiguraciji. Nakon uklanjanja intravaskularnog tlaka, arterijska stijenka stoga ne zauzima stanje bez naprezanja, već u njoj zaostaju rezidualna naprezanja. Ta su naprezanja važna za pravilno opisivanje raspodjele naprezanja u fiziološkom, tlačno opterećenom stanju, no u postojećim pristupima identifikaciji materijalnih parametara se zanemaruju.

Uzimanje u obzir materijalnih svojstava, geometrije neopterećenog stanja, aksijalnog predistezanja i rezidualnih naprezanja stoga predstavlja važan korak prema pouzdanijoj karakterizaciji mehaničkog ponašanja arterijske stijenke. Preciznije određivanje navedenih parametara na temelju neinvazivno dostupnih mjerenja moglo bi imati značajnu primjenu u kliničkom i biomehaničkom kontekstu. Pouzdana procjena mehaničkog stanja arterijske stijenke omogućila bi, primjerice, bolju procjenu udaljenosti patološki promijenjene arterije od mehaničkog zatajenja i rupture, kao i procjenu njezine sposobnosti podnošenja deformacija tijekom endovaskularnih intervencija. To je osobito važno pri planiranju i optimizaciji ugradnje implantata, poput stentova i vaskularnih graftova, gdje lokalne deformacije i naprezanja mogu značajno utjecati na uspješnost liječenja i dugoročnu funkcionalnost implantata.

Nadalje, pouzdana karakterizacija početnog mehaničkog stanja arterije predstavlja važan preduvjet za primjenu naprednih računalnih modela rasta i pregradnje (*growth and remodeling*, G&R). Takvi modeli omogućuju simulaciju dugoročnih promjena u strukturi i mehaničkom stanju arterijske stijenke uzrokovanih razvojem bolesti ili prilagodbom na terapijski postupak. Međutim, njihova primjena na geometrijama specifičnima za pojedinog bolesnika zahtijeva realističan opis početnog mehaničkog stanja arterije. Pouzdanom procjenom materijalnih svojstava, predistezanja i rezidualnih naprezanja omogućila bi se primjena takvih modela na pacijent-specifičnim geometrijama, čime bi se izbjegla potreba za početkom simulacije iz idealiziranih geometrija zdravih arterija i otvorila mogućnost razvoja preciznijih prediktivnih modela za procjenu progresije vaskularnih bolesti i dugoročne prilagodbe arterijske stijenke na različite terapijske postupke.

2 Metodologija

Materijalna karakterizacija arterijske stijenke formulirana je kao inverzni problem u kojem se nepoznati parametri konstitutivnog modela određuju minimizacijom odabrane ciljne funkcije. U općem slučaju, pri standardnim eksperimentalnim ispitivanjima, poput jednoosnih i dvoosnih vlačnih testova, ciljna funkcija najčešće se definira na temelju razlike između eksperimentalno izmjerenih i numerički predviđenih naprezanja. Materijalni parametri određuju se iterativnim postupkom minimizacije kvadrata razlike između tih veličina.

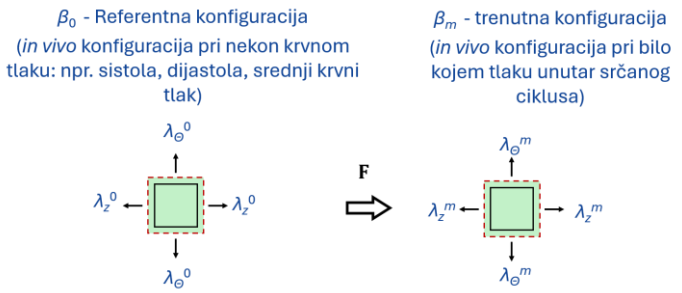
U ovom radu raspoloživi su isključivo podaci o promjeni arterijskog tlaka i promjera tijekom srčanog ciklusa. Stoga je najjednostavnija ciljna funkcija definirana kao suma kvadrata razlika između eksperimentalno izmjerenog i modelom predviđenog tlaka:

$$\min(P^{\mathrm{mod}} - P^{\mathrm{exp}})^2 \tag{1}$$

gdje je P^{mod} tlak dobiven primjenom Holzapfel–Gasser–Ogden (HGO) konstitutivnog modela, dok je P^{exp} eksperimentalno određeni tlak. Eksperimentalni podaci mogu potjecati iz stvarnih mjerenja ili virtualnih eksperimenata provedenih numeričkim modelom. Iako uvođenje dodatnih pretpostavki, a time i proširenje ciljne funkcije, omogućuje određivanje većeg broja nepoznatih parametara, te pretpostavke nisu nužno izravno potkrijepljene eksperimentalnim podacima. U ovom radu stoga se zadržava ciljna funkcija definirana jednadžbom (1), dok se problem nedovoljne određenosti rješava eksplicitnim uvođenjem rezidualnih deformacija, odnosno predistezanja pojedinih konstituenata arterijske stijenke.

Za razliku od standardnih pristupa materijalnoj karakterizaciji, u kojima se kao referentna konfiguracija najčešće uzima tlačno rasterećena arterija, u ovom se radu kao referentna konfiguracija odabire jedna od poznatih konfiguracija tijekom srčanog ciklusa (slika 1). Ovisno o primijenjenom pristupu, referentna konfiguracija može odgovarati sistoli, dijastoli ili srednjem arterijskom tlaku. Prednost takvog pristupa jest činjenica da su geometrija i tlak u odabranoj referentnoj konfiguraciji poznati iz dostupnih mjerenja.

U odabranoj referentnoj konfiguraciji pretpostavlja se da su pojedini strukturni konstituenti arterijske stijenke već prethodno deformirani u odnosu na svoju prirodnu, odnosno neopterećenu konfiguraciju. Za odabranu referentnu konfiguraciju se za kolagena vlakna uvodi se predistezanje G^{c}, kojim se definira njihova deformacija u smjeru vlakana. Za elastinsku komponentu, koja se u HGO modelu opisuje izotropnim dijelom, predistezanje se definira gradijentom deformacije $\mathbf{G}^{\mathrm{e}}$, odnosno parametrima $G_{\vartheta}^{\mathrm{e}}$ u cirkularnom i G_{z}^{e} u aksijalnom smjeru.



Slika 1. Referentna i trenutna konfiguracija i pripadna istezanja

Na taj se način u problem identifikacije uvode tri dodatna nepoznata parametra koji opisuju predistezanje konstituenata. Istodobno se izbjegava potreba za izravnim određivanjem promjera arterije u tlačno rasterećenoj konfiguraciji, odnosno promjera koji predstavlja jedan od najznačajnijih izvora nesigurnosti u standardnim pristupima materijalnoj karakterizaciji. Nadalje, predistezanje pojedinih konstituenata može se ograničiti na fizički prihvatljiv raspon vrijednosti, čime se dodatno smanjuje prostor mogućih rješenja inverznog problema.

Nakon definiranja referentne konfiguracije, deformiranje arterijske stijenke tijekom srčanog ciklusa opisuje se kao kombinacija početnog predistezanja pojedinih konstituenata i dodatne deformacije cijele arterije između referentne i trenutne konfiguracije (slika 1).

Za izotropni dio arterijske stijenke, koji predstavlja elastin, ukupni gradijent deformacije može se izraziti kao

$$\mathbf{F}_{\text{tot}}^{\text{e}} = \mathbf{F}\mathbf{G}^{\text{e}} = \mathbf{F}_{\text{iso}} \tag{3}$$

gdje $\mathbf{G}^{\text{e}} = \text{diag}(1/(G_{\vartheta}^{\text{e}} G_{\text{z}}^{e}) \;\; G_{\vartheta}^{\text{e}} \;\; G_{\text{z}}^{\text{e}})$ predstavlja gradijent deformacije elastina u referentnoj konfiguraciji, dok $\mathbf{F} = \text{diag}(R/r \;\; r/R \;\; 1)$ predstavlja gradijent deformacije arterijske stijenke između referentne i trenutne konfiguracije. Analogno, ukupno deformiranje anizotropne komponente, odnosno kolagenih vlakana, određuje se kombinacijom njihovog početnog predistezanja i dodatne deformacije arterijske stijenke. Ukupni gradijent deformacije kolagenske komponente definiran je izrazom

$$\mathbf{F}_{\text{tot}}^{\text{c}} = \mathbf{F}\mathbf{G}^{c} = \mathbf{F}_{\text{aniso}} \tag{4}$$

gdje se tenzor predistezanja kolagena orijentiranog u smjeru $\mathbf{m}$ u referentnoj konfiguraciji računa kao

$$\mathbf{G}^{\text{c}} = G^{\text{c}} \mathbf{m}^{\text{T}} \mathbf{m} \,. \tag{5}$$

Primjenom ukupnih gradijenata deformacije za pojedine konstituente moguće je odrediti njihovo trenutno stanje deformacije te, posljedično, izračunati odziv arterijske stijenke primjenom HGO konstitutivnog modela. Materijalni parametri i parametri predistezanja određuju se minimizacijom ciljne funkcije, pri čemu se traži skup parametara koji omogućuje najbolje slaganje modelom predviđenog i eksperimentalno izmjerenog tlaka tijekom cijelog srčanog ciklusa. Na taj način predloženi pristup omogućuje istodobnu procjenu materijalnih svojstava arterijske stijenke i predistezanja njezinih glavnih strukturnih konstituenata, bez potrebe za izravnim poznavanjem geometrije arterije u konfiguraciji bez tlaka.

3 Rezultati

Za definirani virtualni eksperiment, u kojem je izračunata promjena promjera arterije tijekom srčanog ciklusa pri fiziološkim vrijednostima krvnog tlaka, materijalni parametri arterijske stijenke određeni su primjenom dvaju različitih pristupa. U prvom pristupu primijenjena je standardna metoda materijalne karakterizacije, koja zanemaruje prisutnost rezidualnih naprezanja i predistezanje pojedinih konstituenata arterijske stijenke. U drugom pristupu primijenjena je novorazvijena metoda, koja eksplicitno uzima u obzir rezidualne deformacije, odnosno predistezanje pojedinih konstituenata. Usporedba rezultata dobivenih standardnom metodom i novorazvijenim pristupom, s posebnim naglaskom na razlike u identificiranim materijalnim parametrima, prikazana je u tablicom 1.

Preliminarni rezultati iz tablice 1 pokazuju da zanemarivanje rezidualnih deformacija, odnosno predistezanja pojedinih konstituenata arterijske stijenke, može značajno utjecati na rezultate materijalne karakterizacije. Primjenom standardnog pristupa krutost kolagenskih vlakana značajno je podcijenjena, dok je krutost elastinske komponente precijenjena. Istodobno, procijenjeni kut orijentacije kolagenih vlakana razlikuje se od zadane vrijednosti za gotovo 25 %. Navedeni rezultati ukazuju na to da dobro slaganje modeliranog i zadanog promjera arterije tijekom srčanog ciklusa ne jamči pouzdanu procjenu pojedinačnih materijalnih i strukturnih parametara.

Nasuprot tome, primjenom novorazvijenog pristupa, koji eksplicitno uzima u obzir predistezanje pojedinih konstituenata, identificirane vrijednosti svih promatranih parametara pokazuju dobro slaganje s njihovim zadanim vrijednostima. Dobiveni rezultati upućuju na potencijal predloženog pristupa za pouzdaniju materijalnu i strukturnu karakterizaciju arterijske stijenke na temelju neinvazivno dostupnih podataka.

Tablica 1. Zadani i procijenjeni parametri materijala dobiveni korištenjem dvije metode

	c_e MPa	k_1 MPA	k_2 -	α °	$R_{P=0}$ mm	G_c -	G_θ^e -	G_z^e -
Točna vrijednost	**0,0122**	**0,0525**	**22**	**±45**		**1,08**	**1,3**	**1,3**
Karakterizacija bez **G**	0,0207	0,01760	19,1	55,27	7,76	-	-	-
Karakterizacija s **G**	0,00825	0,04527	37,68	48,481	-	1,092	1,293	1,325

4 Zaključak

U nastavku istraživanja planira se provesti validacija predloženog pristupa na eksperimentalnim podacima dobivenima ispitivanjem odnosa tlak–istezanje na ilijačnim arterijama. Nadalje, planirana je usporedba rezultata materijalne karakterizacije dobivenih standardnim i novorazvijenim pristupom s neovisno određenim materijalnim parametrima dobivenima iz dvoosnih mehaničkih ispitivanja. Na taj će se način omogućiti detaljnija procjena točnosti i robusnosti predložene metode na eksperimentalnim podacima.

Zahvale

Ovaj rad je financiran sredstvima Europske unije (NextGenerationEU) u sklopu Nacionalnog plana oporavka i otpornosti 2021. – 2026. (NPOO), kroz institucionalni projekt Sveučilišta u Zagrebu Fakulteta strojarstva i brodogradnje „Određivanje geometrije personaliziranih medicinskih implantata“ odobrenog od Ministarstva znanosti, obrazovanja i mladih (komponenta C3.2., izvor 581).

Literatura

1. Yun Y, Xin Z, Ruize Z, Jingrong J, Yuji X, Lingyun F, et al. urrent Status and Progress in Arterial Stiffness Evaluation: A Comprehensive Review. Adv Ultrasound Diagnosis Ther. 2024;8(4):172–82.
2. Van Der Horst A, Van Den Broek CN, Van De Vosse FN, Rutten MCM. The fiber orientation in the coronary arterial wall at physiological loading evaluated with a two-fiber constitutive model. Biomech Model Mechanobiol. 2012;11(3–4):533–42.
3. Smoljkić M, Fehervary H, Van den Bergh P, Jorge-Peñas A, Kluyskens L, Dymarkowski S, et al. Biomechanical Characterization of Ascending Aortic Aneurysms. Biomech

Model Mechanobiol. 2017;16(2):705–20.

Utjecaj elastične anizotropije na optimalni oblik nosača izrađenog od čelika 316 LSi CMT-WAAM procesom

Vlak, F.[1], Cvitanić, V.[2], Rodrigues, D. M.[3] i Andrade, D. G.[4]

Sažetak
U radu je razmatran utjecaj elastične anizotropije na optimalnu topologiju metalnog nosača od nehrđajućeg čelika AISI 316 LSi izrađenog tehnologijom aditivne proizvodnje žicom i električnim lukom s niskim unosom topline (CMT-WAAM). Za razmatrani materijal, rezultati pokusa jednoosnog rastezanja uzoraka različitih orijentacija u odnosu na pravac nanošenja materijala, pokazuju izražene orijentacijske ovisnosti Youngovog modula elastičnosti i Poissonovog koeficijenta u linearno elastičnom području, a koje se mogu dobro opisati ortotropnim modelom materijala. Općenito, anizotropija mehaničkih svojstava metalnih izradaka proizvedenih aditivnim procesima uzrokovana je izraženom teksturom koja je posljedica slojevitog nanošenja osnovnog materijala popraćenog složenim toplinskim ciklusima. U radu je ortotropni linearno elastični model materijala implementiran u MATLAB kod za topološku optimizaciju konstrukcija baziran na BESO algoritmu (Bi-directional Evolutionary Structural Optimization). Primijenjenim optimizacijskim algoritmom, zahtijevani konačni volumen konstrukcije, uz minimiziranje njene podatnosti, dobiva se korištenjem metode konačnih elemenata pri čemu se optimirani oblik dobije tako da se u proračunu dodavaju ili izuzimaju konačni elemenati malih dimenzija. Na primjeru ravninskog problema savijanja nosača od razmatranog materijala pokazano je da različiti pravci nanošenja materijala, u odnosu na pravac djelovanja opterećenja, rezultiraju vidljivim razlikama u konačnom optimalnom obliku nosača.

Ključne riječi: CMT-WAAM, nehrđajući čelik, topološka optimizacija, materijalna ortotropija, konačni elementi

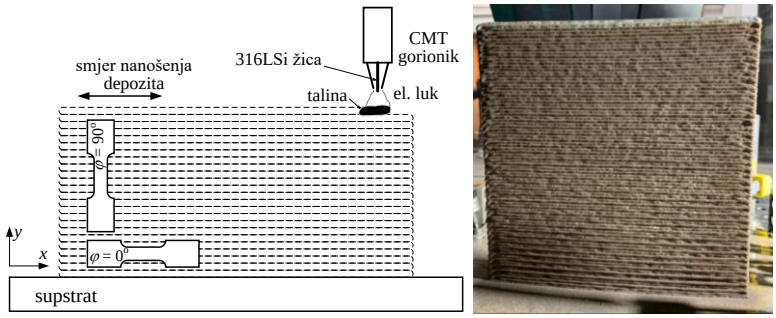
[1] **dr. sc. Frane Vlak, redoviti profesor u trajnom izboru,** Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, R. Boškovića 32, 21000, Split, e-mail: fvlak@fesb.hr
[2] **dr. sc. Vedrana Cvitanić, redoviti profesor u trajnom izboru**, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, R. Boškovića 32, 21000, Split, e-mail: vcvit@fesb.hr
[3] **PhD Dulce Maria Esteves Rodrigues, Associate Professor (University Teacher),** University of Coimbra, ISISE, ARISE, Department of Mechanical Engineering, Coimbra, Portugal, e-mail: dulce.rodrigues@dem.uc.pt
[4] **PhD David Gomes Andrade, Assistant Professor (University Teacher),** University of Aveiro, TEMA – Centre for Mechanical Technology and Automation, Department of Mechanical Engineering, Aveiro, Portugal, e-mail: david.andrade@ua.pt

1 Uvod

Aditivna proizvodnja omogućuje izradu metalnih komponenti složene geometrije uz mogućnost kontroliranja svojstava materijala kroz odgovarajući odabir parametara samog procesa izrade. Time su metalne konstrukcije dobivene aditivnim proizvodnim procesima posebno pogodne za topološku optimizaciju jer se i geometrija i mehaničko ponašanje mogu prilagoditi funkcionalnim zahtjevima.

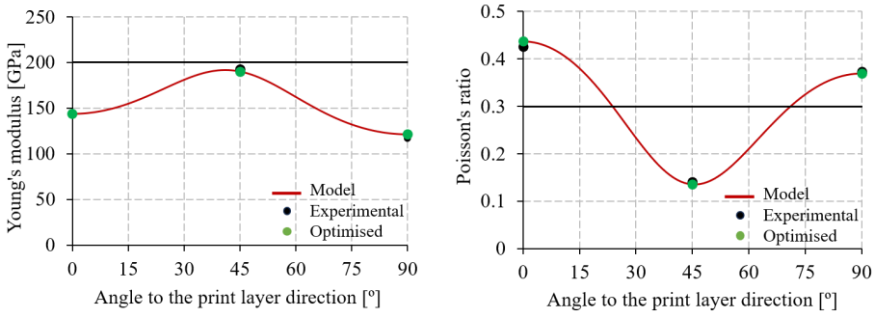
2 Ortotropna svojstva zidova izrađenih CMT-WAAM procesom

Shematski prikaz CMT-WAAM tehnološkog procesa čija je osnovna karakteristika nanošenje metala u slojevima primjenom električnog luka kao izvora topline prikazana je na slici 1 lijevo.



Slika 1. CMT-WAAM postupak (lijevo); 316 LSi zid [1] (desno)

Unatoč prednostima, izratci proizvedeni ovim procesima pokazuju i brojne nedostatke kao što su pojava zaostalih naprezanja, pora i pukotina te nedovoljno spajanje slojeva. Zbog složenih toplinskih ciklusa tijekom nanošenja slojeva nastaje tekstura. Ovim se može objasniti i izražena orijentacijska ovisnost Youngova modula elastičnosti E i Poissonovog koeficijenta ν određenih u pokusima jednoosnog rastezanja uzoraka različitih orijentacija u odnosu na pravac nanošenja metala (print layer direction). Ove ovisnosti za zid od nehrđajućeg čelika AISI 316 LSi sa slike 1 desno prikazane su na slici 2.



Slika 2. Orijentacijske ovisnosti konstanti elastičnosti za zid od čelika AISI 316 LSi [2]

U radu [2] je pokazano da ortotropni (poprečno izotropni) model materijala, uz minimalne korekcije mjerenih veličina, sasvim dobro opisuje ponašanje razmatranog zida u linearno elastičnom području.

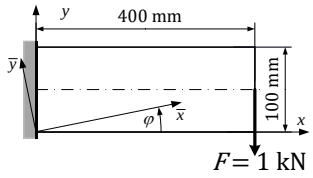
3 Topološka optimizacija

Topološkom optimizacijom se upotrebom dvosmjernog evolucijskog (BESO) algoritma [3, 4, 5] dolazi do optimalnog oblika konstrukcije izuzimanjem ili dodavanjem dijelova konstrukcije. Sama analiza se obavlja primjenom metode konačnih elemenata, a optimizacijske varijable se odnose na to da li tijekom proračuna element postoji (ξ_e=1) ili ne postoji (ξ_e= 0). Optimizacijskim postupkom se minimizira podatnost konstrukcije uz zadovoljavanje mehaničke ravnoteže sve dok se ne postigne željeno smanjenje volumena V_{req}, tj.

$$\min_{\boldsymbol{\xi}} \mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}(\boldsymbol{\xi})\mathbf{u} \quad \text{uz ograničenja: } \mathbf{Ku}=\mathbf{f};\ \sum \xi_e V_e = V_{req} \tag{1}$$

gdje je **u** globalni vektor pomaka, **K** matrica krutosti dok je **f** vektor opterećenja. Kako bi se izbjegli neželjeni numerički problemi (problem šahovske ploče i sl.), elementi se dodaju ili oduzimaju temeljem uglađenih vrijednosti osjetljivosti elemenata $\alpha_e = \frac{\sum w_{ej}\alpha_j}{\sum w_{ej}}$. Osjetljivosti α_j se dobivaju iz energije deformiranosti elementa $\mathbf{u}_e^T\mathbf{K}_e\mathbf{u}_e$ dok se linearni težinski faktori određuju prema $w_{ej} = \max\left(0, r_{min} - \Delta_{(e,j)}\right)$ gdje je Δ udaljenost između težišta elemenata.

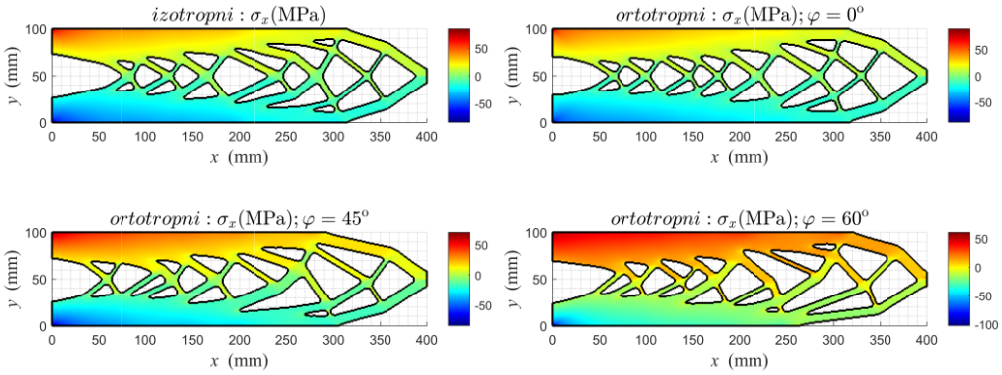
Optimizacija je u ovom radu provedena korištenjem MATLAB skripte esol.m [3] pri čemu je standardna izotropna matrica materijala za ravninsko stanje naprezanja $\mathbf{D}_{izo} = f(E, \nu)$ [3, 4] zamjenjena s ortotropnom matricom $\mathbf{D}_{orto} = f\left(E_{\bar{x}}, E_{\bar{y}}, \nu_{\bar{x}\bar{y}}, G_{\bar{x}\bar{y}}, \varphi\right)$ [6, 7] kojom se opisuje linearno elastično ponašanje zida dobivenog aditivnim procesom. Kao primjer za ispitivanje utjecaja elastične anizotropije na optimalni oblik konstrukcije uzeta je konzola pravokutnog poprečnog presjeka dimenzija 5x100 mm opterećena silom na slobodnom kraju prema slici 3.



Slika 3. Konzola opterećena silom na slobodnom kraju

U analizi su korištene konstante materijala: $E = 200$ GPa, $\nu = 0.3$ (izotropan model), $E_{\bar{x}} = 144$ GPa, $E_{\bar{y}} = 121$ GPa, $G_{\bar{x}\bar{y}} = 83.645$ GPa, $\nu_{\bar{x}\bar{y}} = 0.437$ (ortotropan model, pri čemu $\bar{x}$ označava pravac nanošenja materijala, slika 3). Korišteni parametri BESO algoritma su: V_{req} = $0.6V_{početni}$, veličina promjene volumena c_{er} = 2% te minimalni radijus filtera r_{min} = 5 mm. Na slici 4 su prikazane optimalne topologije uz odgovarajuće raspodjele normalnog naprezanja σ_x za konzolu čiji je početni volumen prikazan na slici 3 dobivene korištenjem izotropnog modela

materijala kao i ortotropnog modela materijala za različite pravce nanošenja materijala u odnosu na pravac djelovanja opterećenja. Pri analizi su korišteni bilinearni četveročvorni kvadratni elementi [8] veličine 1x1 mm.



Slika 4. Rezultati topološke optimizacije uz raspodjele normalnog naprezanja

4 Zaključak

Prikazane topologije za različite kuteve nanošenja materijala u odnosu na pravac djelovanja opterećenja pokazuju da konstitutivni model izratka dobivenog razmatranim aditivnim procesom utječe na optimalni oblik konstrukcije. Razlike u raspodjeli materijala dobivene izotropnim i ortotropnim konstitutivnim modelima su očite, a analizirani primjer dokazuje primjenjivost BESO algoritma pri optimizaciji konstrukcija izrađenih WAAM procesom.

Literatura

[1] Andrade, D., Tankova, T., Zhu, C., Branco, R., da Silva, L.S., Rodrigues, D.; Mechanical properties of 3D printed CMT-WAAM 316 LSi stainless steel walls; Journal of Constructional Steel Research; 2024; 215; 108527.

[2] Andrade, D., Cvitanić, V., da Silva, L.S., Rodrigues, D.; Stress and strain anisotropy of CMT-WAAM 316LSi stainless steel: Characterisation and modelling; Construction and Building Materials; 2025; 493; 143274.

[3] Xia, L., Xia, Q., Huang, X., Xie, Y.M.; Bi-directional Evolutionary Structural Optimization on Advanced Structures and Materials: A Comprehensive Review; Archives of Computational Methods in Engineering; 2016; 25; 437-478.

[4] Andreassen, E., Clausen, A., Schevenels, M., Lazarov, B.S., Sigmund, O.; Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code; Structural and Multidisciplinary Optimization; 2011; 43; 1-16.

[5] Querin, O.M., Steven, G.P., Xie, Y.M.; Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm; Engineering Computations; 1998; 15; 1031-1048.

[6] Kaw, A.K.; Mechanics of Composite Materials; CRC Press; 1997.

[7] Mazaev, A.V.; Rectangular finite elements for modeling the mechanical behavior of auxetic materials; International Journal of Engineering Science; 2025; 213; 104290.

[8] Przemieniecki, J.S.; Theory of matrix structural analysis; Dover Publication Inc.; 1985.

Numeričko modeliranje razvoja zaostalih naprezanja i rasta oštećenja u zavarenim spojevima

Vukovojac, M.[1], Lesičar, T.[2], Jalušić, B.[3], Skozrit, I.[4], i Tonković, Z.[5]

Sažetak

U današnje vrijeme zavarivanje taljenjem je još uvijek jedan od najrasprostranjenijih postupaka spajanja metala u modernoj proizvodnji. Plastične deformacije i zaostala naprezanja javljaju se u zoni zavara kao posljedica ovog proizvodnog postupka. Na mjestima gdje vlada višeosno stanje vlačnih naprezanja postoji opasnost od nastanka i širenja pukotina. Zato je važno predvidjeti iznose i raspodjelu zaostalih naprezanja u spoju te provesti procjenu cjelovitosti zavarene konstrukcije. Danas je to moguće napraviti uz pomoć metode konačnih elemenata i metode faznog polja koja elegantno rješava probleme složenih topologija pukotina. Ovaj rad predstavlja polazni dio istraživanja koje se odnosi na numeričku procjenu cjelovitosti zavarene konstrukcije. Prikazan je jednostavan primjer koji obuhvaća elastoplastično deformiranje i zaostala naprezanja, kao i kod zavarenih spojeva, ali je jednostavniji za diseminaciju i interpretaciju rezultata. U radu je primijenjen raspregnuti sekvencijalni pristup izračunavanja pomaka i faznog polja, ugrađen u programski paket Abaqus.

Ključne riječi: zavarivanje, zaostala naprezanja, numerička mehanika, elastoplastičnost, oštećenje, metoda faznog polja

[1] **Marin Vukovojac, univ. mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: marin.vukovojac@fsb.unizg.hr

[2] **izv. prof. dr. sc. Tomislav Lesičar, univ. mag. ing. mech.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: tomislav.lesicar@fsb.unizg.hr

[3] **doc. dr. sc. Boris Jalušić, univ. mag. ing. mech.**, Sveučilište Sjever, Sveučilišni centar Varaždin, Jurja Križanića 31b, 42000 Varaždin, e-mail: bjalusic@unin.hr

[4] **izv. prof. dr. sc. Ivica Skozrit, dipl. ing.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: ivica.skozrit@fsb.unizg.hr

[5] **prof. dr. sc. Zdenko Tonković, dipl. ing.**, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zavod za tehničku mehaniku, Ivana Lučića 5, 10000 Zagreb, e-mail: zdenko.tonkovic@fsb.unizg.hr

1 Uvod

Zavarivanje je izrazito nelinearan i tranzijentan proces jer uključuje lokalni unos velike količine topline u kratkom vremenu i naglo lokalno hlađenje. Zbog toga se u materijalu javljaju plastične deformacije i zaostala naprezanja. Iznosi tih zaostalih naprezanja u nekim slučajevima prelaze inicijalnu vrijednost granice tečenja [1]. Takva zaostala naprezanja, osobito vlačna pri višeosnom stanju naprezanja, pogoduju nastanku oštećenja u materijalu. To znači da bi u eksploataciji moglo doći do razvoja oštećenja koje u konačnici može dovesti do gubitka strukturalnog integriteta konstrukcije. Zato je važno procijeniti stanje zavarenog spoja i parametre mehanike loma, tj. odrediti maksimalno radno opterećenje koje oštećeni spoj može podnijeti. Kao jedan od alata za procjenu takvih spojeva može poslužiti i metoda faznog polja (eng. phase field), koja spada u difuzne pristupe modeliranja pukotine, pri čemu se razvoj oštećenja ili pukotine opisuje pomoću varijable kontinuiranog skalarnog faznog polja. Metoda faznog polja se temelji na varijacijskoj formulaciji loma, pri čemu se problem loma opisuje kao problem minimizacije ukupne energije deformiranja [2]. Drugim riječima, pukotina raste i grana se unutar volumena materijala u onom smjeru za koji je potreban najmanji mogući utrošak energije. Dakako, tu se nameće važno ograničenje da novi prirast pukotine ili nova grana, mora sadržavati i prethodni prirast, tj. granu. Difuzni pristup modeliranja pukotine je bolji od diskretnog pristupa jer ne zahtijeva modeliranje pukotine u obliku geometrijskog diskontinuiteta, a nisu potrebni ni *ad hoc* kriteriji iniciranja i rasta pukotine. Ipak, velika mana ove metode je dugotrajno trajanje proračuna, što je posljedica velikog broja stupnjeva slobode proračunskog modela, tj. nužnosti da mreža konačnih elemenata bude izrazito gusta oko područja kroz koje pukotina propagira.

U ovom radu prikazana je početna faza istraživanja koje se odnosi na proučavanje utjecaja unosa topline tijekom zavarivanja na raspodjelu i iznose plastičnih deformacija, zaostalih naprezanja te na iniciranje i rast oštećenja u zavarenom spoju. S obzirom da je teško pratiti razvoj zaostalih naprezanja u zavarenom spoju i izmjeriti njihove iznose s velikom pouzdanošću, bilo kroz vrijeme zavarivanja ili nakon potpunog hlađenja spoja, u ovom radu primijenjen je jednostavniji pristup u kojem je lakše pratiti razvoj plastičnih deformacija, zaostalih naprezanja te uočiti iniciranje oštećenja i njegov rast. Zbog toga je kao predmet istraživanja odabrana greda pravokutnog poprečnog presjeka bez geometrijskih diskontinuiteta, što predstavlja jedan od klasičnih školskih primjera u teoriji plastičnosti.

2 Numerički modeli

Tijekom ovog istraživanja napravljena su četiri numerička modela, pri čemu se za sve modele koristi ista geometrija grede te isti materijal. Greda je duljine 100 mm te dimenzija pravokutnog poprečnog presjeka 5 mm x 10 mm. Odabrani materijal je konstrukcijski čelik S355, pri čemu se uzima u obzir elastoplastičnost uz izotropno očvršćenje materijala prema eksponencijalnom zakonu prikazanom jednadžbom (1):

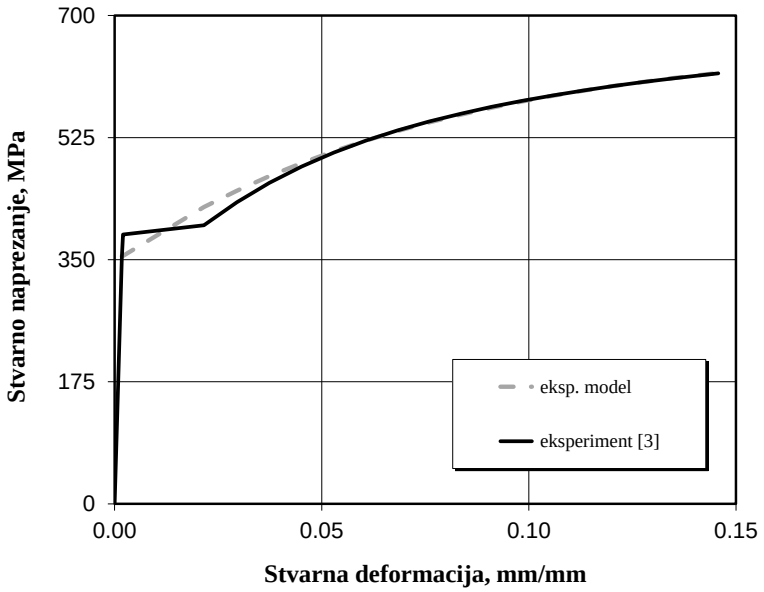
$$\sigma_{\mathrm{Y}} = \sigma_{\mathrm{Y0}} + Q^{\infty}(1 - e^{-b \cdot \bar{\varepsilon}_{\mathrm{p}}}) \tag{1}$$

pri čemu varijable σ_{Y}, σ_{Y0}, Q^{∞}, b i $\bar{\varepsilon}_{\mathrm{p}}$ tim redoslijedom predstavljaju granicu tečenja, inicijalnu granicu tečenja, koeficijent očvršćenja, eksponent očvršćenja i ekvivalentnu plastičnu

deformaciju. Greda je u sva četiri modela slobodno oslonjena na njenim krajevima preko kinematičkih veza. Mehanička svojstva materijala nalaze se u tablici 1, a usklađena su prema eksperimentalnim mjerenjima koja su proveli Peil i sur. [3] pri ispitnoj temperaturu od 20°C. Slika 1 prikazuje usporedbu kalibriranog eksponencijalnog zakona očvršćenja s eksperimentalnim mjerenjima [3].

Tablica 1. Mehanička svojstva konstrukcijskog čelika S355

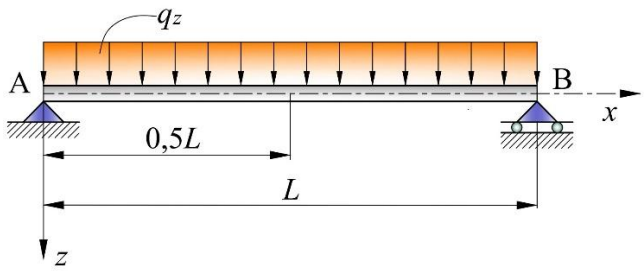
Opis	**Iznos**	**Mjerna jedinica**
Modul elastičnosti, E	201685	GPa
Poissonov faktor, ν	0,296	-
Inicijalna granica tečenja, σ_{Y0}	352,55	MPa
Koeficijent očvršćenja, Q^{∞}	310,32	MPa
Eksponent očvršćenja, b	13,44	-



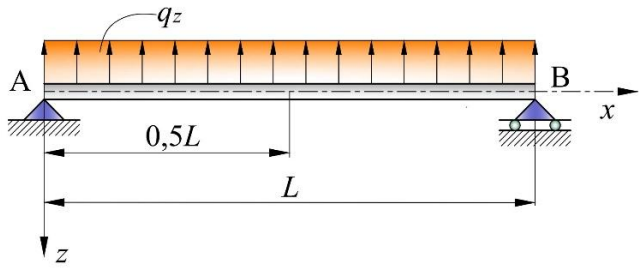
Slika 1. Dijagram stvarno naprezanje – stvarna deformacija za čelik S355

Model 1 koristi Abaqusov model izotropnog multilinearnog očvršćenja i služi za dobivanje polja pomaka, plastičnih deformacija te zaostalih naprezanja, koja su prema slici 2 dobivena jednoosnim statičkim savijanjem slobodno oslonjene grede opterećene kontinuiranim opterećenjem p_z = 7 MPa. Cilj je bio postići oko 3,5% ekvivalentne plastične deformacije na rubovima kritičnog poprečnog presjeka. Za dobivanje zaostalih naprezanja, greda je u dugom koraku prema slici 3 opterećena istim iznosom opterećenja, ali u suprotnom smjeru. Polje plastičnih deformacija i zaostalih naprezanja su prenesena na model 2. Raspodjela ekvivalentne plastične deformacije nakon završetka koraka opterećivanja je prikazana na slici 4. Mreža

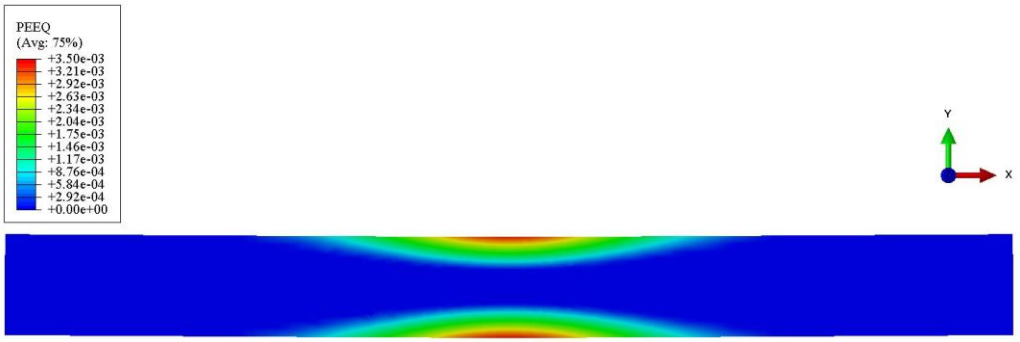
konačnih elemenata se sastoji od 51400 kontinuumskih heksaedarskih elemenata prvog reda (C3D8).



Slika 2. Model 1 – model opterećivanja grede kontinuiranim opterećenjem p_z do pojave 3,5% plastične deformacije na rubovima kritičnog poprečnog presjeka



Slika 3. Model 1 – model potpunog rasterećivanja grede kontinuiranim opterećenjem p_z



Slika 4. Model 1 – raspodjela ekvivalentne plastične deformacije nakon završetka koraka opterećivanja

Model 2 predstavlja numerički model koji obuhvaća dva koraka. U prvom koraku se provodi učitavanje rezultata dobivenih iz modela 1 uz postupak uspostavljanja ravnoteže unutarnjih i vanjskih sila. U drugom koraku je greda statički opterećena na savijanje, nametanjem rubnog uvjeta pomaka, kako bi se razmotrilo iniciranje oštećenja i njegov rast, što se postiže primjenom metode faznog polja. Prema tome, izračunavanje pomaka i parametra faznog polja

provodi se sekvencijalno [4]. Tijekom izrade modela, na polovici duljine grede je dodana kinematička veza preko koje je greda opterećena na savijanje spomenutim pomakom v = 18 mm. Elastoplastičnost je modelirana korištenjem UMAT korisničke rutine koja je povezana s UEL korisničkom rutinom. Mreža konačnih elemenata se sastoji od 51400 C3D8 elemenata te isto toliko konačnih elemenata za računanje parametra faznog polja, pri čemu obje vrste konačnih elemenata dijele iste čvorove u mreži. Također, potreban je i jedan kontrolni element (eng. convergence check finite element) [4] koji provjerava konvergenciju rješenja za oba sloja mreže pri razmjeni varijabli iz jedne korisničke rutine u drugu, tj. osigurava konvergenciju globalnog modela.

Model 3 je korišten za praćenje očvršćenja te iniciranja i rasta oštećenja, a obuhvaća tri koraka. Prva dva koraka su identična modelu 1, odnosno služe za izračun polja plastičnih deformacija i zaostalih naprezanja. U trećem koraku se, kao i u modelu 2, greda opterećuje na savijanje preko vektora pomaka radi razmatranja iniciranja i rast oštećenja, što se postiže primjenom metode faznog polja. Dakle, vrijede iste postavke materijalnog modela i mreže konačnih elemenata kao i kod modela 2.

Model 4 služi za praćenje iniciranja oštećenja i njegovog rasta za materijal u osnovnom i neopterećenom stanju te za validaciju prethodna dva modela. Na polovici duljine grede se i ovdje dodaje kinematička veza, preko koje je greda opterećena na savijanje spomenutim pomakom do gubitka nosivosti. Mreža konačnih elemenata je identična modelima 2 i 3.

U metodi faznog polja proces iniciranja i rasta pukotine vođen je minimizacijom funkcionala unutarnje energije Ψ, a koji se u izrazu (1) prikazuje u ovisnosti o tenzoru deformacije $\boldsymbol{\varepsilon}$. Za tijelo Ω koje sadrži pukotinu sa slobodnom površinom Γ , funkcional je moguće podijeliti na dio koji odnosi na unutarnju energiju tijela Ψ^{b} i energiju utrošenu na stvaranje nove slobodne površine pukotine Ψ^{s}:

$$\Psi = \Psi^{\mathrm{b}} + \Psi^{\mathrm{s}} = \int_{\Omega/\Gamma} \psi(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathrm{d}\Omega + \int_{\Gamma} G_{\mathrm{c}} \mathrm{d}\Gamma. \tag{1}$$

Izraz (1) za rasutu energiju utrošenu na stvaranje nove slobodne površine pukotine uključuje kritičnu gustoću energije deformiranja G_{c}. Ona predstavlja parametar materijala koji se može odrediti eksperimentalnim mjerenjem. Funkcija gustoće pukotine $\gamma(\phi, \nabla\phi)$ prikazana u izrazu (2) opisuje površinu pukotine, a ovisi o varijabli faznog polja ϕ. U izrazu (2) l predstavlja širinu difuzne zone.

$$\gamma(\phi, \nabla\phi) = \frac{1}{2}\left[\frac{\phi^2}{l} + l|\nabla\phi|^2\right]. \tag{2}$$

U trenutku kada dođe do iniciranja oštećenja u materijalu dolazi do smanjenja krutosti. To se u metodi faznog polja postiže smanjenjem funkcionala kompaktnog dijela tijela Ψ^{b} pomoću degradacijske funkcije $g(\phi) = (1-\phi)^2$:

$$\Psi^{\mathrm{b}} = \int_{\Omega/\Gamma} g(\phi)\psi(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathrm{d}\Omega. \tag{3}$$

U ovom radu se razmatra elastoplastično ponašanje materijala sve do loma konstrukcije pa je nužno izraz (3) rastaviti na doprinose elastične deformacije $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{e}}$ i plastične deformacije $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}$:

$$\Psi^{\mathrm{b}} = \int_{\Omega/\Gamma} g(\phi)(\psi_{\mathrm{e}}(\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{e}}) + \psi_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}}))\mathrm{d}\Omega. \tag{4}$$

U modelima obuhvaćenim ovim radom koji primjenjuju metodu faznog polja koristi se TH model prikazan u jednadžbi (5):

$$\gamma_{\mathrm{TH}}(\phi, \nabla\phi) = \frac{3}{8\sqrt{2}}\left[\frac{1}{l}2\phi^2 + l|\nabla\phi|^2\right], \tag{5}$$

iz razloga što će iniciranje oštećenja krenuti tek kad ukupna gustoća energije deformiranja dosegne kritičnu vrijednost ψ_{Ec}. Ta kritična vrijednost je izračunata kao ukupna površina ispod krivulje na dijagramu naprezanje-deformacija prema jednadžbama (6) i (1):

$$\psi_{\mathrm{Ec}} = \psi_{\mathrm{e}} + \psi_{\mathrm{p}} = \frac{\sigma^2}{2E} + \int_0^{\varepsilon_{\mathrm{plc}}} \sigma \mathrm{d}\,\varepsilon_{\mathrm{p.}} \tag{6}$$

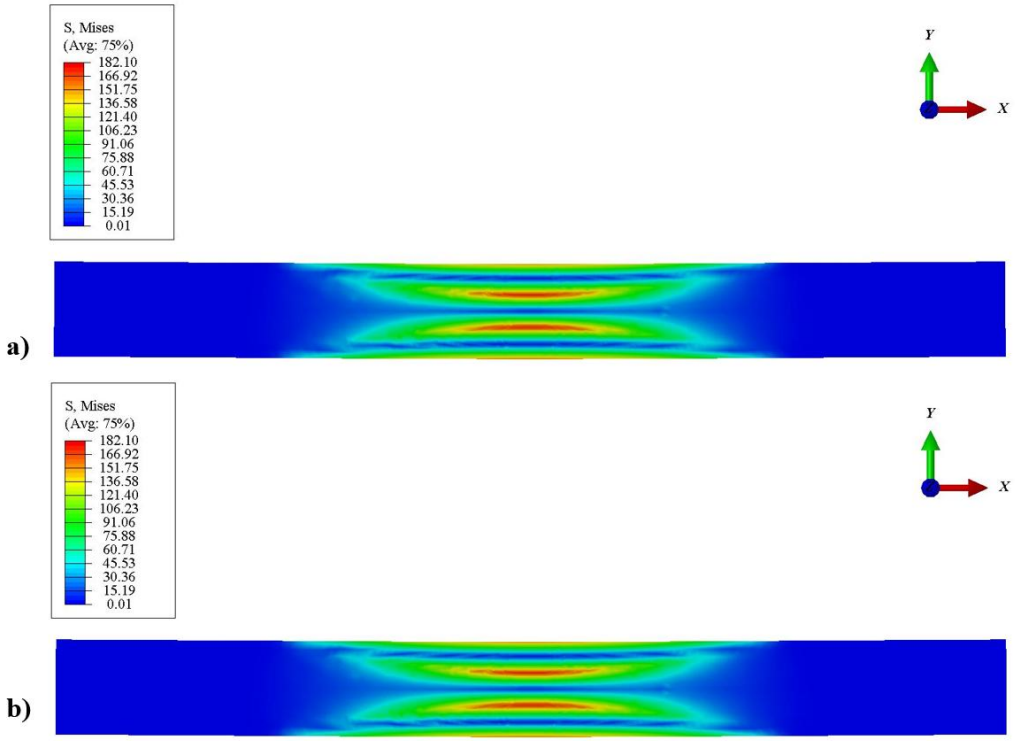
U UMAT korisničkoj rutini se tijekom proračuna, za svaku integracijsku točku pojedinog konačnog elementa, izračunava ukupna gustoća energija deformiranja. Ona se u skladu s elastoplastičnim materijalnim modelom dijeli na elastičnu energiju deformiranja i rad plastične disipacije. To je važno iz razloga što će korisnička rutina učitavanjem plastičnih deformacija i zaostalih naprezanja za svaku integracijsku točku pojedinog konačnog elementa modela 1 automatski računati ukupnu gustoću energije deformiranja. Kao što je već ranije navedeno, kako ne bi došlo do zacjeljivanja konstrukcije, u metodi faznog polja je uveden parametar povijesti opterećenja *H* koji tijekom deformiranja pamti samo najviši iznos ukupne gustoće energije deformiranja za pojedinu integracijsku točku. Naravno, ispravnije bi bilo pamtiti maksimalnu vrijednost energije deformiranja za svaku točku integracije tijekom procesa opterećenja i rasterećenja, a zatim učitati te vrijednosti kao početne u model 2 koji uzima u obzir metodu faznog polja. Takav pristup je fizikalniji, ali problem se javlja kad je potrebno spremati parametar povijesti opterećenja *H* tijekom numeričke simulacije postupka zavarivanja jer računalo mora zapisati, obraditi i pamtiti jako veliki broj podataka.

3 Rezultati

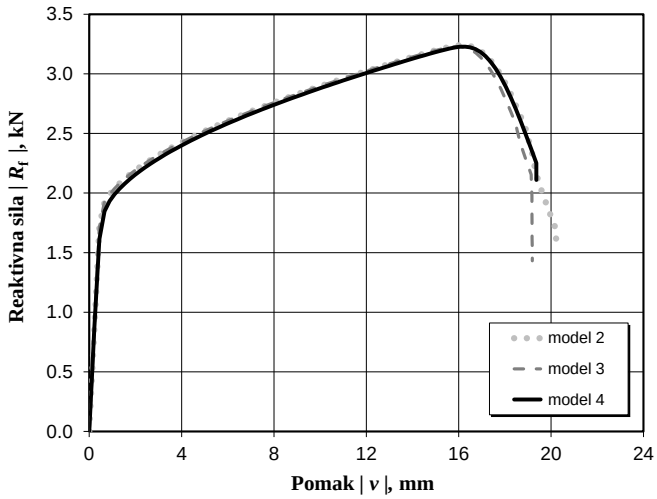
S obzirom da programski paket Abaqus ima određena ograničenja po pitanju prijenosa rezultata kada se ne koriste njegovi materijalni modeli, tj. kada se koristi UMAT korisnička rutina za opisivanje stanja elastoplastičnosti, bilo je potrebno riješiti taj problem unutar granica zadovoljavajuće preciznosti. Slika 5 prikazuje stanje zaostalih naprezanja nakon potpunog rasterećenja grede za model 1 i stanje zaostalih naprezanja za model 2 nakon uspostavljanja ravnoteže vanjskih i unutarnjih sila. Rezultati pokazuju da se polja pomaka, plastičnih deformacija i naprezanja jako dobro poklapaju za modele 1 i 2, što je jako važno za daljnji rad, tj. analizu razvoja oštećenja kod modela 2 i 3.

Slika 6 pokazuje dijagram reaktivna sila-pomak u apsolutnim vrijednostima mjeren za modele 2, 3 i 4 preko kinematičke veze na polovici duljine grede. Također, iako se krivulje na

dijagramu sila-pomak za modele 2 i 3 jako dobro poklapaju u području očvršćenja, postoje male razlike kod razvoja oštećenja i gubitka nosivosti.



Slika 5. Raspodjela zaostalih naprezanja za: a) model 1, b) model 2



Slika 6. Dijagram reaktivna sila-pomak (apsolutne vrijednosti)

Nadalje, iz dijagrama na slici 6 vidljivo je da se model 2 ponaša gotovo identično modelu 4. Zaključeno je da se to dogodilo iz dva razloga. Prvi razlog je taj što ne postoje nikakvi geometrijski diskontinuiteti na gredi, npr. u obliku V-zareza sa zaobljenjem vrha, koji bi pojačali razliku između iniciranja i rasta oštećenja materijala u osnovnom stanju i materijala u kojem su nastale plastične deformacije i zaostala naprezanja. Drugi razlog je taj što se zbog pojednostavljenja modela išlo na slučaj u kojem se tijekom postupka dobivanja plastičnih deformacija i zaostalih naprezanja nije spremao maksimalni iznos ukupne energije deformiranja za svaku integracijsku točku, već se ukupna energija deformiranja u modelu oštećenja računala preko postojećeg stanja u materijalu nakon potpunog rasterećenja.

4 Zaključak

Jedan od ciljeva ovog rada je uspješno razviti postupak koji će omogućiti prijenos rezultata iz jednog numeričkog modela s materijalnim modelom iz programskog paketa Abaqus na drugi numerički model iste geometrije koji koristi materijalni model raspisan u korisničkoj rutini UMAT. Drugi cilj se odnosi na validaciju numeričkih modela grede sa zaostalim naprezanjima i plastičnim deformacijama, sa stajališta iniciranja i rasta oštećenja, u odnosu na numerički model grede u osnovnom i neopterećenom stanju. Rezultati ovog istraživanja ograničenog opsega su se pokazali poprilično zadovoljavajući te su otvorili put ka novim idejama i složenijim modelima koji bi u konačnici trebali uzeti u obzir i polje plastičnih deformacija te polje zaostalih naprezanja iz numeričkih simulacija postupka zavarivanja taljenjem.

Literatura

[1] Perić, M., Garašić, I., Tonković, Z., Vuherer, T., i Nižetić, S.; Numerical prediction and experimental validation of temperature and residual stress distributions in buried-arc welded thick plates; Int J Energy Res.; 2019; 1–11. https://doi.org/10.1002/er.4506
[2] Ambati, I., Gerasimov, T., i De Lorenzis, L.; Phase-field modeling of ductile fracture; Comput Mech; 2015; 1-24. https://doi.org/.1007/s00466-015-1151-4
[3] Peil, U. i Wichers, M.; Schweißen unter Betriebsbeanspruchung – Werkstoffkennwerte für einen S 355 J2G3 unter Temperaturen bis 1200 °C; Stahlbau; 2004; 73 (6); 400-416.
[4] Lesičar, T., Polančec, T., i Tonković, Z.; Phase-Field Scheme for Modelling of Brittle and Ductile Fractures; Appl. Sci.; 2023; 13; 7776. https://doi.org/10.3390/app13137776

Modeliranje i simulacija vibracija mehaničkih sustava s upravljanom silom trenja

Zelić, M.[1] i Sedlar, D.[2]

Sažetak
U radu se numerički uspoređuju tri strategije prigušenja vibracija sustava s tri stupnja slobode kod kojega se prijenos vibracijske energije regulira silom trenja na kontaktu između glavnog i pomoćnog sustava: sustav bez upravljanja, sustav s konstantnom silom trenja i sustav s aktivno upravljanom silom trenja. Jednadžbe gibanja s Coulombovim trenjem sadrže diskontinuirane funkcije koje standardnim eksplicitnim integratorima stvaraju znatne poteškoće, pa je izvedena glatka formulacija sile trenja temeljena na hiperboličkom tangensu i pokazano je da je tako formulirana sila bezuvjetno disipativna. Sustav je pobuđen linearnim chirp signalom od 1 do 20 Hz. Rezultati pokazuju da konstantno trenje rezonanciju ne uklanja nego je premješta, te da aktivno upravljanje ostaje učinkovito u rasponu iznosa sile trenja u kojemu učinkovitost konstantnog trenja pada s 91 % na 45 %. Glavna prednost aktivnog upravljanja stoga nije samo veće smanjenje amplitude, nego neosjetljivost na iznos raspoložive sile trenja.

Ključne riječi: upravljana sila trenja, polu-aktivno prigušenje, Coulombovo trenje, numerička simulacija

[1] **Mislav Zelić, univ. bacc. ing. mech.**, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, Ruđera Boškovića 32, 21000 Split
[2] **prof. dr. sc. Damir Sedlar**, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, Ruđera Boškovića 32, 21000 Split, e-mail: dsedlar@fesb.hr

1 Uvod

Smanjenje vibracija u prijenosnom putu između izvora pobude i štićene konstrukcije klasičan je problem strojarske dinamike. Pasivni prigušivači jednostavni su za izvedbu, ali su učinkoviti samo u uskom pojasu oko frekvencije za koju su ugođeni [1], što je ograničenje kod strojeva s promjenjivom radnom brzinom, poput helikopterskih rotora.

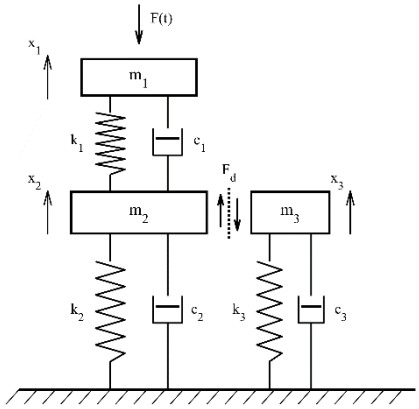
Jedno je rješenje koncept pametne opruge, kod kojega piezoelektrični aktuator promjenom normalne sile regulira trenje između glavnog i pomoćnog sustava [2, 3]. Time se ne djeluje na izvor pobude, nego se mijenjaju impedancijske značajke prijenosnog puta; energija se ne unosi, nego se upravlja načinom njezine disipacije, pa nije potreban aktuator velikog hoda ni visoki napon [2, 4].

Numerički je takav sustav zahtjevan jer suho trenje uvodi diskontinuirane funkcije (predznak relativne brzine i grananje upravljačkog zakona) zbog kojih integratori s prilagodljivim korakom postaju spori i nestabilni [5]. Ta se poteškoća ovdje zaobilazi glatkom formulacijom pomoću hiperboličkog tangensa. Cilj je usporediti tri upravljačke strategije na istom modelu i pobudi te ispitati koliko je svaka osjetljiva na iznos raspoložive sile trenja.

2 Matematički model

2.1 Jednadžbe gibanja

Promatra se sustav s tri stupnja slobode prikazan na slici 1. Masa m_1 predstavlja objekt na koji djeluje pobudna sila $F(t)$. Glavni sustav ima masu m_2. Pomoćni sustav mase m_3 predstavlja piezoelektrični aktuator s pridruženim dijelovima. Između glavnog i pomoćnog sustava nema opružne veze; povezani su isključivo silom trenja F_d na vertikalnoj kliznoj plohi.



Slika 1. Model sustava s tri stupnja slobode

Jednadžbe gibanja sustava glase

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 &= F(t) - k_1(x_1 - x_2) - c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \\ m_2\ddot{x}_2 &= k_1(x_1 - x_2) + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2x_2 - c_2\dot{x}_2 + F_d \end{aligned} \tag{1}$$

$$m_3\ddot{x}_3 = -k_3x_3 - c_3\dot{x}_3 - F_d$$

pri čemu sila trenja djeluje na obje mase jednakim iznosom i suprotnim predznakom. Uvođenjem vektora stanja $q = [x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3]^T$ sustav se svodi na sustav diferencijalnih jednadžbi prvog reda.

Kada aktuator ne djeluje, sila trenja je nula i pomoćni sustav ne utječe na dinamiku glavnog. Kada aktuator pritisne kontaktne površine, mase m_2 i m_3 gibaju se zajedno, pa se prva vlastita frekvencija pomiče u omjeru

$$\frac{f_{spojeno}}{f_{slobodno}} = \sqrt{\frac{k_2 + k_3}{k_2} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3}} \tag{2}$$

Taj je omjer ključan za učinkovitost konstantne sile trenja jer određuje koliko se rezonancija udaljava od izvornog položaja.

2.2 Upravljački zakon

Upravljački zakon temelji se na odnosu brzine glavnog sustava i relativne brzine pomoćnog u odnosu na glavni [1]. Kao kriterij se koristi umnožak $p = \dot{x}_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2)$. Ako je $p > 0$, pomoćni sustav potiče gibanje glavnog i povećava amplitudu, pa aktuator treba osloboditi kontakt. Ako je $p < 0$, pomoćni se sustav suprotstavlja gibanju glavnog i smanjuje amplitudu, pa aktuator treba održati kontakt. Upravljački zakon glasi

$$F_d = \begin{cases} F_{d1}, & p < 0 \\ F_{d2}, & p > 0 \end{cases} \tag{3}$$

2.3 Glatka formulacija sile trenja

Izravna primjena navedenih izraza nailazi na dvije diskontinuirane funkcije: predznak relativne brzine, koji određuje smjer sile, i grananje upravljačkog zakona, koje određuje njezin iznos. Sila trenja se stoga rastavlja na predznak i iznos, $F_d = s \cdot F_{d,mag}$, a obje se komponente zamjenjuju glatkim aproksimacijama. Predznak se aproksimira hiperboličkim tangensom relativne brzine, $s = \tanh\left(\frac{\dot{x}_3 - \dot{x}_2}{v_s}\right)$, gdje je v_s skala glađenja; za $|\dot{x}_3 - \dot{x}_2| \gg v_s$ izraz teži vrijednostima ± 1, čime se dobiva klasična Coulombova formulacija, dok se u okolišu nulte relativne brzine ostvaruje gladak prijelaz. Grananje se zamjenjuje sigmoidnom težinskom funkcijom $s_w = \frac{1}{2}\left[1 - \tanh\left(\frac{p}{p_s}\right)\right]$, koja je bliska jedinici za izrazito negativan p, a bliska nuli za izrazito pozitivan, pri čemu je p_s pripadna skala glađenja. Uz $F_{d,mag} = s_w F_{d1} + (1 - s_w)F_{d2}$ ukupna sila trenja glasi

$$F_d = \tanh\left(\frac{\dot{x}_3 - \dot{x}_2}{v_s}\right)[s_w F_{d1} + (1 - s_w)F_{d2}] \tag{4}$$

Ovako formulirana sila je bezuvjetno disipativna. Snaga koju predaje sustavu iznosi $-F_d(\dot{x}_3 - \dot{x}_2)$, pa je disipirana snaga

$$P_{dis} = \tanh\left(\frac{\dot{x}_3 - \dot{x}_2}{v_s}\right)(\dot{x}_3 - \dot{x}_2)\, F_{d,mag} \geq 0 \tag{5}$$

jer hiperbolički tangens ima isti predznak kao njegov argument, a $F_{d,mag}$ je nenegativan. Glađenje dakle ne može unijeti energiju u sustav ni za koji izbor v_s i p_s.

Glatka formulacija ne obuhvaća fazu mirovanja kontakta: u izvornom zakonu pri $p = 0$ zadržava se sila iz prethodnog koraka, dok ovdje težinska funkcija poprima vrijednost $s_w = 0{,}5$. Model opisuje isključivo režim klizanja, što je za razmatranu pobudu prihvatljivo jer relativna brzina prolazi kroz nulu samo trenutačno.

3 Numerička simulacija

Parametri simulacije dani su u tablici 1. Mase i krutost k_1 preuzete su iz [1] radi usporedivosti. Krutost k_3 odabrana je tako da omjer pomaka rezonancije iznosi 1,49, čime i izvorna i pomaknuta rezonancija leže unutar pobudnog pojasa. Prigušenja odgovaraju bezdimenzijskom prigušenju od približno 2 % za prvi vlastiti oblik.

Tablica 1. Parametri sustava

Veličina	m_1	m_2	m_3	k_1	k_2	k_3	c_1	c_2	c_3	F_{d1}	F_{d2}
Iznos	1,5	15	1,5	$5{,}0{\cdot}10^5$	$4{,}2{\cdot}10^4$	$6{,}0{\cdot}10^4$	10	33	12	600	0
Jedinica	kg	kg	kg	N/m	N/m	N/m	Ns/m	Ns/m	Ns/m	N	N

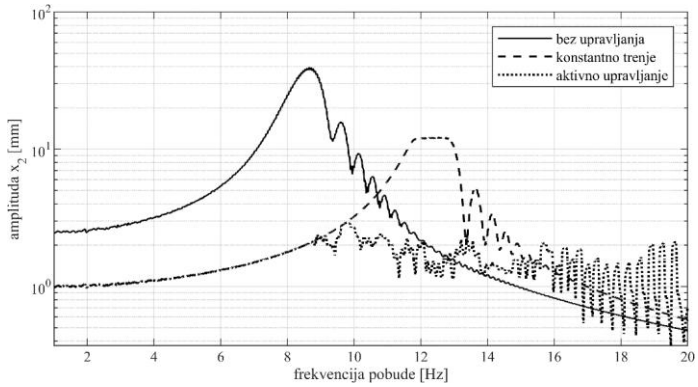
Sustav je pobuđen linearnim chirp signalom amplitude 100 N kojemu trenutna frekvencija raste od 1 do 20 Hz tijekom 20 sekundi.

Takva pobuda u jednoj simulaciji obuhvaća cijelo promatrano frekvencijsko područje. Jednadžbe su integrirane eksplicitnim Runge-Kutta postupkom četvrtog i petog reda s prilagodljivim korakom, uz relativnu toleranciju 10^{-6}, apsolutnu 10^{-8} i najveći korak $2 \cdot 10^{-4}$ s. Parametri glađenja iznosili su $v_s = 10^{-3}$ m/s i $p_s = 10^{-4}$ m²/s². Sve tri simulacije provedene su na istoj izlaznoj mreži pa su odzivi izravno usporedivi.

Vlastite frekvencije sustava bez sile trenja iznose 8,03, 31,83 i 96,41 Hz. Kada trenje spoji mase m_2 i m_3, prve dvije prelaze u 11,97 i 96,04 Hz. Prva rezonancija dakle prelazi s 8,03 na 11,97 Hz, pri čemu su oba iznosa unutar pobudnog pojasa.

4 Rezultati i rasprava

Bez upravljanja najveći odziv glavnog sustava iznosi 39,32 mm, uz konstantnu silu trenja 12,15 mm, a uz aktivno upravljanje 3,88 mm. Budući da trenutna frekvencija pobude raste linearno s vremenom, ovojnica vremenskog odziva izravno pokazuje amplitudu u ovisnosti o frekvenciji (slika 2).

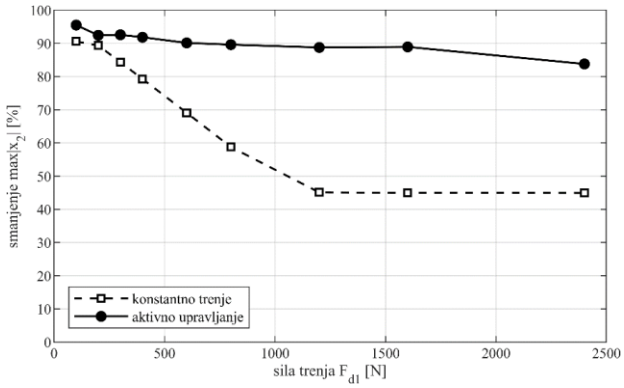


Slika 2. Ovojnica odziva glavnog sustava u ovisnosti o frekvenciji pobude

Konstantna sila trenja gotovo uklanja rezonanciju na 8,03 Hz, ali stvara novu oko 12 Hz vlastitu frekvenciju trenjem spojenih masa m_2 i m_3. Rezonancija je dakle premještena, a ne uklonjena, što je prihvatljivo samo pri uskom i poznatom radnom području. Aktivno upravljanje ne pokazuje izraženu rezonanciju ni na jednoj frekvenciji, a amplituda ostaje između približno 1 i 4 mm.

4.1 Osjetljivost na iznos sile trenja

Iznos sile trenja u stvarnom sklopu ovisi o normalnoj sili koju aktuator može ostvariti, a ona se mijenja s naponom napajanja, temperaturom i trošenjem kontaktnih površina. Zato je ispitano kako obje strategije reagiraju na promjenu F_{d1} u rasponu od 100 do 2400 N (slika 3).



Slika 3. Smanjenje najvećeg odziva u ovisnosti o iznosu sile trenja

Učinkovitost konstantne sile trenja pada s 90,6 % pri 100 N na 44,9 % pri 2400 N: čim sila zalijepi m_2 i m_3 kroz veći dio ciklusa, relativno klizanje i s njim disipacija nestaju, a ostaje samo pomak rezonancije. Aktivno upravljanje u istom rasponu zadržava smanjenje između 95,5 i 83,8 %, jer modulacija održava klizanje ondje gdje se pomoćni sustav suprotstavlja glavnome, pa ne zahtijeva precizno ugađanje sile aktuatora.

4.2 Disipacija energije

Energija disipirana trenjem izračunata je integracijom trenutne disipirane snage tijekom cijele simulacije. Bez upravljanja nema disipacije trenjem, a najveći odziv iznosi 39,32 mm uz efektivnu (RMS) vrijednost 6,93 mm. Konstantno trenje disipira 22,6 J i snižava te vrijednosti na 12,15 mm (69,1 %) odnosno 2,84 mm (58,9 %), dok aktivno upravljanje uz 27,7 J postiže 3,88 mm (90,1 %) i 1,09 mm (84,2 %).

Razlika između dviju strategija nije prvenstveno u količini utrošene energije. Aktivno upravljanje disipira samo 22 % više energije od konstantnog trenja, a postiže 3,1 puta manji najveći odziv. Odlučujuće nije koliko se energije potroši, nego u kojem se trenutku ciklusa troši: sila trenja mora djelovati onda kada se pomoćni sustav suprotstavlja gibanju glavnog. To razlikovanje omogućuje upravljački zakon, dok ga konstantno trenje ne može ostvariti jer djeluje jednako u svim fazama gibanja.

5 Zaključak

Na modelu s tri stupnja slobode uspoređene su tri strategije prigušenja vibracija upravljanjem silom trenja, uz glatku formulaciju sile pomoću hiperboličkog tangensa kojom jednadžbe gibanja postaju rješive standardnim eksplicitnim integratorom, i uz dokaz da je tako formulirana sila bezuvjetno disipativna.

Konstantna sila trenja smanjuje najveći odziv za 69,1 %, ali rezonanciju ne uklanja nego je premješta s 8,03 na 11,97 Hz. Aktivno upravljanje postiže 90,1 % bez izražene rezonancije, a pri promjeni iznosa sile zadržava 95,5–83,8 % naspram pada konstantnog trenja s 90,6 na 44,9 %. Njegova glavna prednost stoga je neosjetljivost na iznos sile, a ne veće smanjenje amplitude; uz samo 22 % veću disipaciju daje 3,1 puta manji odziv, iz čega slijedi da je presudan trenutak djelovanja sile unutar ciklusa, a ne ukupna utrošena energija.

Zahvala

Ovaj rad je napisan uz potporu NextGenerationEU pod projektom IP-UNIST-09.

Literatura

[1] Zhenkun, L., Chen, L., Qiyou, C., Xing, L. i Zhizhuang, F..; The active control study of a damped two-level smart spring system; International Conference on Computer Technology and Information Science; 2023; DOI 10.1088/1742-6596/2595/1/012012.

[2] Wickramasinghe, V., Yong, C. i Zimcik, D.; Experimental Evaluation of the Smart Spring Impedance Control Approach for Adaptive Vibration Suppression; Journal of Intelligent Material Systems and Structures; 2007; 19(2); 171-179.

[3] Yong, C., Zimcik, D.G., Wickramasinghe, V.K. i Nitzsche, F.; Development of the Smart Spring for Active Vibration Control of Helicopter Blades; Journal of Intelligent Material Systems and Structures; 2004; 15(1); 37-47.

[4] Nitzsche, F., Harold, T., Wickramasinghe, V.K., Yong, C. i Zimcik, D.G.; Development of a Maximum Energy Extraction Control for the Smart Spring; Journal of Intelligent Material Systems and Structures; 2005; 16(11-12); 1057-1066.

[5] Karnopp, D.; Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems; Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control; 1985; 107(1); 100-103.

Modeliranje termomehaničkog ponašanja fizikalno proširenim neuronskim mrežama

Zlatić, M.[1], Čanađija, M.[2]

Sažetak
Cilj ovoga rada je razviti neuronsku mrežu za opisivanje termomehaničkog ponašanja nestišljivih hiperelastičnih materijala. Za ispunjenje toga cilja su korištene fizikalno proširene neuronske mreže koje se razlikuju od običnih neuronskih mreža time što svojom konstrukcijom ispunjavaju ograničenja iz mehanike čvrstog tijela. U ovome radu neuronska mreža ispunjava objektivnost, polikonveksnost u gradijentu deformiranja, konkavnost u temperaturi i termodinamičku konzistenciju. Također, mreža je trenirana na naprezanjima, odnosno svojoj prvoj derivaciji, i na specifičnom toplinskom koeficijentu, odnosno svojoj drugoj derivaciji, čime je ovo ujedno i prvi primjer neuronske mreže u termomehanici koja je trenirana na višim derivacijama. Točnost mreže je predstavljena na numeričkim primjerima.

Ključne riječi: termomehanika, fizikalno proširene neuronske mreže, strojno učenje

[1] **Dr.sc. Martin Zlatić, mag. ing. mech.**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički Fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, e-mail: martin.zlatic@riteh.uniri.hr
[2] **Prof. dr.sc. Marko Čanađija, dipl. ing.**, Sveučilište u Rijeci, Tehnički Fakultet, Zavod za tehničku mehaniku, Vukovarska 58, 51000 Rijeka, e-mail: marko.canadija@riteh.uniri.hr

1 Uvod

U ovome radu je predstavljen novi model temeljen na neuronskoj mreži koji opisuje termomehaničko ponašanje hiperelastičnih materijala. Neuronska mreža je fizikalno proširena tako da uključuje ograničenja iz mehanike čvrstoga tijela te pripada široj obitelji takvih mreža [1]. Ovaj rad se temelji na prethodnim radovima autora ovoga članka [2] i [3], gdje je u [2] predstavljena primjena klasičnih neuronskih mreža na adijabatskom ponašanju hiperelastičnih materijala, u [3] je predstavljena fizikalno proširena neuronska mreža za opisivanje Mullinsova oštećenja uz korištenje više grana za opisivanje pojedinih utjecaja na materijalno ponašanje. Takvo modeliranje se prikazuje korisnim i u slučaju termomehaničkog ponašanja gdje je Helmholtzova slobodna energija iskazana preko neuronske mreže. Neuronska mreža je trenirana u izentropskim uvjetima.

Neuronska mreža je trenirana na umjetno generiranim izentropskim podacima sa Neo-Hookean materijalom kao osnovom i pretpostavljenom linearnom ovisnošću modula smicanja o temperaturi. Model korišten za generiranje podataka je detaljnije predstavljen u [4]. Svi podaci za treniranje su temeljeni na jednostavnim deformacijama. Na kraju je dan i numerički primjer u komercijalnom softveru Abaqus.

2 Metode

Podaci za treniranje su generirani koristeći Neo-Hookean materijalni model sa Helmholtzovom slobodnom energijom oblika

$$\Psi_{\mathrm{NH}} = \frac{\Theta}{\Theta_0}\frac{\mu}{2}(\bar{I}_1 - 3) + c_0\left[(\Theta - \Theta_0) - \Theta\ln\frac{\Theta}{\Theta_0}\right] + p(J - J_\Theta), \tag{1}$$

gdje je Θ temperatura, Θ_0 referentna temperatura, μ modul smicanja, c_0 je specifični toplinski kapacitet, p je Lagrangeov multiplikator koji nameće nestišljivo ponašanje. Izohorne invarijante $\bar{I}_1$ i $\bar{I}_2$ se koriste u invarijantnim modelima i za slučaj nestišljive termoelastičnosti računaju se iz Cauchy-Greenova tenzora deformiranja $\mathbf{C}$ kao

$$\bar{I}_1 = \gamma^{-2}\mathrm{tr}(\mathbf{C}), \qquad \bar{I}_2 = \frac{1}{2}\gamma^{-4}[\mathrm{tr}(\mathbf{C})^2 - \mathrm{tr}(\mathbf{C}^2)]\,. \tag{2}$$

Veličina J je determinanta gradijenta deformiranja $\mathbf{F}$ koja opisuje volumnu promjenu i za nestišljivi slučaj jednaka je 1, dok je J_Θ volumna promjena koja je posljedica ekspanzije ili kontrakcije zbog promjene temperature. Drugo Piola-Kirchoffovo naprezanje $\mathbf{S}$ se koristi za treniranje NM i dobiva se deriviranjem Helmholtzove slobodne energije Ψ po Cauchy-Greenovu tenzoru deformacije $\mathbf{C}$. Za nestišljivi opći invarijantni model baziran na prvoj i drugoj izohornoj invarijanti $\bar{I}_1$ i $\bar{I}_2$ dobiva se preko izraza

$$\mathbf{S} = 2\gamma^{-2}\left[\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\bar{I}_1} + \bar{I}_1\frac{\partial\Psi}{\partial\bar{I}_2}\right) - \frac{\partial\Psi}{\partial\bar{I}_2}\,\bar{\mathbf{C}}\right] - J\gamma^{-2}p\,\bar{\mathbf{C}}^{-1}, \tag{3}$$

gdje je $\gamma = \exp[\alpha(\Theta - \Theta_0)]$, a α je koeficijent toplinske ekspanzije. Svi iznosi materijalnih parametara nalaze se u tablici 1.

Tablica 1. Materijalni parametri.

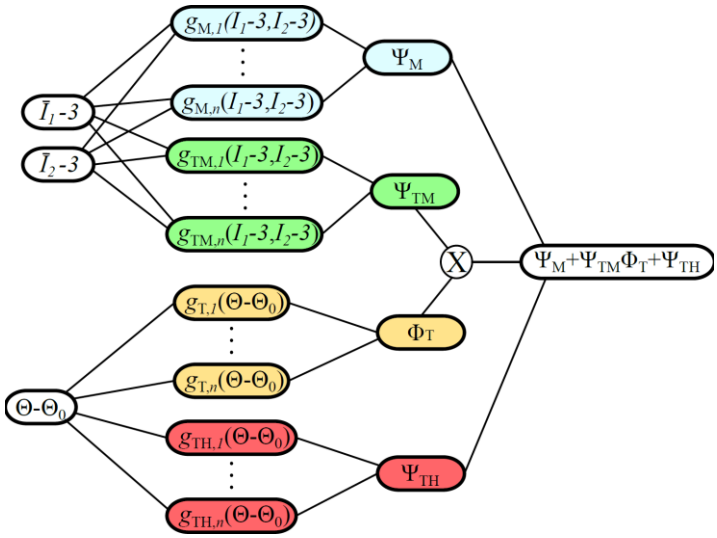
Opis	Iznos	Mjerne jedinice
Referentna temperatura Θ_0	293,15	K
Specifični toplinski kapacitet c_0	1830	J/kgK
Modul smicanja μ	0,525	N/mm^2
Koeficijent toplinske ekspanzije α	$22{,}333 \cdot 10^{-3}$	K^{-1}

3 Neuronska mreža

Neuronska mreža mijenja izraz za Helmholtozvu slobodnu energiju i temelji se na aditivnoj kompoziciji Helmholtzove energije u obliku

$$\Psi_{NN} = \Psi_M + \Psi_{TM}\Phi_T + \Psi_{TH}, \tag{4}$$

gdje je Ψ_M čisti mehanički doprinos energiji, Ψ_{TM} mehanički dio sprege, Φ_T termički dio sprege, a Ψ_{TH} čisto termički doprinos. Oni se modeliraju putem odvojenih grana u neuronskoj mreži i na kraju se zbroje, shodno shemi na slici 1.



Slika 13. Arhitektura neuronske mreže.

Ograničenja koja mreža uključuje su:

1. *objektivnost* – energija deformiranja ne smije se mijenjati pri rotaciji koordinatnog sustava
2. *termodinamička konzistencija* – naprezanja se moraju dobiti derivacijom energije deformiranja
3. *normalizacija energije* – za nedeformirano stanje energija mora biti jednaka 0
4. *polikonveksnost* – kako bi se osigurala materijalna stabilnost prilikom proračuna, energija dobivena korištenjem NM mora biti konveksna u gradijentu deformiranja **F**, njegovoj matrici kofaktora cof(**F**) te determinanti det(**F**)
5. *konkavnost u temperaturi* – kako bi specifični toplinski koeficijent bio pozitivan NM mora biti konkavna u temperaturi

Objektivnost je postignuta odabirom invarijanti kao mjere deformacije jer one ne ovise o rotaciji koordinatnog sustava.

Termodinamička konzistencija je ispunjena time što se naprezanja računaju prema jednadžbi (2) iz derivacija neuronske mreže.

Normalizacija energije se postiže korigiranjem ulaznih vrijednosti invarijanti i temperature tako da se oduzme od njih njihova vrijednost u osnovnom stanju te se koristi aktivacijska funkcija koja za ulaz 0 daje izlaz 0, ili tako da se od energije samo oduzme njena vrijednost za osnovno stanje.

Polikonveksnost je ispunjena tako da se odabere konveksna i strogo rastuća aktivacijska funkcija te da su težine u granama koje računaju Ψ_{M} i Ψ_{TM} ograničene da budu strogo pozitivne.

Konkavnost u temperaturi je ispunjena tako da se za granu koja računa Ψ_{TH} koristi konveksna i strogo rastuća funkcija, te da težine u toj grani budu strogo pozitivne, osim težina u zadnjem sloju grane koje moraju biti strogo negativne.

Neuronska mreža se trenira koristeći zbroj tri funkcije cilja i one su

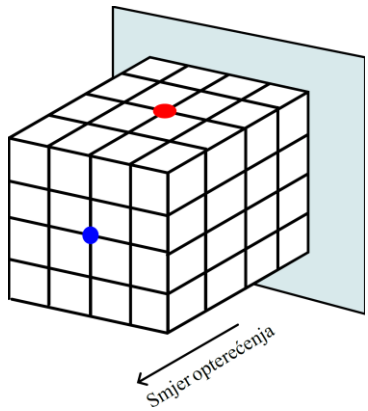
$$\mathcal{L}_{\mathrm{S}} = \frac{1}{N_s}\sum_{i=1}^{N_s}\left(\mathbf{S}_{\mathrm{NN},i} - \mathbf{S}_i\right)^2 , \qquad \mathcal{L}_{\eta} = \frac{1}{N_s}\sum_{i=1}^{N_s}\left[\left(\frac{\partial \Psi_{\mathrm{NN}}}{\partial \Theta}\right)_i - \left(\frac{\partial \Psi_{\mathrm{NN}}}{\partial \Theta}\right)_{|\mathbf{F}=\mathbf{I}}\right]^2 ,$$
$$\mathcal{L}_{\mathrm{c}} = \frac{1}{N_s}\sum_{i=1}^{N_s}\left[\left(-\Theta\frac{\partial^2 \Psi_{\mathrm{NN}}}{\partial \Theta^2}\right)_i - c_0\right]^2 . \tag{5}$$

Konačna funkcija cilja se može prikazati kao zbroj prethodno prikazanih funkcija $\mathcal{L} = w_{\mathrm{S}}\mathcal{L}_{\mathbf{S}} + w_{\eta}\mathcal{L}_{\eta} + w_c\mathcal{L}_c$, gdje w_{S}, w_{η} i w_c su težinski faktori kojima se može utjecati na doprinos pojedine funkcije cilja. U ovome radu su težinski faktori u funkciji cilja bili jednaki 1.

Kao aktivacijska funkcija u granama Ψ_{M} i Ψ_{TM} je korištena eksponencijalna funkcija oblika $\mathrm{g(x)} = \exp(\alpha \cdot x) - 1$, u grani za Φ_{T} je korištena linearna aktivacijska funkcija, te u grani Ψ_{TH} je korištena softplus funkcija $\mathrm{g(x)} = \ln(1 + e^x)$. Sve grane se sastoje od jednog skrivenog sloja sa 5 neurona u sloju.

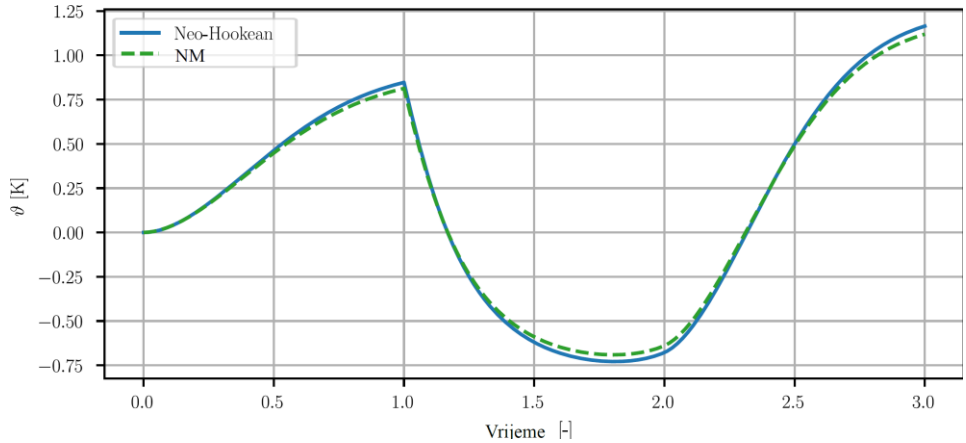
4 Rezultati

Numerički primjer na kojem je ispitan model neuronske mreže je 3D jednoosni test u softveru Abaqus. Korišteni su 3D elementi tipa C3D8TH, a neuronska mreža je implementirana koristeći UMAT i UMATHT subroutine. Prikaz geometrije i smjera opterećenja je dan na slici 2. Na stražnjoj osjenčanoj plohi su spriječeni pomaci tako da dopuste čisto jednoosno opterećenje, pomaci za opterećenje su naneseni na prednjoj plohi gdje je prikazana točka, a na ostalim plohama je zadana temperatura okoline.



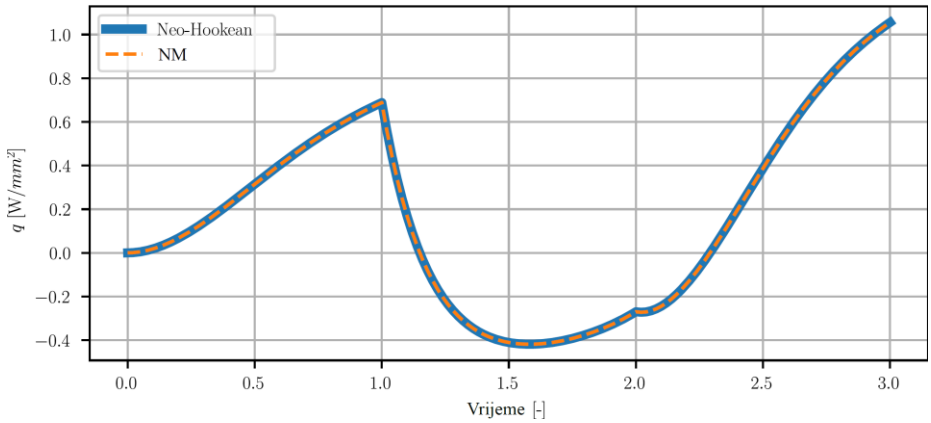
Slika 14. MKE model i prikazani smjer opterećenja.

Kocka je opterećena u 3 koraka. U prvome koraku je opterećena do istezanja od 300%, u drugome rasterećena, a u trećem ponovno opterećena do istezanja od 300%. Rezultati na slici 3 prikazuje promjenu temperature ϑ mjerenu u plavoj točki. Vrijeme prikazano na rezultatima je pseudovrijeme, odnosno dio koraka.



Slika 15. Promjena temperature u točki na prednjoj plohi uslijed cikličkog opterećenja.

Na slici 4 je prikazan toplinski tok u točki na gornjoj plohi kocke.



Slika 16. Toplinski tok u točki u središtu gornje plohe.

5 Zaključak

Na rezultatima prikazanima na slikama 3 i 4 odstupanja između osnovnog Neo-Hookean modela i neuronske mreže su izrazito malena. Također, uvjeti primjene su različiti od uvjeta na kojima je mreža trenirana, odnosno nisu izentropski uvjeti. Stoga se zaključuje da je cilj rada ispunjen i da je napravljen model temeljen na neuronskoj mreži koji uspješno opisuje termomehaničko ponašanje hiperelastičnih materijala.

Zahvale

Financira Europska unija – NextGenerationEU - FINM-MEH - uniri-mzi-25-16. Izneseni stavovi i mišljenja samo su autorova i ne odražavaju nužno službena stajališta Europske unije ili Europske komisije. Ni Europska unija ni Europska komisija ne mogu se smatrati odgovornima za njih. Autori se zahvaljuju na svim dobivenim sredstvima.

Funded by
the European Union
NextGenerationEU

Literatura

[1] Linden , L., Klein, D.K., Kalina, K.A., Brummund, J., Weeger, O. i Kästner, M.; Neural networks meet hyperelasticity: A guide to enforcing physics; Journal of the Mechanics and Physics of Solids; 2023.; 179.; 105363

[2] Zlatić, M. i Čanađija, M.; Incompressible rubber thermoelasticity: A neural network approach; Computational Mechanics; 2023.; 71.; 895-916

[3] Zlatić, M. i Čanađija, M.; Recovering Mullins damage hyperelastic behaviour with physics augmented neural networks; Journal of the Mechanics and Physics of Solids; 193.; 105839

[4] Miehe, C.; Entropic thermoelasticity at finite strains. Aspects of the formulation and numerical implementation; Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering; 1995.; 120.; 243-269

Indeks autora

Brojevi označuju početne stranice radova.

A
Abrahamczyk, L. 97, 229
Alfano, G. 135
Andrade, D. G. 25, 317

B
Barac, A. 1, 39, 91
Batistić, I. 7, 39, 147, 153
Besedić, P. 13
Bolf, D. 157
Bošnjak-Klečina, M. 237
Braut, S. 207
Brčić, M. 163
Brenn, G. 127
Bulum, K. 19
Burum, M. 153

C
Catela, M. 157
Cukrov, A. 19, 57
Cvitanić, V. 25, 317

Č
Čanađija, M. 31, 335
Čavčić, A. 35
Čeh, N. 117, 125, 135, 191, 305

D
Damičević, V. 1, 39
Damjanović, D. 201
Divić, V. 45, 109
Dogančić, B. 51
Dragić, J. 57
Drašković, K. 63
Drmić, M. 177
Dunđer, I. 67, 185

Đ
Đuranović, M. 1

E
Ereš, A. 229

F
Ferdelji, N. 57

G
Galešić Divić, M. 45
Galić, M. 45, 109
Ganapathisubramani, B. 115
Gašljević, R. I. 75
Gljušćić, P. 87
Goreta, M. 81
Gračanin, N. 87
Grbac, L. 87
Grbčić Erdelj, S. 87, 89
Grigić, K. 91
Grlić, I. 97
Gromke, C. 63
Großmann, A. F. R. 121
Grozdanić, G. 45, 109
Gržan, A. 115
Gubeljak, N. 67, 291

H
Hadzima-Nyarko, M. 195, 229, 251
Hadžalić, E. 89, 117
Harapin, A. 35
Hatilip, K. 125
Holik, M. 1

I
Irrenfried, C. 127
Ivanković, M. 121

J
Jalušić, B. 321
Janković, A. 125
Jelašić, M. 127
Jelenić, G. 87, 191, 213
Jentzsch, M. 121
Jovanović, I. 131
Jurić, A. 177
Jurković, D. 135

K
Karšaj, I. 173, 245
Kodvanj, J. 13
Konjatić, P. 67, 185
Korade, I. 141
Kovaček, E. 117
Kozak, D. 67, 185, 291
Kozmar, H. 63, 115, 121, 127, 265
Kraus, I. 195
Krizmanić, S. 7, 147, 153
Krolo, P. 157
Kršćanski, S. 163

L
Labar, L. 87, 169, 245
Lanc, D. 75
Landović, A. 195
Lesičar, T. 201, 269, 275, 297, 321
Lisac, A. 173

Lorković, N. 201
Lozančić, S. 177, 229
Lozier, M. 265
Lukin, I. 281
Lukovnjak, N. 7

M

Majurec, A. 97
Manolesos, M. 121
Marušić, I. 115, 265
Mihoč, T. 131
Minažek, K. 97
Morosavljević, I. 185
Morosavljević, J. 185
Mudrić, T. 89, 191, 305
Mudrinić, S. 19, 57

N

Nayeri, C. N. 121
Nikolić, M. 35, 193, 217

O

Olić Miloš, P. 195
Opačak, D. 201
Oštrić, L. 207

P

Papa Dukić, E. 87, 213, 281
Pavić, D. 193, 217
Pavlović, B. 223
Penava, D. 97, 177, 229, 237, 251
Pichler, D. 229
Pintarić, N. 245
Predan, J. 67
Prosen, M. 201

R

Radić, J. 251
Rakarić, Z. 261
Rešetar, M. 265
Rodrigues, D. M. 25, 317
Rukavina, F. 147

S

Sabalić, S. 13
Samardžić, I. 291
Sarhosis, V. 237, 251
Sedlar, D. 287, 329
Skoblar, A. 207
Skozrit, I. 321

Š

Šarlija, L. 269
Šegon, A. M. 275
Škec, L. 125, 135, 281

T

Tachie, M. S. 265
Tomac, I. 287
Tomerlin, D. 291
Tonković, Z. 321
Tuković, Ž. 57
Turalija, S. 297
Turkalj, G. 75
Tutić, K. 191, 305

U

Uzair, A. 97

V

Vanderwel, C. 115
Virag, L. 169, 173, 245, 311
Virag, Z. 141
Vladimir, N. 131
Vlak, F. 25, 317
Vodopija, I. 7, 141, 147, 153
Vrban, A. 97, 237
Vukoja, M. 63
Vukovojac, M. 321

Z

Zelić, M. 329
Zimmermann, V. 121
Zlatić, M. 335

Ž

Živić, M. 1, 39, 91

SUORGANIZATOR

SVEUČILIŠTE U SLAVONSKOM BRODU
Ulica 108. brigade ZNG 36
35 000 Slavonski Brod

SPONZORI

BASCH-MONT

BASCH-MONT d.o.o.
Trešnjica 3
35 000 Slavonski Brod

ĐURO ĐAKOVIĆ MONTAŽA 100 GODINA STOLJEĆE ČELIKA, SNAGE I NAPRETKA

ĐURO ĐAKOVIĆ MONTAŽA d.o.o.
Ulica 108. brigade ZNG 94
35 000 Slavonski Brod

SIMPLEX

SIMPLEX d.o.o.
Gornja Vrba, Sjeverna ulica 17
35 000 Slavonski Brod